



UNIVERSITAT_{DE}
BARCELONA

La formació inicial de matemàtiques per a mestres de Primària: del tractament de les concepcions prèvies a l'actuació professional

Carme Burgués Flamarich



Aquesta tesi doctoral està subjecta a la llicència **Reconeixement- NoComercial – SenseObraDerivada 4.0. Espanya de Creative Commons.**

Esta tesis doctoral está sujeta a la licencia **Reconocimiento - NoComercial – SinObraDerivada 4.0. España de Creative Commons.**

This doctoral thesis is licensed under the **Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivs 4.0. Spain License.**



Universitat de Barcelona

Departament de Didàctica de les Ciències Experimentals
i la Matemàtica

***La formació inicial de matemàtiques per a mestres de
Primària: Del trencament de les concepcions prèvies a
l'actuació professional***

Carme Burgués Flamarich

2005



Universitat de Barcelona

***La formació inicial de matemàtiques per a mestres de
Primària: Del trencament de les concepcions prèvies a
l'actuació professional***

Carme Burgués Flamarich

Departament de Didàctica de les Ciències
Experimentals i la Matemàtica

Programa de: Didàctica de les Ciències
Experimentals i la Matemàtica

Bienni: 1995-1997

Per optar al títol de Doctor en Filosofia i Ciències
de l'Educació. Secció: Ciències de l'Educació.

Director: Joaquim Giménez Rodríguez

Tutor: Josep M^a Núñez Espallargues

Índex

Capítol 1 . Introducció.

Presentació	3
1.1. Intencions i estructura de la memòria	5
1.2. La problemàtica de l' estudi	9
1.3. Problema de la tesi. Objectius. Hipòtesi	18

Capítol 2. Marc teòric per al model de desenvolupament .

Presentació	23
2.1. Recerca per desenvolupament . Descripció i justificació.....	25
Recerca per desenvolupament i formació inicial d'ensenyants	27
Trajectòries hipotètiques de formació inicial i pràctica professional	29
Fases de la recerca per desenvolupament.....	33
2.2. El mestre de Primària com a professional educador matemàtic.....	35
Característiques i perfil generalista –especialitzat.....	35
El mestre de Primària com educador matemàtic.....	40
El mestre de primària com a membre d'una comunitat professional	42
2.3. Sobre el desenvolupament professional	45
El desenvolupament com a canvi. Obstacles	46
Desenvolupament, reflexió i experiència	47
El desenvolupament com a taula d'aprenentatge.....	50
El desenvolupament professional com a construcció personal	52
2.4. Components matemàtica i estratègica del desenvolupament professional	55
2.5. Component actitudinal del desenvolupament professional.....	60
Apreciacions, creences i intencions de formació	60

Efectes de les creences.....	63
Sistemes de creences i apreciacions	64
2.6. Desenvolupament professional i pràctica situada.....	65
Els processos de pràctica d'aprendre a ensenyar	67
Relació entre coneixement i pràctica professional	69
2.7. Bases per a un model de desenvolupament professional	72
Principis de formació	72
Sobre el paper del formador i el procés de desenvolupament	77
Intencions sobre les pràctiques i competències professionals	79

Capítol 3. L' estudi.

Presentació	85
3.1. Metodologia i fases de l'estudi.....	87
3.2. Context i subjectes de l'estudi	91
Sobre el coneixement previ de l'alumnat.....	93
Posicionament de l'alumnat.....	98
Sobre l'autogestió dels aprenentatges	103
L'alumnat de la mostra per a l'anàlisi retrospectiva	105
La recercadora i els seus condicionants.....	105
3.3. Constructes i instruments per a l' anàlisi retrospectiva de la pràctica.....	109
(a) Anàlisi del posicionament dels futurs ensenyants.....	109
(b) Anàlisi del discurs i desenvolupament professional	113
Sobre la millora epistemològica sobre el significat de les matemàtiques	113
Sobre la component interpretativa –estratègica	114
Sobre el contingut professional en l'aspecte comportamental/ actitudinal.....	116
(c) Anàlisi de les construccions conceptuais	117
(d) Anàlisi de la complexitat matemàtica	118
3.4. Organització del curs. Macrocicles. Disseny. Unitats	119
Macrocycle 1.....	122

Macrocycle 2	125
3.5. Organitzadors curriculars	129
3.6. Caracterització del treball. Avaluació i regulació del procés	132
Caracterització de la metodologia	134
Avaluació i regulació del procés.	137
3.7. Un exemple d'unitat: "Igual i diferent"	138
Sessió 1. Igual i diferent	143
Sobre les trajectòries hipotètiques d'aprenentatge.....	160
3.8. Sobre les intencions de formació en l' estudi experimental	161

Capítol 4. Primera anàlisi del procés de formació . Macrocycle 1.

Presentació	167
4.1. Experimentació a l'aula	169
4.2. Activitat 1. Sobre definicions i representacions	173
4.3. Activitat 2. Atorgar significació matemàtica i didàctica com a contingut professional.....	188
4.4. Activitat 3. Sobre la rellevància del contingut matemàtic. Anàlisi de propostes d'avaluació realitzades	197
4.5. Activitat 4. L'autoregulació del contingut matemàtic	208
4.6. Activitat 5. Sobre el valor professional del coneixement matemàtic i didàctic	222
4.7. Activitat 6. Anàlisi d'una activitat d' avaluació interna	237
4.8. Sobre els resultats al macrocycle 1	253

Capítol 5. Segona Anàlisi del procés de formació. Macrocycle 2.

Presentació	263
5.1. Experimentació a l' aula. Macrocycle	265
5.2. Activitat 7. Sobre la construcció conceptual a l'escola. El cas de la introducció de conceptes	269

5.3.	Activitat 8. Constatació de posicionaments i apreciacions professionals.	
	Activitat d'elaboració i síntesi.	280
5.4.	Activitat 9. Integració de coneixements. Valoració de seqüències d'aprenentatge en llibres de text.....	306
5.5.	Activitat 10. Sobre el valor dels dissenys instructius. Anàlisi de propostes de programació	321
5.6.	Activitat 11. Anàlisi de resultats en l'avaluació sumativa del procés	341
5.7.	Sobre els resultat del macrocicle 2.	361

Capítol 6. Conclusiones i prospectiva

	Presentació	373
6.1.	Validesa del treball realitzat	375
6.2.	Conclusiones sobre la RD i el procés de formació	378
6.3.	Sobre els aspectes matemàtics del desenvolupament professional. Conclusiones sobre l' anàlisi retrospectiva	384
6.4.	Sobre els aspectes estratègics del desenvolupament professional. Conclusiones sobre l'anàlisi retrospectiva	388
6.5.	Sobre els aspectes actitudinals del desenvolupament professional .Conclusiones sobre l' anàlisi retrospectiva	391
6.6.	Implicacions per al desenvolupament de programes de formació inicial	397
6.7.	Prospectiva	399
	Bibliografia.....	401

Un prefaci reflexiu previ en clau personal

Vaig començar la meua carrera professional com a mestre de primària i en cap moment no he deixat de banda la idea que molts dels problemes socials més greus i difícils podrien millorar si sabéssim educar els petits i joves. D'això en podeu treure la conclusió que soc un romàntic, però no pas, em sembla, un ximplet.

Neil Postman.

Aquesta nena de la vella fotografia era jo. Tenia 14 anys i començava, ja, la meua formació com a mestra. Amb uns pocs anys a primària i quatre cursos al Batxillerat elemental sembla que ja havia tingut temps suficient per a decidir el que volia ser: mestra. Volia ser la mestra "síntesi" de totes les virtuts pedagògiques dels meus millors mestres. Anant a l'escola havia descobert un món atractiu al que volia seguir lligada en el meu futur, canviant, això sí, el meu paper de bona estudiant pel d'aquesta mestra ideal que jo mateixa esdevindria amb l'ajut d'aquella cèntrica Escola Normal.

Aquesta imatge és la meua en acabar la carrera de magisteri. Tres anys d'obedient estudi d'un currículum estereotipat (culminat amb un campament assoleiat) havien convertit oficialment aquella nena il·lusionada en una "mestra" ja disposada a oferir el seu mestratge de disset anys a les properes cinquanta generacions.

Aquí estic ja fent de mestra a l'escola d'on havia sortit. El somni es feu realitat. El retorn a les que havien estat les meves aules, però en un rol diferent, ara era "la senyoreta".



Afortunadament la meua vida professional no va quedar bloquejada per aquest retorn a l'escola. La meua experiència com a mestra en actiu em va fer veure la necessitat d' ampliar la meua formació fent èmfasi en el que, des del principi, em va atreure especialment: la millora de l'ensenyament de les matemàtiques, que m'agradaven especialment.

Fent el Batxillerat i la Llicenciatura de Matemàtiques i dedicant-me a la didàctica, la vida em va portar a esdevenir formadora de mestres. Un altre retorn a l'escola on també havia anat abans. Ara però, amb un plantejament vocacional ambiciós: influir de forma directa en la millora de l'ensenyament de les matemàtiques a través d'un plantejament didàctic diferent i incisiu sobre les noves generacions de mestres.

Aquesta ha estat la meua dedicació principal en els darrers 27 anys. Les arrels d'aquesta memòria es troben precisament aquí: en una llarga trajectòria professional ja reconeguda i en una esperança sempre assumida sobre la millora de la formació matemàtica dels nens i nenes a través d'una millora de la formació dels seus mestres.



Dedico aquesta memòria als meus futurs alumnes de magisteri amb el desitg que es puguin beneficiar amb els resultats d' aquesta tesi i amb l'esperança de que, en qualsevol cas, siguin els mestres competents i entusiastes que necessita el nostre país.

Agraïments

Vull agrair en primer lloc a Joaquim Giménez, el meu director de tesi, l' enorme quantitat de coses que m'ha ensenyat i entre elles com pot ser de pràctica una bona teoria.

En Josep M^a Fortuny li agraeixo els seus consells i suggeriments fets amb l' habitual eficàcia i encert.

A tots els meus mestres la generositat amb la que m' han deixat participar de la seva saviesa i, cal dir, la majoria d'ells i elles no ho han fet en el marc d'una escola. Maria Antònia Canals, Claudi Alsina, Isabel Batlle, Emma Castelnovo, Caleb Gattegno, Neil Postman, , Maria Rúbies, i molts d'altres m'han fet veure com es podia anar més lluny.

A tots els meus alumnes dels darrers 39 anys el fer-me sentir l'alegria del seu aprenentatge.

Vull agrair als companys de feina el seu ànim constant i l'haver cregut en que seria capaç de dur a terme aquesta tasca. La presentació de la qual no hagués estat possible sense la col·laboració de la Rosa Navarro.

I, sobre tot, vull agrair als meus pares, Vicenç i Carme, l'amor, la confiança i els ànims que sempre m'han donat.

Capítol 1

Introducció

La utopia és el que realment val la pena, el que ens salvarà a tots. Quan parlo d'utopia parlo del somni radical per una banda, i de la diària eficàcia per l'altra. Fer cada dia el que es pot fer, somniant en el que es vol aconseguir demà

Pere Cassaldàliga

En aquest capítol s' explica la motivació de l' estudi dut a terme com a resultat d' un procés de reflexió. Després de molts anys de dedicació a la formació inicial de mestres i havent experimentat diverses propostes , s' ha volgut formalitzar i contrastar una part del coneixement adquirit experimentalment. A la vegada que contribuir a la elaboració d' una teoria sobre la formació inicial d' educadors matemàtics en l' escola primària .

A continuació es presenta l' estructura de la memòria (1.1.) i es descriu la problemàtica de la formació inicial (1.2.), que es veu com peça clau en la professionalització docent.

De les moltes qüestions pendents pel que fa a la formació docent dels mestres – educadors matemàtics, se' n concreten algunes sobre les que es centrarà el present estudi. S' expliciten els objectius i es formulen les hipòtesis del treball (1.3.).

1.1. Intencions i estructura de la memòria.

Recerca, desenvolupament curricular, docència, col·laboració amb l'administració, etc., son tasques de "fer" quelcom per l'educació matemàtica, en benefici dels nens i nenes i dels joves. Cal però aturar-se, de tant en tant, per fer una reflexió més profunda de l'habitual. Això es el que pensem que ha estat per nosaltres la realització de la nostra memòria de tesi doctoral.

Els formadors de mestres, igual que demanem als altres docents, hem de dedicar-nos també a reflexionar sobre la nostra tasca com a educadors matemàtics. En el cas present, la recerca empresa ha estat el desencadenant d'una profunda reflexió sobre la tasca de formació inicial de mestres. Com a resultat d'un llarg procés d'observació i d'experimentació fet en els darrers vint anys amb centenars d'alumnes, avui ja mestres, ens hem sentit motivats ara, i no abans, a fer un treball rigorós de síntesi, una anàlisi d'experiències contrastables i un desenvolupament de reflexió sistemàtic passant d'unes accions personals a una base teòrica suport d'una praxis plural. La motivació pel tema de tesi escollit neix de la nostra experiència en la formació de mestres i del desig de formalitzar, algunes propostes sobre la formació que siguin aplicables en contextos semblants als nostres.

El treball de recerca triat es un estudi sobre una experiència de formació d'ensenyants de Primària en Matemàtiques per a desenvolupar professionalment a l'alumnat. Específicament pel que fa l'establiment de connexions, reconeixement de significats aritmètics i representacions, i els coneixements didàctics associats.

Hem triat com a mètode de recerca, l'anomenat "recerca per desenvolupament", que respon a l'interès de combinar docència i recerca. Interpretem la recerca per desenvolupament com una barreja de desenvolupament curricular i recerca educativa, en la que el desenvolupament d'activitats instruccionals es usat com a significat per explicar, avaluar, ajustar i expandir una teoria instruccional. Implica considerar-la com un canvi de perspectiva, i un augment

de la sensibilitat d'observació, doncs cal estar atent al que passa a l'aula, i implica també la capacitat d'afrontar la complexitat de la situació. És un procés cíclic que pren idees de diversos recursos (currículum, textos d'educació matemàtica, resultats de recerques) per construir una seqüència instruccional que es va re-dissenyant i comprovant.

Estem especialment interessats en veure com els futurs docents poden aprendre a establir raonaments professionals a partir d'un treball orientat per un plantejament realista de la formació. Això implica que necessitem dissenyar un ambient instructiu que sigui la base d'aquest procés de formació i hem d'anticipar la formació de patrons que ens permetin arribar a aconseguir aquest fi.

No es gaire freqüent dur a terme recerca per desenvolupament, ja que es tracta d'un procés més exigent que el procés de recerca-acció i implica una reformulació del mateix. La principal diferència està en que no es va als resultats de l'ensenyament sinó, en el nostre cas, a contribuir al creixement d'una teoria sobre la formació.

En aquest tipus de recerca no es possible cenyir-se a tots els aspectes que són considerats importants des d'una perspectiva de la metodologia de la recerca degut a la duració del curs i d'altres restriccions de la pràctica diària. El concepte d'objectivitat de la recerca es reinterpreta com a intersubjectivitat, en la mesura que la investigadora comparteix interpretacions amb altres investigadors.

Durant el procés de recerca es duu a terme la revisió interpretativa de les trajectòries hipotètiques de formació, ja que no es pot saber segur que és el que realment aprendran els alumnes. El docent planifica i anticipa aquest procés - trajectòria, basant-se en el que sap de les diverses traces individuals dels alumnes. Per això, és important que el recercador sigui present a classe cada dia mentre que s'està experimentant una trajectòria (Gravemeijer, 2001). Una forma d'aconseguir-ho és precisament que sigui el propi formador.

Aquesta ha estat la nostra opció, tenint plena consciència que, en aquest cas, els resultats de la recerca es veuen influïts per les creences de la investigadora, tot i el contrast de l'investigador extern a l'aula que ha fet un seguiment de l'experimentació i de l'anàlisi. Per tractar-se d'una experimentació d'un any acadèmic no es van fer filmacions de les classes però el que si es va fer és recollir molta de la producció de tot el grup i, en particular dels alumnes de la mostra, i també anotacions per part de la formadora del comportament dels alumnes davant les tasques dutes a terme.

Malgrat els possibles inconvenients pel que fa a les conclusions de la recerca, no s'ha volgut crear un context artificial, sinó que s'ha intentat realitzar-la en les condicions que es duu a terme el curs de formació en la Universitat de Barcelona de manera habitual. L'objectiu és els resultats es puguin utilitzar per millorar el disseny dels cursos de formació i l'aprenentatge dels alumnes dels cursos futurs en alguns aspectes.

Tenim completa consciència que els resultats de la recerca són modestos, no només per les condicions particulars en les que s'ha produït, sinó també per l'enorme complexitat i una certa indefinició de la formació inicial de mestres de Primària. També cal tenir en compte dues coses importants: estem tractant amb adults que no sempre col·laboren amb la seva dedicació i treball continuat i que tenen un nivell de coneixement de les matemàtiques molt precari.

En el present capítol, de caràcter introductori, se situa la problemàtica de la formació inicial de mestres de Primària en la actualitat, es planteja el tema de la recerca, els seus objectius i es presenten les hipòtesis de treball.

En el capítol 2 es mostrarà inicialment els principis de la recerca per desenvolupament (RD), que és la forma metodològica que decidim aplicar al nostre treball investigador, es presenta i justifica la RD com a contingut i com a base per a

comprendre la metodologia emprada a la nostra recerca i s'expliquen els constructes necessaris. A continuació, s'expliciten els significats atorgats a les trajectòries hipotètiques de formació inicial en macrocicles i microcicles i s'indiquen les fases i organització del procés metodològic global de la recerca. Després els constructes i instruments utilitzats per a l'anàlisi específica i finalment, es descriu el context i els subjectes -estudiants amb els que es realitza tot el treball experimental. S'exposen les bases teòriques per a la formació d'ensenyants. Es tracta el desenvolupament professional, es plantegen els coneixements necessaris per a l'exercici de la professió docent, els tipus de continguts i els processos d'aprendre a ensenyar, establint la relació entre coneixement i pràctica professional. Es desenvolupen els perfils de mestre i educador matemàtic i s'estableixen les bases per a un currículum de formació docent en matemàtiques, i les creences i intencions de formació.

En el capítol 3 es mostra inicialment els elements per a una proposta de formació, es complementen amb les condicions i context de la proposta i es treballa la primera fase de preparació i disseny. Comencem per constituir els macrocicles per a potenciar les connexions i establir uns organitzadors curriculars que serveixen per a posar de manifest els diferents aspectes de la pràctica en concret, dins un dels macrocicles. S'explica l'estil de formació caracteritzant la metodologia i donant els elements d'autoregulació. A continuació es presenta un exemple d'unitat del programa d'estudi del primer macrocicle on s'apliquen els organitzadors curriculars. Finalment, es concreten i resumeixen intencions de formació que s'aplicaran a les trajectòries hipotètiques de formació inicial (TRHIFI) a la fase següent.

Els capítols 4 i 5 es corresponen amb la fase de l'experimentació a l'aula dels macrocicles 1 i 2 que corresponen a les dues assignatures del curs de formació. Primer es justifica l'elecció de microcicles per a l'anàlisi. Es justifiquen les tasques corresponents en funció dels continguts professionals implicats i l'objectiu en termes de la recerca. És a dir, què esperem que ens porti per a les TRHIFI. A continuació es presenten les sessions de classe concretes amb els seus continguts de formació, les TRHIFI de referència per l'anàlisi i els mini-instruments emprats. La part més

extensa consisteix en la descripció de les activitats, les consideracions sobre la trajectòria hipotètica corresponent i una primera anàlisi de les produccions dels alumnes estudiats. En algun cas s'inclouen resultats corresponents a tot el grup classe per arribar a justificar que el comportament de les tres alumnes estudiades són una bona mostra de tot el grup classe. Al final d'aquests capítols s'analitzen els resultats obtinguts en els macrocicles.

Finalment, en el capítol 6 es descriu com s'ha acomplert el propòsit de contribuir empíricament a una teoria sobre la formació d'ensenyants, i en particular, a l'anàlisi dels processos de construcció i desenvolupament professional. Es justifica el treball de recerca qualitatiu i etnogràfic que es considera que és vàlid i reproductible en certes condicions. Es descriu com s'ha desenvolupat, explicitant les característiques d'una proposta concreta en l'àmbit de la recerca per desenvolupament, introduint una reinterpretació de les trajectòries hipotètiques de formació inicial, tot reconeixent els elements competencials generals per a la formació. Des d'una perspectiva situada, es raona sobre concepcions en el marc de la interpretació de la diversitat de significats associats als conceptes matemàtics i en el marc dels coneixements estratègics desenvolupats. Amb això es descriuen propostes de formació, reconeixent les limitacions de l'estudi realitzat i es dona una prospectiva.

1.2. La problemàtica de l'estudi

Els actuals plans d'estudis per a la formació inicial de mestres de Primària pateixen una sobrecàrrega curricular al pretendre proporcionar la preparació professional en tres cursos acadèmics. Pressuposen també, unes bases sòlides del contingut específic d'allò que es vol ensenyar i un interès i motivació cap a un estudi marcadament professional.

Nogensmenys, la distància entre el temps de preparació i les necessitats formatives fa que, en molts casos, s'aprenghin estereotips i tècniques sense arribar

a la maduresa, què cal per saber, el perquè es fan les coses i quan i perquè caldrà fer-ho d'una manera diferent. A més, les pràctiques disseminades en els tres cursos no aconsegueixen posar a l'alumne en situació de mestre. Tampoc ho aconsegueixen les experiències de Plans d'Estudis que les concentren en un sol curs, l'últim, doncs en els dos casos no permeten el contrast teoria - immersió durant el procés d'aprenentatge de l'ofici de mestre.

Davant d'aquesta situació pensem que cal aprofitar al màxim cadascuna de les ocasions que se'ns ofereix per assegurar una correcta formació inicial, i analitzar el que succeeix en certes condicions. És a dir, si bé la formació continuada del professorat és quelcom desitjable i necessari al llarg de la vida professional sembla oportú plantejar -se no deixar per a l'etapa professional allò que deuria aconseguir - se en les escoles de mestres.

És molt difícil canviar les concepcions dels mestres un cop es troben submergits en les obligacions diàries i la presa ràpida de decisions. Aleshores la reflexió profunda i l'actualització de coneixements teòric -científics o didàctics es fa molt complicada. A més, massa sovint l'inèrcia del sistema educatiu, fa que molta formació continuada perdi la dimensió que hauria de tenir per a constituir -se en un seguit de formacions inicials temàtiques o metodològiques que deurien estar assumides.

Així, si bé diverses recerques s'han centrat en veure com aprenen de forma micro - observadora (grup SEIEM 2004) els futurs mestres de Primària, el nostre interès vol aportar una visió més global, per tal de reconèixer algunes característiques significatives per a una adequada formació inicial dels Mestres de Primària en la seva vessant de futurs educadors matemàtics de forma que es contemplin millores en la seva capacitació matemàtica i pedagògic- professional.

Partint de la hipòtesi que després de deu o dotze cursos de matemàtiques realitzats a l'ensenyament pre-universitari es podria esperar un coneixement del

contingut matemàtic bàsicament correcte, encara que no complet, dels conceptes i procediments matemàtics que s'haurà d'ensenyar. També fora desitjable que tinguessin una actitud positiva cap al seu aprenentatge i utilitat social i científica.

Tanmateix la nostra experiència, i la d'altres companys en la tasca de formació de mestres com a educadors matemàtics, ens ha mostrat reiteradament que la situació no es pas aquesta. És per això que, en les escoles de mestres, no es pot desenvolupar una didàctica de les matemàtiques sense proporcionar simultàniament un coneixement matemàtic suficient que inclogui aspectes sobre la naturalesa de les matemàtiques i el paper que fan en la nostra societat.

Ens manca més recerca sobre la formació docent inicial en Didàctiques específiques. Majoritàriament la recerca en didàctica de les matemàtiques, a nivell internacional, s'ha centrat més en els nivells escolars primari i secundari, en els dissenys curriculars corresponents i en el reciclatge o posta al dia dels ensenyants per tal d'adequar-los als canvis i als resultats de les investigacions.

El fet que, durant la formació permanent, l'ensenyant pot aplicar o experimentar immediatament els continguts i aportacions que li arriben, ha fet que l'administració educativa i els col·lectius professionals hi dediquessin força recursos i menys a l'anàlisi de la formació inicial. També es pot tractar d'una manca de perspectiva del que podria implicar en la professionalització docent el dedicar més esforços a la formació inicial. En principi, aquesta prioritització hauria de proporcionar beneficis importants: acció educativa de més qualitat, mestres innovadors, recursos didàctics nous, etc. Però les experiències en formació permanent han mostrat com l'èxit esperat no arriba en la mesura corresponent als esforços invertits. No sabem si per la inutilitat de l'acció o més aviat pel poc encert del plantejament concret de la formació.

Això, en part, ha provocat que alguns grups de recerca hagin dirigit el seu interès cap a la formació inicial d'educadors matemàtics, en els nivells elementals,

per assegurar una formació bàsica sobre la que es pugui construir un coneixement professional més profund i que permeti el camí cap a l'expertesa.

Les deficiències de formació matemàtica en l'ensenyant dels nivells primaris són un fet comú arreu del món (ICMI Study 15, 2005). Per tant, per arribar a la formació d'un mestre promotor de coneixement matemàtic en els seus alumnes cal comptar amb la situació tal com es produeix. Encara que podria deduir -se, en part, d'aquest fet que cal proporcionar, abans que res, una formació matemàtica al mestre ens trobem que degut al poc temps destinat a la seva formació no es possible atendre tots els aspectes implicats.

El llarg camí per esdevenir un mestre expert i “bon mestre” comença amb la formació universitària inicial. Com l'experiència mostra, i no només en aquest cas, la formació inicial pot determinar el rumb de l' itinerari de la formació cap a l'expertesa o, més perillós encara, **que no es senti la necessitat de continuar-la**. És per la importància decisiva que té la formació inicial, que cal fer una recerca seriosa sobre els plans d'estudis, els materials i les metodologies per dur-la a terme.

Segons el document del NCTM (1.991) que té un gran consens entre la comunitat d'educadors matemàtics els components essencials pel desenvolupament del mestre de matemàtiques són:

- Rebre, com a alumnes, bons models d'ensenyament matemàtic.
- Tenir el suficient coneixement matemàtic sobre conceptes i procediments, les seves representacions, els mètodes de raonament, la resolució de problemes i la capacitat de comunicació amb diversos nivells de formalització.
- Desenvolupar les seves perspectives respecte de la naturalesa de les matemàtiques, dels seus canvis i del seu paper social.

- Conèixer les matemàtiques escolars i els canvis que es produeixin.
- Conèixer els estudiants (6-12 anys) com a aprenents de matemàtiques.
- Conèixer els aspectes relacionats amb la didàctica de les matemàtiques (recursos, estratègies, avaluació,...).
- Posar en la pràctica individualment o en grup els coneixements que es vagin adquirint sota la tutela d'un professional experimentat.
- Prendre part activa en el disseny de la seva formació permanent i en els diversos nivells participatius del sistema educatiu.

Després de moltes anàlisi sobre la realitat (Informe del Senat 2000, Martin Socas 2005) hem de reconèixer que alguns d'aquests aspectes són oblidats forçosament en la formació inicial i se'n prioritzen d'altres. Simon i Brown (1997) van trobar que necessita ser més investigat el què és un bon mestre de matemàtiques.

Algunes investigacions, fora i dintre del nostre país, han centrat la seva atenció sobre el efecte que té en els alumnes de magisteri el(s) període(s) de pràctiques en un centre escolar. Els resultats obtinguts han estat molt interessants i han mostrat com les concepcions prèvies de l'alumne practicant sobre la naturalesa de les matemàtiques i sobre el que és ensenyar i aprendre tenen una forta influència en aquesta immersió a l'escola (Sanchez 1996, Blanco 1997). Però també han donat indicis importants, ens sembla, sobre l'efecte que ha fet en ells la formació teòrica rebuda a l'escola de mestres.

Per tant per que es produeixi el desenvolupament professional, cal que l'estudiant de mestre des del principi es comenci a comportar com un mestre. Incloent en la seva formació la seva participació en activitats de desenvolupament

professional com cursos, projectes, xerrades; reflexionar sobre el seu propi ensenyament i les necessitats i avaluar diferents maneres d'avaluar el coneixement de la matèria dels mestres. Hi ha evidències que suggereixen que els mestres necessiten treballar de manera que el coneixement pedagògic i matemàtic es relacionin al nivell que seran ensenyats.

En les condicions que volem desenvolupar la nostra recerca, els crèdits dedicats a la formació matemàtica i didàctica matemàtica dels futurs mestres de Primària es troben en el primer curs i abracen tot l'any acadèmic (2 assignatures de 7'5 crèdits) i les pràctiques escolars estan situades en la primera meitat del tercer i últim curs acadèmic.

Per l'experiència adquirida en molts anys de formació inicial i permanent de mestres trobem molt rellevant aprofundir sobre la primera fase de la formació didàctica -matemàtica dels futurs mestres. La percepció de la importància d'aquest període es deu tant a experiències personals com a indicis evidents en d'altres investigacions que s'han dut a terme. Ens interessa especialment l'alta incidència en temps de docència d'aquesta opció generalista (15 crèdits) com la concentració d'aquest temps en un únic curs acadèmic, per a fer –ne una anàlisi des de l'experiència viscuda de desenvolupament, tot mirant – la des de fora (Kilpatrick, 1994).

En aquest tipus de recerca no es possible cenyir-se a tots els aspectes que són considerats importants des d'una perspectiva de la metodologia de la recerca degut a la duració del curs i d'altres restriccions de la pràctica diària, com ara el nombre d'estudiants i també no voler condicionar els resultats a situacions “artificials” d'aula o de pla d'estudis que després no es podrien reproduir.

Durant el primer any acadèmic de la diplomatura no es duen a terme assignatures de Pràctiques Escolars, es més, per poder cursar –les a tercer curs cal tenir aprovats un nombre considerable de crèdits troncal. Les Pràctiques Escolars,

en aquest pla d'estudis i per aquesta especialitat, es duen a terme durant el primer semestre del tercer any. Per tant durant el temps en que s'imparteixen aquestes assignatures no està contemplada la possibilitat de fer pràctiques a un centre escolar, tampoc ho està fer pràctiques escolars dintre les assignatures de didàctica específiques o generals. Cal tenir en compte que, en un context com el de Barcelona ciutat i cinturó metropolità, amb un gran nombre d'alumnes implicat i dos centres de formació més on es cursen aquests estudis, no es senzill organitzar cap activitat relacionada amb els centres escolars de Primària que no estigui contemplada per la gestió acadèmica de la Facultat.

Els estudiants de mestre de la Universitat de Barcelona en el moment en que es va iniciar la recerca han rebut una educació matemàtica basada en la pràctica d'algorismes, sense context i sense entendre les bases que els sustentaven. Molts dels alumnes declaren dificultats (en els qüestionaris inicials) , en la resolució de problemes o de qualsevol tasca que precisi de la comprensió dels conceptes implicats. Segons la nostra experiència no fan transferència de coneixement ni fan connexions. La majoria dels conceptes de primària es coneixen parcialment, en alguns casos no supera el coneixement que pot tenir l'alumnat de 12 anys.

La idea que tenen d'ensenyar matemàtiques es caracteritza per la necessitat d'explicar bé, ser pacient, anar poc a poc, estar disposat a aclarir dubtes, etc. Cal tenir en compte que hi ha experiències que no han viscut gens o esporàdicament: treball amb materials manipulatius a matemàtiques, aprendre a preguntar i a posar problemes, resoldre problemes de diverses maneres, usar recursos gràfics, habitudinar-se a la interrogació i a la recerca, connectar coneixement,...

En una societat canviant, i per tant en una escola canviant, el mestre s'ha de veure permanentment com un aprenent, com un agent actiu en el seu lloc de treball i disposat a col·laborar amb els seus col·legues, tant pel que fa a la pràctica lectiva com en els problemes educatius més amplis. És en aquest sentit que es pot criticar la perspectiva de l'aprenentatge dels mestres com una adquisició fragmentada

d'informació o de competències específiques d'ordre pràctic (Popkewitz, 1992) . Més que parlar de promoure el canvi de les concepcions i pràctiques dels mestres, te sentit estudiar les condicions que provocaran un posicionament diferent de la seva activitat professional, prenent iniciatives per formular i resoldre els problemes que es troben en el dia a dia.

Shulman (1992) ja defensava que l'ensenyament es torna una rutina i amb oportunitats mínimes de creixement professional si no examinem de manera organitzada i disciplinada la nostra experiència. **Aprenem a través de la reflexió sobre la pròpia experiència i no directament a partir d'ella.** Els alumnes de Pràctiques de tercer curs, segons la meva experiència personal com a tutora, encara es mantenen en la creença que l'experiència és el més important per al seu desenvolupament.

Els ensenyants poden aprendre a partir d'experiències dels altres si són documentades i discutides. La reflexió és un procés pel qual els mestres reestructuren el seu coneixement pràctic i personal. Es un procés a llarg termini, i es essencial per desenvolupar les seves competències com a docents i com un procés en el que es guanya confiança per a fer i ensenyar matemàtica.

Aquests estudiants han d'arribar a ser participants plens d'una comunitat de pràctica formada pels professors (del nivell que es consideri) amb la tasca d'ensenyar matemàtiques a grups d'alumnes. Aquesta activitat d'ensenyar és el que caracteritza a aquesta comunitat. Els coneixements i destreses que permeten i generen l'activitat que caracteritza als components de la comunitat de professors de matemàtiques i en particular de Primària han de ser desenvolupats pels nouvinguts a la comunitat. Atès que no es fa una atenció especial al mestre novell, el que es faci a la formació inicial encara esdevé més important

Tenint en compte les circumstàncies actuals (renovació dels claustres escolars de Primària en uns pocs anys, augment de la natalitat provocada per una creixent immigració, necessitat de formar ciutadans matemàticament competents,...) la formació inicial que porti a facilitar l'existència de bons mestres de matemàtiques a l'ensenyament primari planteja, a la vegada, un repte i una necessitat urgents en el nostre país.

Podem, doncs, formular un seguit de preguntes actuals, que son i seran matèria de recerques. Són dels tipus següents: Cóm poden els programes conduir a qualificacions matemàtiques que tinguin en compte els resultats d'un coneixement matemàtic "segur", que sigui vàlid per ensenyar matemàtiques? De quina manera, de principi a final, la formació i la pràctica d'ensenyar, poden desenvolupar formes "segures" de coneixement matemàtic en els mestres? Cóm podem desenvolupar més clarament comprensions teòriques i pràctiques de coneixement matemàtic "segur" i les seves relacions amb la pedagogia? Cóm aconseguir en el mínim temps possible un canvi positiu que afavoreixi el desenvolupament professional dels estudiants? Cóm aconseguir una visió el més aprofundida possible dels continguts matemàtics? Cóm aconseguir una concepció globalitzadora i modelitzadora de les matemàtiques que permeti als futurs mestres fer plantejaments realistes i aplicats de la matemàtica a ensenyar? Cóm aconseguir un canvi de plantejaments en les seves propostes docents matemàtiques de forma que tinguem indicadors de desenvolupament professional?

No podem enfrontar-nos a totes aquestes preguntes. Per tot això, la nostra investigació es proposa en termes generals, la realització d'una experiència de formació que justifiquem. Davant aquests aspectes problemàtics, ens proposem l'estudi que es concreta a continuació.

1.3. Problema de la tesi. Objectius. Hipòtesi.

Cóm resulta una experiència de formació prototípica, d'ensenyants de Primària en Matemàtiques en un curs, que desenvolupi professionalment l'alumnat, i específicament pel que fa a l'establiment de connexions, reconeixement de significats aritmètics i representacions, i coneixements didàctics associats?

Quins elements es mostren com a indicadors del canvi i creixement professional per ensenyar matemàtiques en l'experiència i quines conseqüències en podem treure per a la construcció teòrica sobre la pràctica de formació?

D'acord amb la problemàtica de l'estudi ens proposem els següents

Objectius :

- a) Reconèixer una organització de competències i continguts que es consideren apropiats per a la formació inicial d'ensenyants de Primària en Matemàtiques de manera que es produeixi desenvolupament professional en un marc de referència com el de l'estat espanyol.
- b) Identificar característiques d'un procés d'aprenentatge i instrucció professional que es considera apropiat a partir d'observar una experiència de formació matemàtica de mestres de Primària. Definint un marc on es mostrin clarament les concepcions i principis de la investigadora.
- c) Mostrar i intentar caracteritzar apreciacions dels alumnes de magisteri sobre les matemàtiques i sobre la seva didàctica en una experiència de formació contextualitzada. I més generalment, identificar eines que ens serveixen per a valorar el desenvolupament professional, i quins criteris les justifiquen.

- d) Identificar aspectes que mostren el desenvolupament professional d'un grup d'estudiants que puguin ser representatius del conjunt. I específicament *pel que fa l'establiment de connexions, reconeixement de significats aritmètics i representacions, i coneixements didàctics associats*. Conjecturar quins elements poden servir per avaluar o donar més informació sobre aquests canvis en general.

En base als objectius plantejats en el nostre estudi, pensem que podem formular les següents hipòtesis :

- El procés de recerca per desenvolupament serveix per a identificar a partir de característiques empíriques, en contextos similars, indicadors de reproductibilitat que ens permetran avançar en la construcció d'un procés de formació.
- Tot i tenir un alumnat no expert, es possible aconseguir que facin reflexions sobre les propostes que es presentin tot i que no és fàcil que esdevinguin crítiques i coherents.
- La integració de continguts en la component matemàtica i estratègica és un element important per que es produeixi aprenentatge matemàtic, didàctic i professional.
- Reconeixem que hi ha dificultats en constatar els canvis professionals cercats. Malgrat els nostres esforços considerem que es mantindran diferències entre els estudiants per manca de temps.

Tot reconeixent el marc d'aquesta recerca, ens preguntem quina ***validesa pot tenir una experiència de formació que desenvolupi professionalment l'alumnat, i específicament pel que fa l'establiment de connexions, reconeixement de significats aritmètics i representacions, i coneixements didàctics associats, com a base empírica per recolzar una proposta metodològica de més abast teòric?***

Capítol 2

**Marc teòric
per al model de desenvolupament**

*Qui classifica és que ja té una teoria
Classificar és començar a comprendre
Comprendre permet anticipar.
Jorge Wagensberg.*

Atès que el nostre problema d'estudi es centra en reconèixer el valor teòric d'una pràctica, per mitjà de validar una proposta curricular, tot analitzant els seus efectes en un grup d'estudiants, futurs professors de Primària, decidim unir la justificació metodològica de la tesi amb els instruments i constructes que s'utilitzen. Per això, en aquest capítol es mostra inicialment els principis de la recerca per desenvolupament (RD), que és la forma metodològica que decidim aplicar al nostre treball investigador, es presenta i justifica la RD com a contingut i com a base per a comprendre la metodologia emprada a la nostra recerca i s'explica els constructes necessaris. A continuació, s'expliciten els significats atorgats a les trajectòries hipotètiques de formació inicial en macrocicles i microcicles, i s'indiquen les fases i organització del procés metodològic global de la recerca (2.1.).

Es desenvolupen els perfils de mestre com a educador matemàtic que es considera (2.2.). En concret, les característiques des del punt de vista d'especialització, i com a membre d'una comunitat professional. Es tracta el concepte desenvolupament professional com a canvi, com a procés de reflexió, com a experiència, com a taula d'aprenentatge i com a construcció personal(2.3). A continuació es planteja els components matemàtic i estratègic del desenvolupament professional (2.4), així com la component actitudinal (2.5). Es mostra el sentit de la pràctica situada i els processos de pràctica establint la relació entre coneixement i pràctica professional (2.6). Finalment es descriuen les bases per a un model de formació que consideri el desenvolupament, s'analitzen alguns trets del paper del formador i es constata un conjunt de competències professionals que es tenen com a objectiu (2.7.).

2.1. Recerca per desenvolupament. Descripció i justificació.

Des de un punt de vista teòric i metodològic realitzem una recerca per desenvolupament (RD) perquè és un tipus de recerca centrada en el paradigma ecològic, accentuat per tenir una perspectiva fenomenològica, i que està inspirada en el desig d'innovar en educació. Aquest tipus de recerca implica concebre situacions d'enginyeria didàctica, validar el treball d'anàlisi a priori, relacionar les observacions realitzades amb el model teòric i responsabilitzar-se de l'anàlisi i les diverses fases de la recerca. A continuació mostrem els principis en que es sustenta i com s'adapta als nostres objectius.

L'objectiu de la RD, o també anomenada recerca disseny, no és mostrar que una aproximació innovadora a un tema és millor que la comú. **L'objectiu és oferir una reflexió teòrica fonamentada de cómo funciona la proposta innovadora.** El nucli de la RD està format pels experiments d'ensenyament que es centren en el desenvolupament de seqüències instructives i posar de manifest les teories instructives que les sustenten (Gravemeijer, 1994). En el cas d'un experiment d'ensenyament a classe, el recercador desenvolupa seqüències d'activitats d'instrucció que donen cos a les conjectures al voltant de l'aprenentatge dels estudiants. En aquest sentit el dissenyador anticipa una visió de cómo les activitats podrien ser dutes a terme a la classe i el que els estudiants podrien aprendre al participar-hi

L'anàlisi del procés dels estudiants pot donar informació valuosa que pot ser usada per revisar les activitats d'instrucció. Més enllà, si aquest procés cíclic de disseny i anàlisi es repeteix un cert nombre de vegades pot arribar a convertir-se en una teoria instruccional local que sosté una seqüència prototípica. Streefland (1991) dona un exemple pel cas de la comprensió de les fraccions per part dels estudiants.

Interpretem la **recerca per desenvolupament com una combinació de desenvolupament curricular i recerca educativa**, en la que el desenvolupament d'activitats d' ensenyament és usat com a significat per explicar, avaluar, ajustar i expandir una reflexió teòrica sobre la instrucció. Es considera com una "epistemologia natural", un canvi de perspectiva, i que porta a l'augment de la sensibilitat d'observació, doncs cal estar atent al que passa a l'aula, i implica també la capacitat d'afrontar la complexitat de la situació. És un procés cíclic semblant al que descriu Simon (1994) en un procés de formació i pren idees de diversos recursos (currículum, textos d'educació matemàtica, resultats de recerques) per construir la seqüència instruccional que es va re- dissenyant i comprovant.

Un instrument teòric i de disseny en aquest tipus de recerca en l'àmbit escolar és l'anomenada "trajectòria hipotètica d'aprenentatge " (TRHA), que Simon (1994) definia com una terna que supera la simple idea de recollida programàtica : *“La TRHA està constituïda de tres elements : l'objectiu d'aprenentatge que defineix la direcció, les activitats d'aprenentatge i el procés hipotètic - una predicció del pensament dels estudiants i la comprensió de com evolucionen en el context de les activitats d'aprenentatge”*. Simon (1994) usava la TRHA al seu Cicle d' Ensenyament de les Matemàtiques, en general per una o dues lliçons (veure fig.2.1.1.), on es mostra els elements considerats en un procés de formació cíclic. El coneixement del professor el permet dissenyar les activitats d' aprenentatge havent previst com es desenvoluparà l' aprenentatge dels alumnes . La posada en pràctica de la seqüència d' activitats i la posterior reflexió dona elements per replantejar, si cal, la trajectòria prevista .

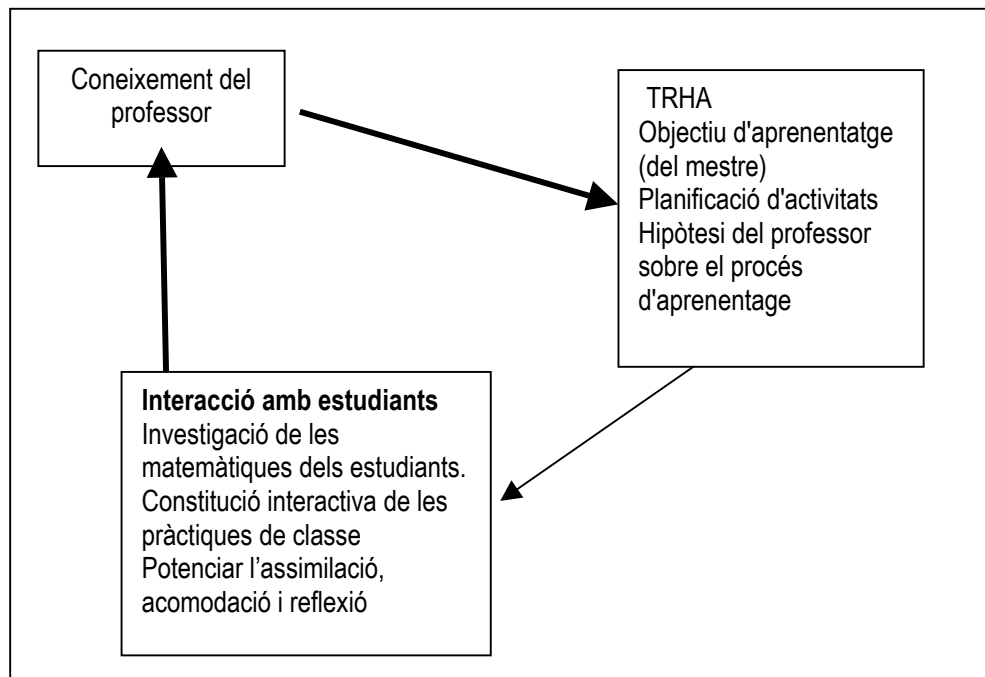


Figura 2.1.1. (Simon 1994: 35, adaptat per Gravemeijer 2001: 151)

Recerca per desenvolupament i formació inicial d'ensenyants.

Es fa una adaptació de la recerca sobre desenvolupament per a la classe de matemàtiques de Primària utilitzada per Gravemeijer (2001), i s'aplica a la formació d'adults futurs ensenyants. En efecte, el propòsit de la nostra recerca és contribuir a una reflexió teòrica sobre la formació de mestres de Primària, amb profunditat, basada en **l'anàlisi empírica per a la formació docent**. El resultat d'aquesta reflexió haurà d'especificar patrons en l'aprenentatge -formació d'ensenyants així com els significats que justifiquen dit procés de formació.

Al nostre estudi, estem especialment interessats en veure com els futurs docents poden aprendre a establir raonaments professionals, a partir d'un treball orientat per un plantejament realista de la formació. Això implica el disseny d'un ambient instructiu que sigui la base d'aquest procés de formació i anticipar la formació de patrons que ens permetin arribar a aconseguir aquest fi.

En aquest tipus de recerca no es possible cenyir-se a tots els aspectes que són considerats importants des d'una perspectiva de la metodologia de la recerca degut a la duració del curs i d'altres restriccions de la pràctica diària, com ara el nombre d'estudiants i també no voler condicionar els resultats a situacions "artificials" d'aula o de pla d'estudis que després no es podrien reproduir.

No es gaire freqüent dur a terme recerca per desenvolupament, ja que es tracta d'un procés més exigent que el procés de recerca -acció i implica una reformulació del mateix. La principal diferència està en que no es va als resultats de l'ensenyament sinó, en el nostre cas, a contribuir a una reflexió teòrica sobre desenvolupament professional en alguns aspectes relacionats amb la cognició. El model teòric en que ens basem està entre la teoria de la instrucció (Simon, 1994) i la reflexió cognitiva (Leinhardt, 1989).

La justificació de les conclusions a la RD consisteix en una combinació de troballes empíriques i consideracions teòriques. Les dades s'interpreten en un marc donat, per mitjà d'un procés d'experimentació i interpretació constants en cicles instructius. Els resultats s'interpreten inserits en un discurs científic continu. Aquesta noció de coneixement científic és consistent amb el constructivisme social en el que compartir coneixement només és possible en un procés de negociació de significats que, en el nostre cas, són opcions de formació docent. El concepte d'objectivitat de la recerca es reinterpretat a la RD com a intersubjectivitat, en la mesura que la investigadora comparteix interpretacions amb altres investigadors.

Per tal de fer una recerca en profunditat s'opta per analitzar alguns casos particulars en lloc de fer-ho amb tot el grup-classe tal com proposa Streefland¹(1991) en el seu treball de recerca sobre desenvolupament sobre fraccions en una classe de Primària. Tanmateix ell utilitza un grup de 6 alumnes per fer la seva anàlisi en profunditat.

¹ Lamentem no haver pogut compartir amb el professor Streefland, degut al seu traspàs, els resultats del nostre treball. Ell ha estat provocador principal de les nostres eleccions.

D'altra banda, l'activitat d'aula que s'analitza en la present recerca compren un període d'un curs acadèmic. En el nostre cas els cicles d'instrucció i experimentació estan connectats (Gravemeijer, 2001), ja que els estudiants són els mateixos i cada cicle comença amb els aprenentatges fets en l'anterior, es consideren diversos cicles agrupats en dos macrocicles.

La validació de la recerca es basa aleshores en la viabilitat, predictibilitat, abast i poder explicatiu (Borko i Peressini 1998), així com la generabilitat de la forma d'interpretar i actuar, tot preservant les característiques específiques dels casos individuals (Cobb 2000:327). Així, quan es triangulen les fonts evidencials de recollida de dades per mitjà d'instruments diferents, s'ajusten raonablement les inferències i afirmacions, amb varietat de propòsits diferents (Cobb 2000:328) i es consideren els models com a aproximacions (Schoenfeld 2000).

Trajectòries hipotètiques de formació inicial i pràctica professional.

Segons Simon (1994) un "professor constructivista" està pensant contínuament en el que podran comprendre els seus estudiants i com podria influenciar de manera indirecta el seu pensament. Per això, anomena al procés d'aprenentatge com trajectòria hipotètica, ja que no es pot saber segur que és el que realment aprendran els alumnes. El docent planifica i anticipa aquest procés- trajectòria, basant-se en el que sap de les diverses traces individuals dels alumnes. Tanmateix l'actuació a classe ofereix la oportunitat de tenir noves comprensions de les concepcions dels alumnes. Aquests nous punts de vista i l'experiència amb les activitats instruccionals serviran de base per constituir noves TRHA per les lliçons següents. Aquestes lliçons dutes a terme a l'aula i posteriorment analitzades –microcicles- constitueixen les unitats d'acció i reflexió teòrica que constitueixen els macrocicles i el procés fa avançar la reelaboració de les trajectòries hipotètiques com es veu en el diagrama de la figura 2.1.2.

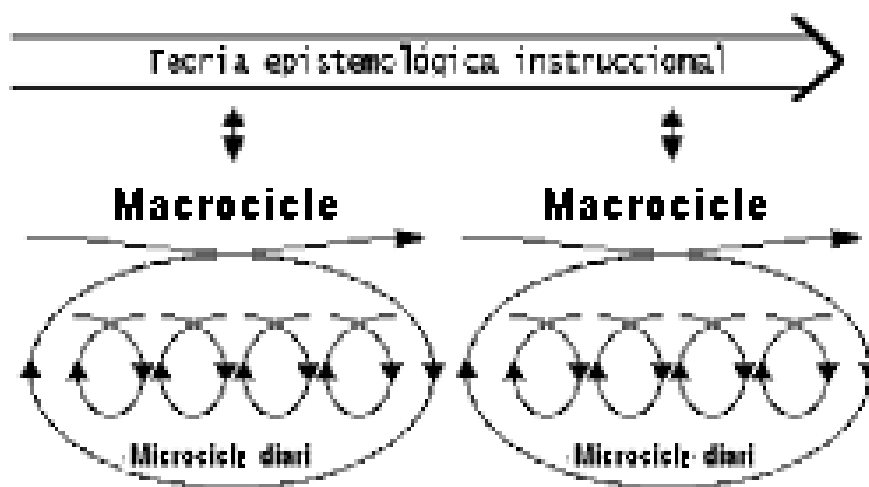


Figura 2.1.2. Adaptació dels cicles i macrocicles construint les TRHA (adaptat de Gravemeijer 2001).

Això, s'aplica al nostre cas amb el que anomenem **trajectòries hipotètiques de formació inicial (TRHIFI)**, on es presenta inicialment l'objectiu d'aprenentatge que defineix la direcció formadora (finalitats de formació, planificació, hipòtesi sobre els indicis de canvi professional). Aquesta direcció es basa en les concepcions prèvies de la recercadora - formadora. Es pre-dissenyen les activitats d'aprenentatge i el procés hipotètic - una predicció del pensament dels estudiants i la comprensió de com evolucionen en el context de les activitats d'aprenentatge.

L'esquema, que es pot veure a la figura 2.1.3 servirà de base per a la descripció de les Trhifi explicitades en el capítol 3. Com es pot veure inclouen finalitats, planificació, hipòtesis sobre indicis de canvi professional i competències professionals i instruccionals. En el gràfic es mostra la influència del coneixement del formador a l'hora de decidir les finalitats, la planificació, les hipòtesis que fa sobre els indicis de canvi professional i la tria de les competències a desenvolupar. Formador i estudiant de mestre interaccionen a l'aula i així el primer pot tenir noves comprensions de les concepcions dels alumnes a partir de la pràctica.

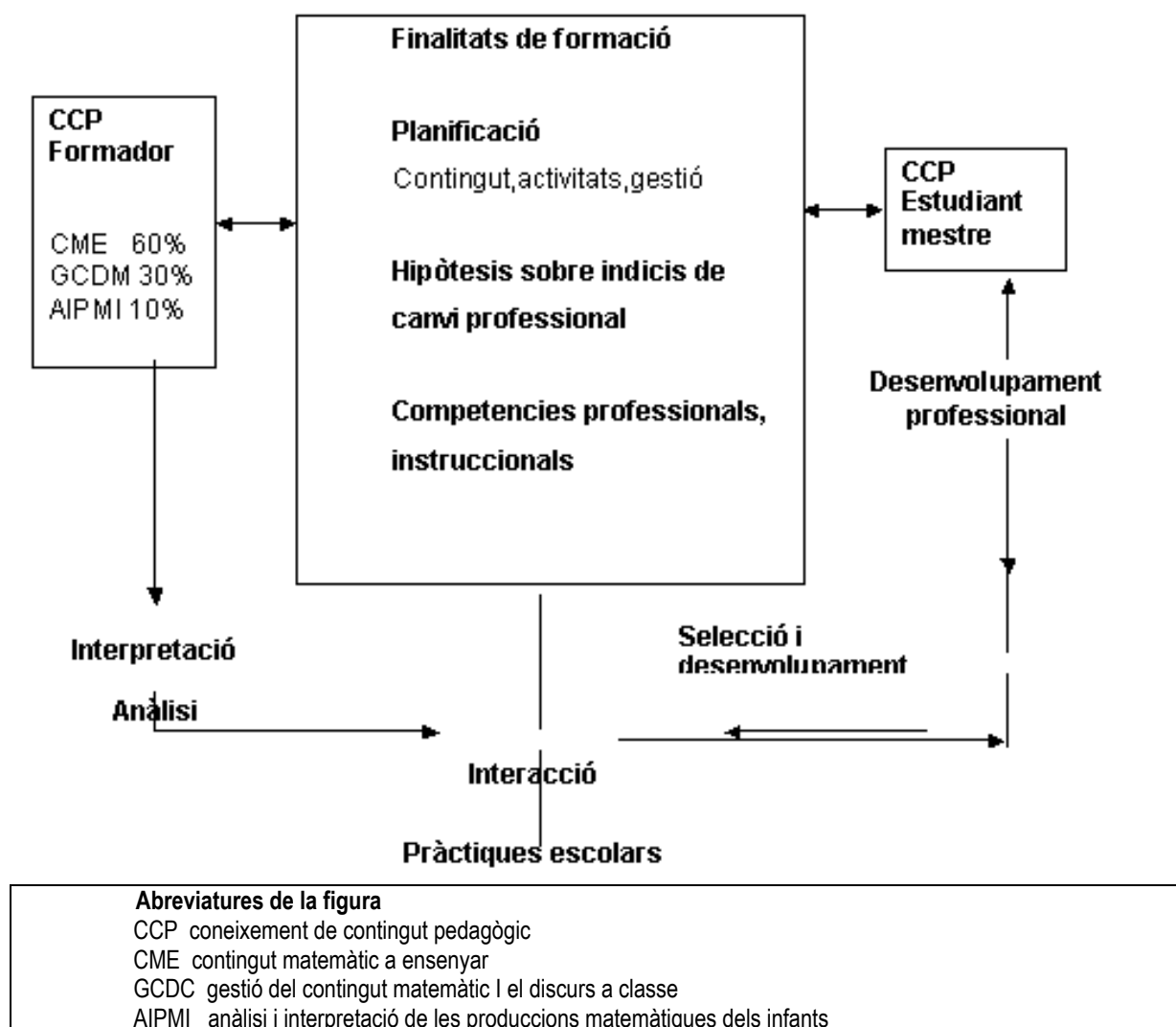


Figura 2.1.3. Esquema de components de les Trajectòries Hipotètiques de Formació Inicial (TRHIFI)

D'altra banda, els cicles curts, es presenten readaptant els cicles de Smyth que utilitza Flores (2001) (veure fig. 2.1.4.). Com es veu en la figura l' anàlisi de significats i l' experimentació simulada porta a la reflexió a través de l' anàlisi del contingut i es concreta en una tasca a realitzar. El seguiment de l'anàlisi porta a la sistematització a partir de la elaboració de propostes. Un d'aquests microcicles d'aproximadament tres sessions s'explicitarà al capítol 3 per a justificar el valor i potencial del treball realitzat.

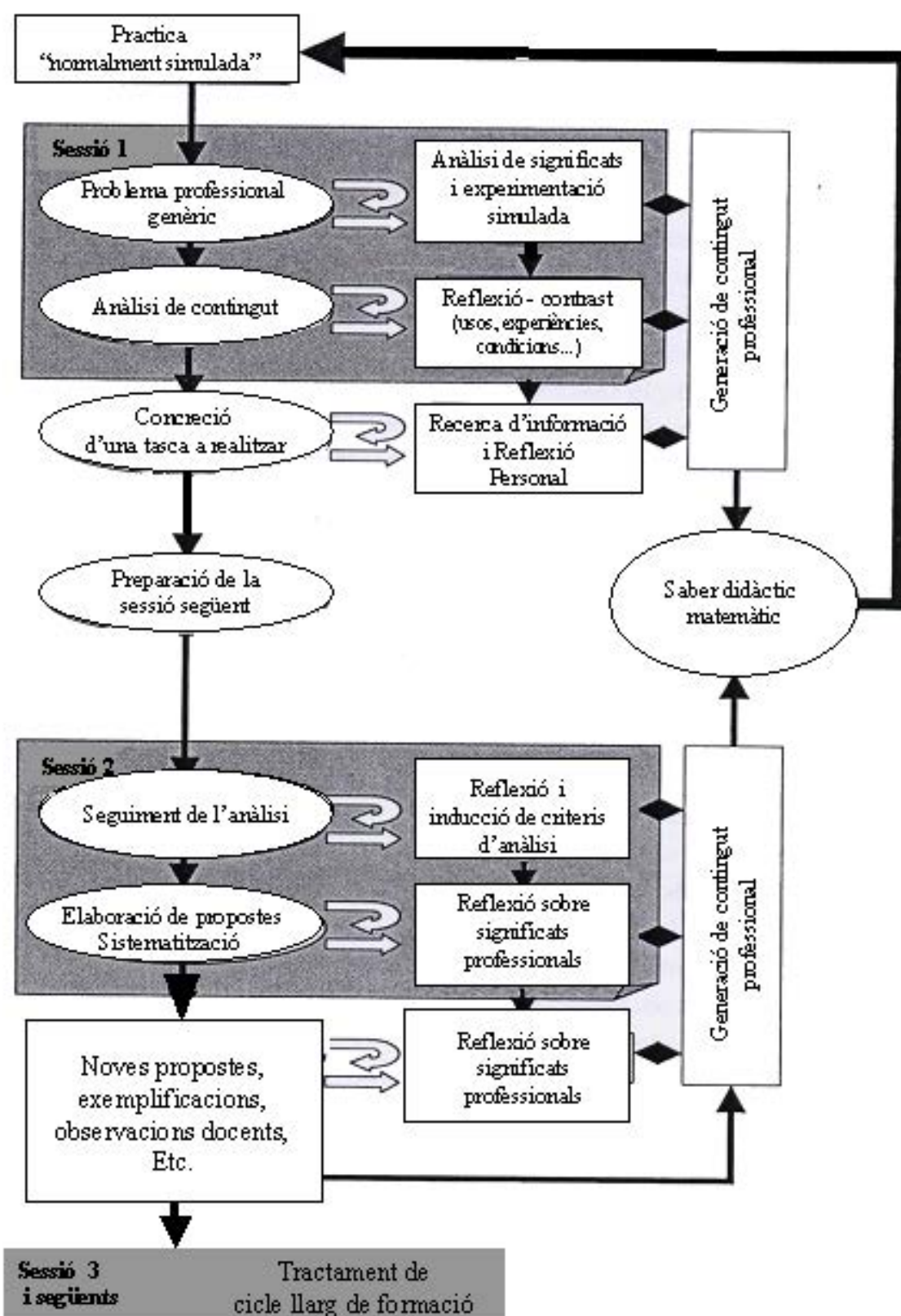


Figura 2.1.4. Esquema d'un microcicle curt de formació (adaptat de Flores 2001).

Fases de la recerca per desenvolupament.

Com ja s'ha plantejat es fa una recerca "per desenvolupament" de tipus formatiu, que és un estudi d'un producte específic i disseny d'un programa. Com a recerca bàsica té com a objectiu una reflexió teòrica sobre el desenvolupament professional. Els resultats d'aquesta reflexió tenen validesa restringida a contextos similars, tot i que l'adaptació fa quasi impossible la rèplica en sentit estricte (cf. Ball, 1993; Simon, 1995.). El desafiament sobre la reproductibilitat que s'exigeix metodològicament consisteix es basa en el fet en el fet que es tracta de controlar i analitzar un bon experiment (Gravemeijer 2001). Tanmateix el treball permetrà que es faci una realització acomodada en altres llocs, considerant condicions similars.

D'acord amb el que s'ha convertit en habitual als darrers treballs de RD des de la matemàtica realista, es consideren tres fases:

Primera fase. **Disseny preliminar.**

Segona fase. **Experimentació d'ensenyament.**

Tercera fase. **Anàlisi retrospectiva.**

Durant la **primera fase** cal aclarir els objectius d'aprenentatge en la formació inicial, tant a nivell genèric com específic per ensenyar matemàtiques a Primària i també una "visió anticipadora" dels investigadors (incloent algun validador extern) sobre el que creuen que podria ser el procés d'ensenyament- aprenentatge a l'aula. Això comporta tenir informació sobre els processos d'aprenentatge en cursos anteriors, coneixements curriculars, textos, resultats de recerques anteriors, etc. Els recursos existents es poden adaptar a les situacions concretes, trobant noves aplicacions o bé es poden crear recursos expressament. Al final d'aquesta fase formulem "una reflexió teòrica sobre la formació" i es té la conjectura de com es produirà el procés d'aprenentatge en el que s'anticipa, com podrien evolucionar el pensament i la comprensió dels alumnes a l'usar les activitats programades a classe (TRHIFI). Aquesta hipòtesi de com es produirà la formació cal que estigui constituïda per :

- objectius d'aprenentatge pels estudiants de mestre.
- activitats instruccionals planificades.

Durant la **segona fase**, en la que es produeix l'experimentació de les activitats d' instrucció previstes, cada sessió de classe i la posterior revisió del que ha passat **realment** constitueix un microcicle. Totes les activitats de classe que constitueixen el programa sencer no s'inclouen en un macrocicle per a l' anàlisi, només les que es consideren relacionades amb els resultats d'aprenentatge que s'estan investigant.

De fet, en aquesta fase, es produeix un **fenomen d'aprenentatge del/ s recercadors** semblant al del procés de recerca- acció. Cal fer modificacions de manera continuada després de cada microcicle per tenir en compte l'anàlisi del que ha passat a les classes, d'on es desprendre la reproductibilitat, en el sentit que centrem els nostres informes sobre la pràctica, com el formador es comporta per a promoure canvis en el coneixement matemàtic dels estudiants (seguint a Simon et al 2000:583). De fet, en el procés hi ha la oportunitat de trobar la manera d'estendre les TRHIFI a partir de nous punts de vista, aleshores tenim la oportunitat de conèixer millor el pensament i la comprensió dels estudiants.

Durant la **tercera fase** es duu a terme l'anàlisi retrospectiva amb totes les dades obtingudes durant l'experimentació. Es consideren treballs escrits dels alumnes, el diari d'anotacions del formador, les notes de camp i les trobades amb el recercador extern a l'aula. És important tenir en compte que no s'ha considerat els registres gravats de totes les classes, ja que no es fa una anàlisi de les interaccions, sinó que es centra en les produccions. Considerem, per últim, que les conclusions es poden veure afectades per les creences i principis de la recercadora, que és al mateix temps la formadora, i això es tracta de superar amb l'anàlisi posterior amb un

recercador extern que és l'orientador del treball. Alguns elements del treball han estat discutits també amb d'altres recercadors².

2.2. El mestre de Primària com a professional educador matemàtic

Formar un mestre de Primària demana que abans de res, definim quines característiques considerem per aquest professional. El futur mestre de Primària ha de reconèixer abans de res les seves funcions educadores (Informe Cockcroft 1.982), utilitzant les matemàtiques com mitjà per a desenvolupar les capacitats dels seus estudiants.

Considerem imprescindible contemplar el caràcter professional contextualitzat de la didàctica de la matemàtica, caràcter que la lliga a la pràctica docent i als problemes concrets amb que es troben els ensenyants de matemàtiques; en aquest sentit reconèixer tècniques i mètodes d'anàlisi que permeten un coneixement cada vegada més precís del que succeeix en l'aula. Capacitar per al desenvolupament d'una metodologia que propiciï l'àmbit d'anàlisi dels problemes concrets que apareixen amb uns alumnes concrets, en un aula i en unes condicions determinades. Això exigeix comprensió dels mecanismes del procés d'ensenyament i aprenentatge.

Característiques i perfil generalista- especialitzat.

Què es vol de l'ensenyant? El perfil de mestre de Primària que es defineix es denomina normalment "generalista". Però això es redueix sovint a dir que "va a ensenyar de tot i de forma general".

² Agraïm a la professora Terry Wood i els professors Isabel Valle, Pedro Pallarés i Maria Graça Simoes l'haver poder discutir sobre aquests aspectes i recolzar les nostres observacions.

Formar un mestre de Primària en Matemàtiques des d'aquesta perspectiva generalista considerem que implica incloure diversos aspectes esmentats per diversos autors que indiquen un cert grau d'especialització :adaptabilitat i capacitat de viure l'educació matemàtica "del moment" (Keitel 1995) , incorporar un desenvolupament de la cultura en sentit ampli (D'Ambrosio 1979, 1992), posseir una actitud reflexiva (Schon 1991), no perdre de vista els elements socials (Abraham & Bibby 1988) , esser potenciador de valors democràtics (Niss 1995), esser capaç d'aconseguir metes tecnològiques (Skovmose 1994), i també esser capaç de mostrar l'efectivitat del sistema matemàtic (Rico 1997).

Això es reconeix mitjançant capacitacions específiques que expliquem a continuació: un professor socio - culturitzador, globalitzador, reflexiu, integrador i amb unes tasques bastant definides. Més endavant, s'afegirà les característiques que ha tenir com educador matemàtic.

Un mestre socio - culturalitzador. El mestre en l'aula no és un artista, o un clínic, que es recolza només en el domini de tècniques i destreses, sinó també en el coneixement de les ciències. Així, el mestre elabora una manera personal d'intervenció a partir del diagnòstic i avaluació contínua de la situació de l'ecosistema de l'aula.

Per això, es considera que el mestre ha de conèixer els principis, els objectius i valors genèrics que constitueixen l'esquelet del marc curricular, ha de conèixer també exemples i alternatives de projectes curriculars elaborats i experimentats en altres llocs i temps, amb caràcters més o menys similars o distints, ha de dominar l' estructura epistemològica de l' àmbit disciplinar o interdisciplinari sobre el qual ha de treballar, i ha d'analitzar les peculiaritats del grup social d'alumnes que componen la seva aula.

Sobre aquest múltiple coneixement, elabora i concreta una proposta flexible d'intervenció que treballarà conjuntament amb els alumnes, atent a la seva evolució i

conseqüències. Ara bé, segons Pérez (1992, p. 423) els aspectes fonamentals per a una formació del professorat en el marc de la tercera perspectiva abans citada - perspectiva radical o hermenèutica - reflexiva-, també dita crítica i de reconstrucció social, són els següents:

1. L'adquisició per part del docent d'un **bagatge cultural** de clara orientació política i social, en el qual les disciplines són l'eix central dels continguts d'una part important del currículum de formació.
2. El desenvolupament de capacitats de **reflexió crítica sobre la pràctica**.
3. El desenvolupament d'actituds que requereixen el **compromís polític** del professorat com intel·lectual transformador en l'aula, en l'escola i en el context social.

En una línia semblant, Gimeno (1983 i 1986) diu que la formació del professorat en general *ha de dotar, al futur docent, d'instruments que siguin una ajuda per al coneixement i interpretació de les situacions problemàtiques complexes en les quals se situa, i implicar-lo en tasques de comunicació intersubjectiva i formació comunitària* per a donar a l'educació escolaritzada la dimensió de nexa entre el saber intel·lectual i la realitat social, amb la qual ha de mantenir estretes relacions. Així, "el concepte de bon mestre i les competències tècniques concretes que inclogui aquesta accepció depèn de com un sistema educatiu es planteja el currículum per a un determinat nivell educatiu".

Per altra banda, Fernández (1989a i b), en el marc que ell mateix anomena "model contextual -crític de formació de formadors", proposa que la formació del professorat sigui una preparació per a entendre el desenvolupament d'un projecte humà, social i crític, que impliqui tant una realització personal, com un compromís d'incidència en el mitjà professional i social en el qual es troba.

A més, el mestre és socio - culturitzador matemàtic quan ha d'ajudar als seus estudiants a comprendre el paper sociocultural del coneixement matemàtic, l'enculturació del contingut (Bishop 1995).

Un mestre facilitador. Els EM han de "facilitar criteris per a analitzar i relacionar les dades, i brindar plantejaments per a l'aplicació racional i justa del saber", i per això és necessari que aquest professional no sigui només "un especialista en determinat camp de coneixement, sinó una persona capaç d'integrar el coneixement, de prendre una postura crítica davant la seva selecció i tractament, d'investigar col·legiadament sobre la naturalesa del saber, sobre la manera de transmetre'l i sobre la utilització del mateix al servei de valors".

Un mestre investigador. Es formarà millor un mestre investigador si els formadors es mostren com investigadors, reconeixent i usant resultats de la investigació en didàctica de la matemàtica. Han de tenir en compte el que se sap sobre les matemàtiques com objecte d'ensenyament, les idees dels futurs professors sobre les matemàtiques corresponents al que van a ensenyar, sobre quines matemàtiques cal ensenyar i per què, sobre la forma que els alumnes aprenen, sobre les seves idees sobre les relacions mestre -alumne, etc... Podrien fer aquí una breu classificació:

- Aquells que fan referència als temes de primària, dels quals comprenen aspectes tan diversos com són les idees dels alumnes, les dificultats que tenen en l'aprenentatge en general i en aspectes concrets de la matèria, la influència del mitjà social, cultural, afectiu sobre l'aprenentatge, el paper de la motivació, dels interessos dels alumnes, de les actituds i de les aptituds, les interaccions entre estudiants i entre professor i estudiants, etc...

- Aquells que fan referència a les estratègies d'ensenyament en les quals es contemplen des de noves propostes curriculars i nous recursos d'ensenyaments concrets fins a teories sobre aprenentatge mitjançant resolució de problemes, etc
- Aquells que fan referència al marc en el qual es desenvolupa l'ensenyament (context) com és el centre escolar, l'aula, el taller, el laboratori, les interrelacions alumne - alumne, professor - alumne, professor - classe, etc...

La formació d'un mestre investigador, passa també per una forma de metodologia de formació constructiva, que s'explicita a continuació.

Un mestre constructiu. Es considera que el mestre ha de ser format des d'una perspectiva constructiva, fomentant en ell formes d'estructuració diferents, i formes de pensament que no siguin només la verbal i l'aritmètica. De fet, formes sensorials del pensament, especialment del tipus visual, es troben en el centre del nostre pensament, en el desenvolupament i engegada de bona part de les nostres idees.

El EM deu reconèixer diversos significats dels continguts, iniciant treballs de manera que es cuidi la percepció. En efecte, es considera actualment que la majoria de les activitats mentals tenen relació amb els processos de formació d'imatges. El pensament no només és verbal, no només es manifesta a través de la formulació de proposicions, sinó que sens dubte produïm altres tipus de pensament, per exemple el pensament a través d'imatges, lligat a la percepció, i per tant al pensament visual. Al costat dels aspectes perceptius, un procés de construcció de significat amb estudiants de 22 anys de mitjana no deu ser aliè a les representacions i ajudes visuals que el futur mestre utilitzarà en la classe.

És indubtable que l'aparició dels ordinadors, i especialment dels ordinadors a classe, ha motivat el creixent interès per l'estudi del desenvolupament de les capacitats de representació visual. Per altra banda, se suposa que l'experimentació i

la visualització són processos que afavoreixen la comprensió i el descobriment matemàtic.

Es pensa que el EM deu reconèixer les visualitzacions com una forma de validació del fet matemàtic, molt important per a formar alumnat d'educació infantil i Primària. Al costat d'això, cal considerar també la validació empírica, quan es tracta de provar alguna cosa, mostrar, comprovar si funciona, etc. sense explicar el perquè mitjançant materials, ordinador, calculadores.... És aquesta visualització la qual ens duu a plantejar hipòtesis i després caldrà validar aquestes hipòtesis. Però també deuen usar -se validacions semàntiques i sintàctiques, que se serveixen d'argumentacions; la primera respecte al significat, la segona respecte a l'estructura o forma, i pertanyen a una etapa més avançada del procés en la presentació del saber matemàtic.

El mestre de Primària com a educador matemàtic.

El mestre de Primària no és només un gestor dels aprenentatges. No ha de ser aquell que es compromet "en certes conductes en classe" sinó que també ha de ser un processador actiu d'informació (en la línia de Clark & Peterson 1986) abans, durant i després de la instrucció en classe.

Les creences, el coneixement, els judicis, els pensaments i les decisions tenen el seu efecte profund en la manera com ensenyen així com en l'aprenentatge dels estudiants en les seves classes. En suma, " les creences, els pensaments, els judicis, el coneixement i les decisions afecten a com els professors perceben i creuen sobre l'ensenyament en el nou currículum com és entès pels quals ho desenvolupen" (Peterson i altres, 1989, p. 1-2.). pugui construir una anàlisi didàctica que els futurs mestres revisquin el seu coneixement passat.

És evident que el professor és una persona adulta que té una personalitat i una vida privada que es desenvolupa en la societat exterior a l'àmbit escolar, la qual cosa condiciona les seves vivències i les seves relacions personals en el món

professional. A més, el o la mestre té la seva pròpia història, la seva formació professional, que condicionen les seves concepcions sobre les matemàtiques i el seu ensenyament. Per un costat, existeix la seva ideologia on es considerarà: les seves idees sobre els fonaments epistemològics de les matemàtiques; les seves idees sobre la finalitat de l'ensenyament, en general, i de les matemàtiques, en particular;

D'altra banda, existeixen les seves creences més lligades al seu ensenyament concret : les seves creences sobre com aprèn l'alumnat, les seves creences sobre el paper de l'ensenyant en el procés d'aprenentatge de l'alumnat.

La formació matemàtica dels futurs mestres ha de superar la visió dominant d'unes matemàtiques úniques i universals en la nostra societat occidental, visió que, sens dubte, té repercussions en la seva formació. Així, la formació ha de procurar que conegui les matemàtiques que ha d'ensenyar, així com elements epistemològics d'alguns continguts d'aprenentatge escolar vinculats amb sistemes culturals diferents.

Les representacions dels professors sobre significat de "fer" matemàtiques, de si les idees matemàtiques són susceptibles d'interpretació o discussió,... són un aspecte important dels missatges implícits que els professors transmeten als estudiants sobre la naturalesa de la disciplina. Steinberg i altres (1985) van observar que existia una relació aparent entre l'educació formal que tenien els professors, el seu coneixement real del tema específic de matemàtiques que ensenyaven, el seu coneixement sobre una imatge global de les matemàtiques i les aproximacions que utilitzaven en el seu ensenyament. Van observar que els professors amb un major nivell de coneixements matemàtics eren més conceptuals, mentre que aquells amb menor nivell de coneixement donaven un ensenyament basat en regles i procediments.

En resum, el professor és un educador matemàtic quan no és un simple transmissor o executor del currículum, sinó que és un subjecte actiu que filtra, redefineix, interpreta i valora el programa, a la llum del seu coneixement pràctic de la seva manera d'entendre l'ensenyament, de la seva percepció personal del programa, de la seva visió del propi entorn del treball i de les exigències que li són plantejades (González 1986). Però per a poder fer-ho, necessita ser capaç de reconèixer el valor d'una anàlisi didàctica matemàtica contextualitzada.

El mestre de primària com a membre d'una comunitat professional.

“Un mestre ideal és un membre d'una comunitat professional que està disposat, motivat i capacitat per ensenyar i per aprendre a partir de les seves pròpies experiències com a ensenyant” (Shulman & Shulman 2004). En el nostre treball considerem que comporta sis dimensions :

- (a) **Disposició** per a fer realitat una visió clara dels objectius docents.
- (b) **Motivació** per assumir les tasques que es consideren essencials.
- (c) **Capacitat** per a tirar endavant pragmàticament un projecte docent.
- (d) **Reflexió** per aprendre d'experiències pròpies i alienes i introduir canvis.
- (e) **Pràctica** per concretar accions docents d'aprenentatge.
- (f) **Comunitat** Integració i coordinació en un equip de mestres.

Vegem el significat que atorguem a aquests elements i com s'integren els diferents elements del perfil de mestre que implica.

- (a) **Disposició al canvi.** A partir d'una visió concreta dels objectius generals a aconseguir (nens actius, participatius, reflexius,...), dels objectius disciplinaris i dels interdisciplinaris, el mestre està disposat a pensar l'ensenyament com un procés i no només com una acció transmissora i a pensar en l'aprenentatge com un procés creatiu i no pas repetitiu. Aquesta disponibilitat vers un enfocament renovador i reflexiu implicarà sovint el desenvolupament d'una

personalitat pròpia confrontada amb les figures tradicionals de mestratge.

(b) Il·lusió i motivació. La més perfecta de les preparacions intel·lectuals no servirà si en el moment de la veritat, a la classe, el mestre no es planteja amb il·lusió la seva tasca. Cal motivació per a fer les coses bé i per donar peu a canvis, adaptacions, generació de noves propostes, etc.

(c) Capacitat. Un mestre ha de tenir el coneixement i la capacitat per entendre molt bé allò que ha d'ensenyar i el còm ho ha de fer (conèixer i fer). Així calen capacitats per conèixer els continguts disciplinaris i interdisciplinaris, entendre el currículum amb profunditat, saber organitzar i portar la classe, saber avaluar a la classe, relacionar-se amb totes les comunitats implicades i entendre els estudiants intel·lectualment, socialment, culturalment i personalment sota perspectives de desenvolupament.

Shulman (1987) ja considerava que el coneixement d'un professor de matemàtiques havia de justificar-se tant per la seva actuació com per les seves "*explicacions raonades*" dels fets. D'aquesta forma considera al professor o professora com aquell que sap com interpretar, expressar o representar la matèria, de manera que els estudiants puguin entendre-la. Aquesta noció és la que anomena "psicologització" de la matèria i s'usarà com un ideal per a la conceptualització del coneixement dels professors d'un àrea de contingut.

(d) Capacitat per involucrar-se en la pràctica en actuacions apropiades. Aquest és "el cor" d'ensenyar: la capacitat per a portar a terme accions intel·ligents i adaptatives. Formar per aquesta capacitat és especialment complex. Cal adaptar el currículum a cada cas, atendre i reconduir les dinàmiques de classe, avaluar formal i

informalment, motivar amb coses noves, actuals i de la vida de l'entorn, etc.

(e) Aprendre de l'experiència a través de la reflexió. La reflexió està en el cor de l'aprenentatge i només promocionant-la es podran assegurar canvis positius i re-orientacions a la llum de l'experiència però amb el filtre de la reflexió professional (avaluant, revisant, auto-criticant actuacions,...). Arribar a ser “un mestre ideal” (Shulman i Shulman, 2002) o bé un mestre excel·lent (AAMT, 2002) és un procés a llarg termini que implica una gestió personal i voluntària del procés, però en la que intervenen de manera decisiva institucions i persones, en un marc social determinat.

El llarg camí cap a la expertesa comença amb la formació universitària inicial. Com l'experiència mostra, i no només en aquest cas, la formació inicial pot determinar el rumb de l'itinerari de la formació cap a l'expertesa o, més perillós encara, **que no es senti la necessitat de continuar-la**. Es per la importància decisiva que té la formació inicial, que cal fer una recerca seriosa sobre els plans d'estudis, els materials i les metodologies per dur-la a terme.

Tenint en compte les circumstàncies actuals (renovació dels claustres escolars de Primària en uns pocs anys, augment de la natalitat provocada per una creixent immigració, necessitat de formar ciutadans matemàticament competents,...), la formació inicial que porti a facilitar l'existència de bons mestres de matemàtiques a l'ensenyament primari planteja, a la vegada, un repte i una necessitat urgents.

Les dificultats de la tasca són enormes per que, a més de formar professionalment, cal compensar una formació matemàtica i humanística insuficients o poc adients, segons el cas. També contribueix a la dificultat la necessitat de canviar de manera radical la manera d'ensenyar sobre la que els alumnes de mestre tenen experiència, doncs com diu Gallimore (1996) “*canviar de manera d'ensenyar*

és un canvi cultural i els canvis culturals són difícils". En particular, com diu Hiebert et col. (2003), no podem esperar grans resultats en aquestes circumstàncies. Tanmateix, pels joves que estant il·lusionats en ser mestres i pels alumnes que se'n poden beneficiar, val la pena intentar-ho.

2.3. Sobre el desenvolupament professional.

Arribar a l'expertesa és un procés complex que, a més d'elements externs ve determinat per la voluntat del mestre i que implica l'aprenentatge durant la vida laboral. El desenvolupament professional és un aspecte central al plantejar-se la formació. Una altra qüestió es els tipus de coneixements que fan possible la preparació per ensenyar i cal tenir en compte també les circumstàncies en les que es genera el coneixement específic en els estudiants de mestre i en els mestres en exercici. Per això, en aquest apartat es presenten les característiques considerades en la recerca, en una formació de qualitat, i els conceptes teòrics implicats.

En els darrers anys, el desenvolupament professional dels mestres ha merescut molta atenció per part dels educadors matemàtics com a constructe que permet reconèixer les característiques de qualitat de formació. Per a Ponte (1997), el desenvolupament professional correspon a un procés *"de creixement de la seva competència en termes de pràctiques lectives i no lectives, en l'auto-control de la seva activitat com educador i com element actiu dins l'organització escolar. El desenvolupament professional respecte als aspectes lligats a la didàctica i també a l'acció educativa general, als aspectes personals i relacionals i d'interacció amb d'altres mestres i amb la comunitat extra-escolar"* (p.44).

Day (1999) dona un sentit molt més ampli al desenvolupament professional del mestre, dient que es tracta d 'un procés que compren totes les seves experiències d'aprenentatge (naturals, planificades i inconscients) que li aporten beneficis directes o indirectes, i que contribueixen a la qualitat de la seva pràctica

amb els alumnes. El professor, individualment o amb els seus col·legues, renova i amplia els seus compromisos pel que fa a les finalitats de l'ensenyament i adquireix i desenvolupa, de manera crítica, el coneixement així com les tècniques i la intel·ligència (cognitiva i afectiva) essencials en una pràctica professional de qualitat amb els alumnes en el context escolar. Així, el desenvolupament professional es vist com un procés complex en el que el mestre intervé globalment incardinat en el procés escolar, amb la seva problemàtica interna i els lligams amb l'exterior.

El desenvolupament com a canvi. Obstacles.

En una societat canviant, i per tant en una escola canviant, el mestre s'ha de veure permanentment com un aprenent, com un agent actiu en el seu lloc de treball i disposat a col·laborar amb els seus col·legues, tant pel que fa a la pràctica lectiva com en els problemes educatius més amplis. És en aquest sentit que es pot criticar la perspectiva de l'aprenentatge dels mestres com una adquisició fragmentada d'informació o de competències específiques d'ordre pràctic (Popkewitz, 1992). Més que parlar de promoure el canvi de les concepcions i pràctiques dels mestres, té sentit estudiar les condicions que provocaran un posicionament diferent de la seva activitat professional, prenent iniciatives per formular i resoldre els problemes que es troben en el dia a dia.

El desenvolupament professional implica sempre *algun aprenentatge, i en conseqüència algun canvi*. Segons Christiansen i Walther (1986), l'aprenentatge del mestre sobre l'ensenyament es dona quan adquireix la capacitat de veure i fer coses que no feia abans.

El canvi en el mestre només es dona si l'ensenyant està disposat a canviar (Fullan, 1993; Hargreaves, 1998; Thompson 1992). Ningú canvia a ningú, el canvi és un fenomen interior, per que es doni ha de ser desitjat pel subjecte. Per altra banda és necessari que l'ensenyant estigui disposat a córrer riscos implícits en les innovacions educatives i a afrontar les inseguretats dels nous plantejaments. Això ja constitueix un element important en l'inici del procés d'aprendre a ensenyar a

aprendre. Per Day (1999), el canvi no es pot forçar, doncs *“Si el canvi no es internalitzat, probablement no passa de canvi cosmètic i és temporal”*.

Tot canvi implica, inevitablement, elements d'incertesa i tensió i l'ensenyant necessita sentir que controla els esdeveniments. És important que pugui tenir un recolzament, al menys temporalment, per si sorgeix alguna dificultat.

Un dels obstacles pel canvi és la inseguretat de l'ensenyant. Quan es treballa d'una certa manera durant un període de temps prou llarg, sent que pot assumir els problemes que puguin sorgir. És natural que l'ensenyant es resisteixi a abandonar la seva base de seguretat, el que mostra que el canvi no és només un procés cognitiu, sinó que implica les emocions (Day, 1999). Un altre obstacle a la innovació és la opinió dels altres mestres. La pressió dels companys de treball pot condicionar la seva pràctica. Aquest obstacle evidencia que les institucions són realment importants en els canvis de les pràctiques educatives. Aquestes idees donen consistència a pensar que ensenyar és una activitat personal que es relaciona amb la manera que el mestre es veu a si mateix com a professional.

Com diu Serrazina (1998), un altre obstacle es relaciona amb el coneixement del mestre dels continguts matemàtics a ensenyar, sobre com poden aprendre'ls o entendre'ls els alumnes i sobre els mètodes d'ensenyament a utilitzar. Pel desenvolupament de la confiança i de les concepcions de l'ensenyant en relació amb la matemàtica és important que consolidi el seu coneixement sobre els continguts matemàtics i la seva didàctica, contrastant diverses maneres d'entomar-los. En aquest cas, aquest obstacle pot ser vençut amb poques dificultats si s'observa i es discuteix amb d'altres ensenyants.

Desenvolupament, reflexió i experiència.

La reflexió pot contribuir de manera molt important al canvi de l'ensenyant. Segons Christiansen i Walther (1986), el mestre treballa a partir de les seves creences, coneixements, expectatives i previsions que són alterades per la seva

reflexió. També Kelchtermans (1995) destaca el paper de l'experiència i de la reflexió, afirmant que un ensenyant legitima una teoria quan veu que li funciona a la pràctica. La reflexió que fa sobre la seva acció pràctica a l'aula, és essencial per que hi hagi desenvolupament professional. Segons Day (1999) els adults aprenen quan se'ls hi ofereixen oportunitats per reflectir les seves experiències i aprenen de la pràctica treuen partit de les situacions que combinen acció i reflexió. El canvi és un procés que porta el seu temps i que implica l'alteració de les creences, coneixements i formes de treballar de l'ensenyant.

Schön (1983,1987) descriu la forma com els professionals es relacionen amb situacions d'incertesa, inestabilitat i conflicte de valors. Afirmar que el professional, a través de la reflexió, pot re-considerar la seva comprensió tàcita o el seu comportament en una situació concreta i, d'aquesta manera, desenvolupar un nou sentit per les situacions problemàtiques i per a les incerteses. Quan un professional reflexiona sobre la seva pràctica, els objectes de la seva reflexió són més diversos quan més extens, ric i profund és el coneixement que té per aquesta pràctica.

Schön (1983) també diu que en la pràctica estan sempre presents els mitjans, un llenguatge i uns repertoris que el professional usa per descriure una realitat i la seva pròpia experiència, els sistemes interpretatius i les teories que porta i el context en el que treballa. Aquests elements varien d'un professional a un altre i també els elements presents en la reflexió tendeixen a canviar en períodes de temps més llargs que una simple pràctica.

La importància de la reflexió també es esmentada per Meziroz (1991), que defensa que a través de la reflexió interpretem l'experiència del dia a dia i fem, racionalment una nova avaluació de validació a un esquema de significat anterior. Per aquest autor, reflectim sobre el contingut la descripció d'un problema, però també hi reflectim les estratègies i procediments usats en la seva resolució, moltes vegades en el decurs de l'acció i altres vegades després.

La reflexió és més que una simple presa de consciència de la nostra experiència i del nostre coneixement (reflexió sobre els continguts). Implica també la reflexió sobre els processos i sobre les premisses. Recorrem a la reflexió quan volem orientar-nos per fer una sèrie d'accions o quan tenim dificultats de comprensió d'una nova experiència.

Marcelo (1992) subratlla que per que la reflexió sigui profitosa, no pot ser buida de continguts. El procés de reflexió ha de descriure 's en relació al contingut que s'està ensenyant o que es va a ensenyar. Diu que els professors han de concentrar-se en l'anàlisi crítica de la transformació que fan del contingut per que les pràctiques d'ensenyament es converteixin en una oportunitat d'aprenentatge. Per Schön el professional es pot beneficiar de la recerca sobre els processos de reflexió en l'acció en la mesura que això el pugui ajudar a apercebre's d'aspectes de si mateix que desconeixia.

Diversos autors lliguen el coneixement d'un mateix a l'experiència de fer de mestre (Day,1999; Jaworsky,1994; Ponte,1997; Serrazina,1998), el que permet associar-lo al desenvolupament professional de l'ensenyant, en el ben entès que és un procés que inclou totes les experiències d'aprenentatge naturals, planejades i conscients del mestre.

L'ensenyament es torna una rutina i amb oportunitats mínimes de creixement professional si no examinem de manera organitzada i disciplinada la nostra experiència (Shulman 1992). Aprenem a través de la reflexió sobre la pròpia experiència i no directament a partir d'ella. Els ensenyants poden aprendre a partir d'experiències dels altres si són documentades i discutides. La reflexió és un procés pel que els mestres reestructuren el seu coneixement pràctic i personal. Es un procés a llarg termini, i es essencial per desenvolupar les seves competències com a docent i com un procés en el que es guanya confiança per a fer i ensenyar matemàtica.

El desenvolupament com a taula d'aprenentatge

Pel que fa a l'inici del desenvolupament professional, Shulman (2002) planteja un procés que descriu a partir d'una taxonomia que anomena Taula d'Aprenentatge i que conté els elements següents: Implicació i motivació, Coneixement i comprensió, Actuació i acció, Reflexió i crítica, Judici i disseny, Compromís i identitat. Aquest procés és considerat cíclicament ja que, després de compromís i identitat venen noves implicacions i motivacions.

En la taxonomia que Shulman presenta, segons ell mateix, l'aprenentatge comença amb la implicació del estudiant de mestre (o d'altre formació adulta), que porta al coneixement i la comprensió. Una vegada un entén, es capaç d'actuar. La reflexió crítica és una pràctica i la comprensió porta a un pensament de més alt nivell en forma de capacitat per jutjar front a la incertesa i crear dissenys en presència de restriccions i impossibilitat de predicció. Finalment, l'exercici del judici fa possible el desenvolupament del compromís. En el compromís, son capaços de professar els nostres valors, els dubtes i els sentiments, interioritzant - los i fent-lo part de les nostres identitats. Aquestes identitats, a la vegada provoquen noves implicacions.

Shulman es pregunta si *la implicació* és un fi en si mateix, o *porta cap a un fi*. O una tercera possibilitat, es que la implicació és una tasca interessant i que, sovint, la responsabilitat del formador és fer possible pels estudiants implicar-se en experiències que d'altra manera no haurien tingut mai.

La implicació és un dels aspectes més interessant i important dels aspectes de l'aprenentatge. Abans no en fèiem cas però ara l'educació superior està enfocada a "l'aprenentatge actiu". Aquest tema ha rebut molta atenció en els 2 darrers anys, ha esdevingut un objectiu fonamental de l'educació de joves i adults.

La comprensió inclou coneixement i l'habilitat de restablir en pròpies paraules les idees apreses dels altres. Implica una forma personal de informació i coneixements. La diferència entre comprensió i actuació descansa en el fet que els

actes de comprensió estan sempre basats en el que “està en els nostres caps”. L’actuació implica altres conseqüències que comprendre; avalua la comprensió, reafirma el compromís, és el punt central de l’educació. L’acció sense reflexió no produeix aprenentatge. Aquesta “taxonomia” ens pot ajudar a pensar més clarament el que estem fent, ens dona un llenguatge a través del que intercanviar idees i dilemes.

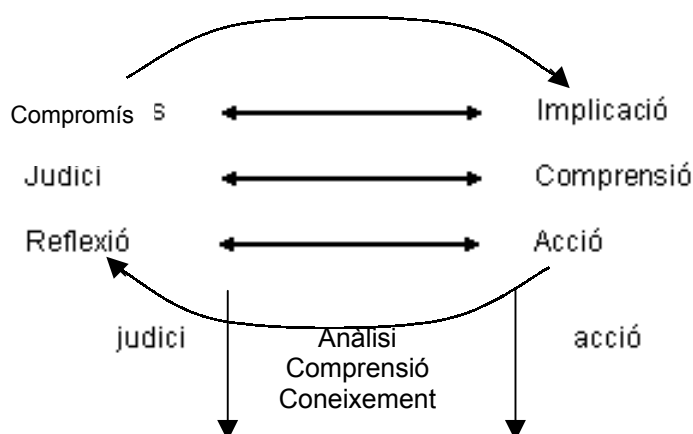


Figura.2.3.1. Cicle de la Taula d'aprenentatge en Shulman 2002

Igual que d’altres taxonomies aquesta, interpretada com una seqüència, pot servir com a un conjunt d’heurístics, com un estímul per pensar sobre el disseny i l’avaluació de l’educació, i com a base per narratives creatives sobre el procés d’aprenentatge.

Diu Shulman: “ *Espero que guiarà i informarà tant la invenció com la crítica. I, certament, espero que serà usada jugant amb ella més que devocionalment o dogmàticament. Parlant d’objectius de ciència. A.N. Whitehead una vegada va dir “Busca generalitzacions –i desconfia d’elles!”. Amb el mateix esperit, jo us animo, “Busca taxonomies – i juga amb elles!” (Shulman 2002).*

És a dir, com totes les propostes, es tracta d'un instrument que, sense banalitzar-lo, tampoc s'ha de seguir fil per randa. Cal utilitzar-la com un instrument i procurar refinar-la per adequar-la millor a la descripció de l'aprenentatge, en aquest cas dels futurs mestres.

El desenvolupament professional com a construcció personal.

Desenvolupament professional està lligat a competència en les diverses classes de coneixement que sustenten la preparació per ensenyar i les seves conseqüències en la classe. El debat sobre el paper del coneixement de la matèria a ensenyar s'estén per tot el segle XX, des de Dewey fins a Shulman (1986), en que ja es distingeix entre coneixement de la matèria i coneixement de com ensenyar-la. En els darrers anys el coneixement de la matèria ha estat ben documentat i les seves llacunes s'han relacionat amb una menor capacitat d'ensenyar-la (Wragg, Bennett i Carré 1989; Simon i Brown, 1996; Rowland, Martyn, Barber i Heal, 2000, 2001).

Hi ha una certa tensió en els escrits, entre els qui donen poca o cap importància al coneixement de la matèria per se, aquells que la consideren aïlladament i els que mostren el coneixement matemàtic necessari per ensenyar de manera efectiva com una cosa més complexa que una simple demanda de comprensió del tema més rellevant de la matèria. Durant els anys 80 la recerca qualitativa feta a les aules explorava la organització del coneixement matemàtic en l'ensenyament, però s'observava poc com el coneixement era integrat al planificar les accions de classe. Leinhardt i Smith (1985) escriuen " *Ningú preguntava com la matèria era transformada del coneixement de l'ensenyant al contingut instructiu*".

Pel que fa a la formació inicial, com poden els estudiants de mestre desenvolupar una capacitat per contribuir al seu propi desenvolupament professional de manera que relacioni les seves aspiracions personals amb el que es ser mestre?

El que ha de conèixer el professor de matemàtiques està relacionat amb els contextos i situacions on vagi a utilitzar aquest coneixement, és a dir, amb activitats, objectius educatius i contextos d'ensenyament de les matemàtiques. Actualment es considera vital aquesta transformació del contingut de la matèria a la forma adient per a ser ensenyat. El terme coneixement del contingut pedagògic (CCP) fou emprat per primera vegada per Shulman (1986) com "*la particular forma de coneixement del contingut que dona cos als aspectes de contingut majoritàriament relacionats amb la seva ensenyabilitat*". Aquest replantejament de les matemàtiques implica una certa facilitat amb les representacions, les il·lustracions, exemples, explicacions i analogies per fer les idees matemàtiques comprensibles als altres. La noció de que el desenvolupament CCP és l'element més important del coneixement del mestre i que sustenta l'ensenyança, ha estat molt popular des del moment que Shulman llença aquesta idea.

Des d'aquesta perspectiva, es defineix set categories de coneixement del mestre: de la matèria (substantiu i sintàctic), pedagògic general, curricular, pedagògic més específic de l'àrea, dels aprenents, dels contextos educatius i culturals i dels objectius i valors educatius (Shulman 1987). Després d'aquesta divisió, diverses recerques i treballs han anat fent observacions als diferents elements que calia considerar.

Notem com Bennett i Carré (1993) observen que la relació entre aquestes bases i la naturalesa de la seva connexió amb l'acció docent no era gaire clara. Even i Tirosh (1995) posen atenció en el buit d'evidència que recolzi i il·lustri la suposada interrelació entre coneixement del contingut de la matèria (CCM) i CCP, i suggereixen que això podria, en part, ser degut a les diferents concepcions del paper de l'ensenyant. Per un cantó es vist com el gestor d'un currículum expert i per altre es veu més relacionat amb la matèria i les maneres de presentar-la. La recerca d'Even i Tirosh demostra la relació entre CCM i el coneixement i maneres de pensar dels estudiants per una banda i per l'altre la seva presentació de la matèria amb la resposta dels estudiants.

Investigadors com McEwan i Bull (1991), rebutgen la dualitat del model de Shulman. Encara estant d'acord amb determinades qüestions, no obstant això, creuen que la distinció entre els dos dominis esmentats introdueix una complicació innecessària dintre del marc conceptual. Les seves proposicions les fonamenten des de dues perspectives, d'una banda rebutjant l'objectivisme del coneixement i per un altre basant-se en els escrits de Dewey, que encara que no explícitament, semblen ser la base del model de Shulman (Wilson et al. 1987). Des de l'epistemologia, argumenten que tal distinció no pot ser acceptada, ja que tot coneixement del contingut específic, ja sigui tingut per científics com per professors té una dimensió pedagògica.

Mantenint una posició no objectivista del coneixement, entenen que el coneixement científic no està al marge de les influències del que coneix i per tant no és una representació autèntica del món. Els científics han d'estar preocupats que les seves afirmacions siguin comprensibles als altres, d'alguna forma tenen una tasca pedagògica, (McEwan i Bull, 1991).

McNamara (1991) també qüestionava la distinció entre CCM i CCP, doncs les matemàtiques són elles mateixes una forma de representació. Cal tenir en compte que el propi Shulman presentava això com un marc provisional, i per això, interpreten el que Shulman anomena "*el coneixement que creix en la ment dels mestres (de matemàtiques), amb especial èmfasi en el contingut*" (1986). Això es correspon amb les categories 1,3 i 4 de les set que ell plantejava.

En un treball posterior Grossman i Wilson (1989), diuen que el coneixement del contingut (CC) hauria d'emergir d'un procés d'anàlisi crítica, guiat per les estructures substantives i sintàctiques de la matèria. Des d'aquesta perspectiva, el coneixement substantiu es caracteritza per incloure el coneixement de fets i conceptes i com estan organitzats; el coneixement sintàctic tracta de la naturalesa de la recerca en el camp concret i dels mecanismes a través dels que s'incorpora nou coneixement, inclou coneixement de demostracions i estructures

(Schwab, 1978). Tot plegat té implicacions pel que trien els mestres per ser ensenyat i com ho ensenyen. Shulman distingeix entre dos tipus de comprensió "saber què i saber per què".

Askew, Brown, Rhodes Johnson i Wiliam (1997) identifiquen un marc per l'anàlisi del coneixement efectiu del professor i les seves pràctiques: creences, resposta dels alumnes i CCP. Brown et al. (1999) suggereix la necessitat de conciliar les dues maneres de considerar el coneixement matemàtic: "fenomenològic i introduït fortament". Tot plegat només fa que reconèixer les diferències filosòfiques entre les diferents perspectives de les matemàtiques. I la influència que té en la manera d'ensenyar les matemàtiques.

Al nostre treball (a partir de NCTM 1991, Fortuny 1995, Garcia 1997:212), interpretem el desenvolupament professional com a ***"construcció personal producte de l'elaboració cognitiva personal en l'acció professional, que duu a la integració cognitiva de diferents components de coneixement"*** El "desenvolupament professional" de l'ensenyament hauria d'incloure tres categories / components diferents: matemàtica, estratègica-pedagògica-interpretativa i actitudinal.

2.4. Components matemàtica i estratègica del desenvolupament professional.

La **component matemàtica**, implica el coneixement de i sobre les matemàtiques, l'activitat matemàtica, el que s'ha d'ensenyar als alumnes i les seves relacions amb altres continguts (tant dintre com fora de la matemàtica). La comprensió de conceptes, procediments i el procés de fer matemàtiques, formen part del que es denomina conèixer les matemàtiques, incloent en aquestes l'estudi de conceptes i propietats dels nombres, objectes geomètrics, funcions, i com poden emprar-se (identificar, amidar, comparar, localitzar, descriure, construir, transformar,

etc.), conceptes i propietats estadístiques i de probabilitat i la seva utilització. Tals coneixements no deuen desenvolupar-se de manera aïllada, és important discutir, identificar i definir conceptes i procediments, entenent les connexions entre ells i les seves relacions amb altres camps.

Així mateix, conèixer matemàtiques comprèn el discurs matemàtic, centrat en l'abstracció, generalització, examen de models i construcció d'arguments matemàtics convincents. Inclou per tant l'ús d'evidències i demostracions, el paper de les definicions, els exemples i els contra - exemples, sent aspectes importants conjeturar, construir i avaluar arguments, comunicar i connectar les idees matemàtiques.

És clar que els conceptes específics i els procediments són part també del que es denomina discurs matemàtic. Dintre d'ell podem, d'igual forma, considerar essencial el desenvolupament d'habilitats en la resolució de problemes i el raonament matemàtic, per a fomentar que els estudiants per a professors construeixin matemàtiques per ells mateixos, potenciïn i ampliïn les seves estratègies de resolució de problemes i confrontin i uneixen les seves exploracions intuïtives i informals amb les demostracions formals i sistemàtiques.

D'altra banda, és fonamental que els futurs professors tinguin un profund coneixement i comprensió de les matemàtiques del currículum escolar i com s'enquadren en la disciplina de les matemàtiques. El que inclou l'aprofundiment dels tòpics matemàtics escolars, una àmplia comprensió dels conceptes matemàtics significatius i de com ells es relacionen amb altres parts del currículum.

Creiem que una formació matemàtica adequada i específica és bàsica per al posterior desenvolupament de les altres components o dominis del coneixement del professor. Assumim clarament que existeix una relació estreta entre el coneixement del professor i les situacions i tasques concretes en les quals el coneixement és usat.

Per tant, un marc per a contemplar i analitzar el coneixement del professor de matemàtiques pot venir des de la perspectiva de considerar-lo situat, i que es genera, desenvolupa i madura a través de l'activitat, i de la interacció social de les persones.

Molta recerca en l'àrea del coneixement dels mestres està focalitzada en la noció clau de transformació del coneixement matemàtic per a la docència. El treball de Deborah Ball (2002) amplia les propostes de Shulman fent una distinció entre coneixement de matemàtiques (significats i procediments subjacents) i sobre matemàtiques (allò que fa una cosa certa o raonable en matemàtiques). Troba que les matemàtiques han de ser "re-visitades" en la formació inicial per que els mestres necessiten desaprendre algunes coses dels que creuen i saben al voltant de l'aprenentatge i l'ensenyament de les matemàtiques.

Molt interessant en aquest sentit és el treball de Prestage i Perks (1999) en el que qüestionen que tant els estudiants per a mestre com els mestres en exercici, molt del coneixement matemàtic està a un nivell d'aprenent i no es transforma en coneixement matemàtic de mestre. Rowland (2000) descriu les condicions sota les que aquesta transformació es fa o no. Segons Prestage i Perks la capacitat personal de fer aquesta transformació depèn del que els mestres porten a la classe, és a dir, molts d'ells usen les seves pròpies experiències com alumnes per fonamentar les decisions que prenen sobre les matemàtiques a ensenyar.

Hi ha poques evidències de que el coneixement matemàtic dels ensenyants es desenvolupa com a conseqüència de la pràctica. Les aportacions de Grossman et al (1989) i les de Aubrey (1997) van en la línia d'afirmar que, així com el coneixement pedagògic es desenvolupa amb la pràctica, el coneixement matemàtic no ho fa. Simon i Brown (1997) van trobar que necessiten ser investigades i avaluades diferents maneres d'avaluar el coneixement de la matèria dels mestres.

Hi ha evidències que suggereixen que els mestres necessiten treballar de manera que el coneixement pedagògic i matemàtic es relacionin al nivell que seran ensenyats.

En el cas dels estudiants de mestre hi ha recerques sobre la relació entre coneixement matemàtic i ensenyament efectiu de les matemàtiques, com per exemple Rowland et al (2000). Troben que tenir bones qualificacions no són indicadors d'ensenyament efectiu en matemàtiques. En conjunt les recerques fetes assenyalen que les deficiències en coneixement substantiu es podien resoldre, les de coneixement sintàctic eren molt més resistents en la formació inicial.

Pel que fa a la relació de les concepcions de les matemàtiques, l'ensenyament de les mateixes i el coneixement de l'aprenentatge dels alumnes, mostren creences de tipus connexionista, és a dir, es creu que tots els alumnes aprenen matemàtiques si es dona un ensenyament adient caracteritzat per explicitar les connexions entre els diversos aspectes de les matemàtiques.

Component interpretatiu- pedagògic-estratègic, que inclou coneixements curriculars, descrits en plans d'estudis i reflectits en els textos i altres instruments didàctics; com els estudiants processen, emmagatzemen, retenen i recuperen la informació i de com els professors negocien amb els alumnes la instrucció; coneixement d'una varietat d'exemples per a cada idea matemàtica; coneixement sobre tècniques específiques d'instrucció; coneixement de materials instructius; saber com és la teva classe, com són els alumnes, reconeixement de creences sobre els valors, els estudiants,...; de com dirigir situacions complexes d'instrucció que involucren a un gran nombre d'estudiants ; una varietat de recursos, espais, i l'ús de complexa tecnologia actual.

Així mateix, inclou meta -coneixements, que defineixen el marc que es valoren els coneixements i la seva relació amb la pròpia professió; coneixements sobre la didàctica de la matemàtica, conjuminant informacions psicopedagògiques,

experiències professionals personals i coneixements matemàtics. També, el coneixement de i sobre el procés de generació de les nocions matemàtiques ; el coneixement sobre les interaccions en l'aula, tant les de professor -alumne com les d'alumne –alumne, amb la doble dimensió arquitectura relacional (rutines instruccionals) i la negociació del significat (contracte didàctic) ;coneixement sobre el procés instructiu, formes de treballar en classe, el paper de professor, que comporta, el coneixement sobre les representacions instruccionals així com el coneixement sobre les característiques de la relació tasca - activitat.

Tot això posat en relació per a generar un coneixement pràctic a través de la pròpia pràctica instruccional, i caracteritzat/mediatitzat per les creences epistemològiques del professor, dins una component actitudinal, que es veurà explicitada en l'apartat següent.

Siguin dos o tres o quatre dominis distints o bé un únic, el que sí sembla ser compartit per tots els investigadors és la profunda relació entre ells, (Llinares i Sánchez, 1996a). Des de l'estudi de les possibles limitacions pràctiques del coneixement de contingut pedagògic, Meredith (1995) citant a Lucas, planteja la necessitat de reconèixer que el coneixement de la disciplina és inseparable de la seva aplicació. Arribant a la conclusió que el coneixement de contingut pedagògic depèn del coneixement de la matèria, i al seu torn informa a aquesta.

La idea central per a distingir el coneixement que fonamenta l'ensenyament, està en la capacitat del professor per a transformar el coneixement de matemàtiques en representacions que siguin útils a ell i als alumnes, quant al millor desenvolupament dels objectius de l'ensenyament. Aquesta capacitat vindrà propiciada per la intersecció/interrelació entre contingut i pedagogia, una amalgama que és pròpia de la comprensió professional dels professors. Precisament alguns d'aquests aspectes queden recollits en el següent paràgraf, *“Un aspecte del coneixement de contingut pedagògic implica una certa integració de contingut i*

pedagogia, agafant idees de les matemàtiques i del que coneixem sobre l'ensenyament i aprenentatge de matemàtiques". (Cooney, 1994, p.6 10).

Independentment del contingut específic i nivell, hi ha una sèrie d'aspectes o temes que s'han de tractar en la formació de professors per a ampliar el seu coneixement de les matemàtiques: resolució de problemes en matemàtiques, raonament en matemàtiques, comunicació en matemàtiques, connexions dintre de la disciplina de les matemàtiques i amb el món real. El coneixement dels professors és *"multidimensional i interactiu, és a dir, com un complex sistema integrador d'aspectes molt diferents, que difícilment poden estudiar-se aïllats. A més sorgeix la idea de la importància de les situacions i contextos socials i culturals on es genera, desenvolupa i utilitza, és per tant considerat "situat". El coneixement es genera socialment i és, en part, producte de l'activitat, context i cultura on es desenvolupa i empra". (García, 1997, p. 41).*

2.5. Component actitudinal del desenvolupament professional.

Considerem el conjunt de característiques que inclou sentiments, actituds, emocions, creences, valors i apreciacions. (Gomez Chacón 1997). En particular, al nostre treball, considerarem la part que correspon al que es diu sobre la Matemàtica, i el seu ensenyament - aprenentatge. No considerem al nostre treball les creences i posicionament pel que fa a un mateix, com tampoc les que provenen del context social. I, de fet, ens centrarem en les **apreciacions** com a mostra visible de les creences.

Apreciacions, creences i intencions de formació.

Molts autors han destacat la importància de reflectir les creences sobre les matemàtiques per a descriure els comportaments dels individus a les aules.

J.P. Ponte (1994) entén les creences com certes personals i intransferibles de cadascú i que deriven de l'experiència o la fantasia i que porten una component afectiva i de valoració. Les creences es van modelant segons el tipus d'activitat, més o menys estereotipades, repetitives o creatives, que es proposen a l'aula i que formen part de la cultura escolar. També per la pròpia organització dels continguts, a vegades en compartiments estancs, com ha estat sovint el tractament de les Matemàtiques.

Podem considerar quatre aspectes sobre les creences sobre les matemàtiques i el seu aprenentatge pel que influeixen els futurs ensenyants:

- 1) Influeixen sobre la percepció (Pajares, 1992). Serveixen per filtrar alguna complexitat d'una situació per fer-la comprensible, i aleshores, quan s'infereix de les creences, ha de determinar en què es centra quan veu una situació.
- 2) No són entitats de si o no; ja que es donen en diferents intensitats (Pajares, citant Rokeach, 1968); així, quan es mesuren, considerem tasques que tenen diferents interpretacions.
- 3) Tendeixen a ser específiques d'un contingut (Cooney, Shealey, & Arvold, 1998), per tant situem les observacions sobre les creences en contextos particulars i inferim les creences sobre la base de les interpretacions que es fan en aquell context
- 4) Podrien ser pensaments de disposicions a través d'accions (Cooney et al., 1998; Rokeach, 1968); això vol dir que inferim les pròpies creences sobre la base de com la persona podria actuar en una situació particular.

Aquestes formes de representació del coneixement són importants a la construcció de significats ja que permeten organitzar i filtrar informacions rebudes, van constituint la visió subjectiva que es té de la realitat i del món. Creences i apreciacions constitueixen un esquema conceptual que permet que les persones facin anticipacions i judicis sobre les matemàtiques i els processos d'ensenyament - aprenentatge .

Els futurs docents entren als programes de formació amb una gran varietat de creences que són resultat de els seves experiències a l'escola anterior. Creuen que l'ensenyament serà relativament positiu si consisteix prioritàriament en donar explicacions bones i clares a l'alumnat de Primària. Tendeixen a creure que la superació dels obstacles del seu propi aprenentatge es produirà més aviat a la seva pràctica docent més que al propi curs (Book & Freeman, 1986). D'una banda, la major part dels futurs docents suposen que l'aprenentatge del contingut és molt menys important que la seva habilitat de relacionar-se amb l'alumnat i de gestionar la classe. Així, al treball que hem vist de Weinstein (1989) es caracteritzava aquesta orientació com a un **biaix optimista** i es mostra sovint que els futurs mestres entren al seu curs suposant que ja coneixen el que necessiten per a ensenyar (Feiman-Nemser & Buchmann, 1986).

Sovint aquestes percepcions i creences són una limitació per a implicar-se al curs de formació que sovint es dissenya per a repassar continguts matemàtics. D'altra banda, els educadors matemàtics pensem que aquesta revisió és important. De fet, diversos estudis han posat de manifest els continguts matemàtics febles dels estudiants (Ball, 1990; Ma, 1999). En efecte, pensem, que el desinterès per la matèria i les seves concepcions i creences interfereixen el desenvolupament del curs.

També tenen percepcions i creences sobre el que els sembla que és ser mestre. Creuen que un dels atributs més importants d'un bon docent és que ha de ser entranyable i curós, donant prioritat a promoure l'autoestima de l'alumnat (Weinstein, 1990). Aquestes creences poden ser més centrals i més resistents que les creences sobre les matemàtiques i és improbable que canviï ni la intensitat ni la rellevància. Pràcticament les definicions de bons mestres, que donen els alumne de mestre, estan centrades en aquests atributs interpersonals ((Weinstein, 1989).

Les creences, son considerades per molts autors un tipus de coneixement subjectiu que es refereix a un contingut concret sobre el que tracten; tenen un fort component cognitiu que predomina sobre l' afectiu i estan lligades a situacions. Tot i que tenen un alt grau d' estabilitat, poden evolucionar si es confronten amb experiències que les facin trontollar. Les creences es van construint i transformant al llarg de tota la vida (A Vila y M L Callejo, 2005).

Interpretem **apreciacions o posicionaments** com *el conjunt de representacions textuals evocades per un concepte en diverses situacions*. Descriuen la naturalesa explicitada dels objectes matemàtics evocats i les diferents imatges d' aquests que poden radicar en la ment del futur docent, ja siguin simbòlics, gràfics,etc. Ara bé, també considerem apreciacions relacionades amb l' aprenentatge i ensenyament de les matemàtiques.

Efectes de les creences

Les creences tenen un efecte de filtre de les noves experiències (Pajares, 1992). L' efecte filtre pot durar molt en el temps, l' efecte és evident quan els futurs mestres no interpreten les experiències i informacions dels seus cursos de formació de la manera que esperen els seus formadors(Simon, Tzur, Heinz, Kinzel, & Smith, 2000).

Les creences tenen una important funció cognitiva a l'hora de triar les tasques a fer. Nespor (1987) tracta aquesta funció en termes dels desordenats dominis en els que els mestres prenen decisions. Les seves pròpies creences els fan tractar uns tipus de problemes matemàtics o uns altres segons el que creuen que cal fer.

Parlar de creences, ens permet considerar tipus d'alumnes diferents en referenciar les seves accions. Així, per exemple en un treball de resolució de problemes, es pot veure aquells alumnes que el que destaquen es la identificació en el enunciat dels referents numèrics, mentre d'altres destaquen el caràcter no estàndard del problema. En el primer cas l'alumne tracta d'aplicar els mètodes – tipus de resolució entenen que la resolució vindrà de la identificació de l'enunciat. En el segon cas, poden ser alumnes que acaben d'identificar allò com un no – problema o com un problema no – matemàtic, al que donen una resposta gens pensada. Una minoria d'alumnes reaccionen al contrari, el seu sistema de creences els indueix a buscar recursos més heterodoxes, amb que arriben a resoldre amb més eficàcia el problema. (A Vila y ML Callejo 2005)

Sistemes de creences i apreciacions.

Una creença no es manté aïllada, per això es parla sempre de sistemes de creences. Una definició clàssica és la de M. Rokeach (1968): *“Una forma organitzada psicològicament, encara que no necessàriament lògica, de totes i cadascuna de les incomputables creences personals sobre la realitat física i moral”*

L'interès per conèixer l'estructura dels sistemes de creences dels estudiants de mestre rau en el fet que incideixen en els seus comportaments, ens ajuden a explicar-los i donen pistes per tractar de canviar-los. Influeixen en la forma d'aprendre, s'ensenya i s'aplica la matemàtica; i al contrari la forma d'aprendre i usar la matemàtica configura les creences. Creences i pràctica formen un cercle difícil de trencar, però afortunadament els canvis en les pràctiques de classe sembla que ajudes a modificar-les.

Segons E. Pehkonen i G. Torner (1996), les creences poden tenir un fort impacte en la forma que els alumnes aprenen les matemàtiques i en poden ser un obstacle. Els alumnes que tenen unes creences negatives i rígides de les matemàtiques i el seu aprenentatge, poden esdevenir aprenents passius, que valoren més la memòria que la comprensió.

Dintre de les creences sobre la matèria específica es podria distingir entre les creences que influencien el que un professor tria per a ensenyar i la forma d'ensenyar-lo, i d'altra banda el que denominen "orientacions" cap a la matèria específica, inclouria les concepcions sobre el que és important conèixer i com un ho coneix (altres autors ho han denominat "coneixement sobre les matemàtiques", Ball, 1991).

En aquesta mateixa línia pensant en les creences dels professors com part del seu coneixement. Ponte (1994) argumenta que són una part relativament menys elaborada, i el no exigir-los unes certes condicions de validesa i consistència, les fa bastant disputables i menys dinàmiques que altres aspectes del coneixement. Per tant, segons aquest autor, en aquells aspectes del coneixement on la verificació és difícil, les creences juguen un paper fonamental. No és l'objectiu d'aquest treball analitzar el paper de mediació que ocupen els sistemes de creences dels estudiants per a professor, com tampoc les del formador en el procés d'aprendre el coneixement necessari per a ensenyar matemàtiques.

2.6. Desenvolupament professional i pràctica situada.

L'aprenentatge del professor de matemàtiques es produeix mitjançant un procés de pràctiques (accions amb sentit) pel qual adquireix un coneixement i una forma de raonar com un expert (Collins, et al., 1989). Els aspectes claus a considerar són:

- l'aprenentatge té lloc a través de la participació activa en un context i no assimilant passivament principis generals i teories,
- l'aprenentatge té lloc en un context definit per activitats significatives (denominades per Brown i col·laboradors, "activitats autèntiques"),
- l'estudiant per a professor de matemàtiques aprèn participant en les activitats autèntiques amb la guia del formador de professors,

- l'estudiant per a professor de matemàtiques dóna significat a l'activitat que està desenvolupant, tenint com referència el seu coneixement i creences prèvies, i
- l'estudiant per a professor de matemàtiques pot modificar o ampliar les seves concepcions com a conseqüència d'utilitzar-les en la resolució de situacions problemàtiques.

La qüestió que sorgeix en relació a la formació de professors de matemàtiques (Llinares, 1994d, 1999) és que aquestes pràctiques rarament es donen en les classes de formació. Així, els entorns d'aprenentatge considerats com "petits entorns conceptuals construïts deliberadament i desenvolupats per a resoldre tipus de problemes específics" (Greeno, 1991) dissenyats pel formador de professors hauran de recollir una sèrie d'aspectes que millorin l'exploració de problemes pedagògics i matemàtics per part del futur professor.

Els programes de formació de professors deurien crear experiències que capacitin als futurs professors per a enfrontar-se amb problemes fonamentals, usant investigacions i destreses de resolució de problemes, que en el nostre cas concret serien problemes pedagògics i eines conceptuals del professor de matemàtiques.

Tot i acceptant l'aprenentatge com un aspecte inseparable i integral de la pràctica social i entendre'l com una activitat situada, el nostre treball no ha considerat com a objectiu l'anàlisi de tota la pràctica situada, sinó només aquells aspectes que són indicadors de construcció personal. Des de la perspectiva de la cognició situada i assumint els aspectes que hem anat destacant sobre l'aprenentatge del professor de matemàtiques, els formadors de professors han de determinar :

- la classe de coneixement, destreses, i comprensions que capaciti al futur professor per a ensenyar, i
- identificar experiències que possibilitin l'aprenentatge d'ells, d'acord amb la visió de l'ensenyament promogut per la reforma.

Des d'aquesta posició, els programes de formació inicial de professors de Primària han de possibilitar que, en relació a les matemàtiques, els futurs mestres: millorin i ampliïn la seva comprensió de les nocions i representacions matemàtiques, desenvolupin comportaments específics, i destreses de raonament pedagògic i metacognició (Llinares, 1999). Per a això, els entorns d'aprenentatge integrats i dissenyats en aquests programes han d'ajudar als futurs mestres a:

- qüestionar les seves creences prèvies,
- ampliar la seva comprensió de les nocions matemàtiques escolars,
- desenvolupar coneixement de contingut pedagògic lligat a les nocions matemàtiques escolars,
- generar destreses cognitives i processos de raonament pedagògic, i
- incrementar els processos de reflexió.

Això duu a haver de considerar el binomi tasca -activitat i les característiques d'aquesta relació com alguns dels pilars bàsics dels programes de formació inicial de professors de matemàtiques. I això ens duu a preguntar-nos Com podem caracteritzar els processos pels quals un estudiant per a professor genera coneixement específic?

Els processos de pràctica d'aprendre a ensenyar.

Des del constructivisme social, Simon (1994) ens ofereix una estructura cíclica per a considerar el procés de formació de professors de matemàtiques. En aquesta proposta es mostra una forma de treballar en les classes:

- els estudiants per a professor treballarien en grups explorant una situació problemàtica,
- la discussió afavoreix la identificació del concepte, i
- s'aplica i estenen noves idees derivades de la discussió en la classe o d'un nou problema proposat pel formador de professors.

El marc presentat per Simon (1994) es configura a través de distints cicles recursius i contenint cadascun a l'anterior. Recolzant-se en els dominis de coneixement per ell assenyalats, Llinares (1994d) indica que aquest problema del "cóm" ve influenciat per la forma que el professor utilitza el coneixement. La caracterització està dificultada per la complexa trama de creences, coneixements i actituds sobre les quals l'estudiant per a professor (o professor) fonamenta les seves decisions.

El procés d'aprendre a ensenyar Matemàtiques pot ser considerat com un procés d'aprenentatge situat en el qual es pretén que l'estudiant per a professor contempli, a tots els nivells, els nous processos d'ensenyament aprenentatge, des de la perspectiva de les últimes reformes ja esmentades. Això ens fa pensar en els entorns d'aprenentatge amb una sèrie de característiques bàsiques:

- generadors de destreses reflexives,
- motivadors de la interacció social, i
- la idea d'activitat com articuladora del procés.

Entendre el procés d'aprenentatge del professor d'aquesta manera té implicacions en la forma que els programes de formació han d'articular-se a través de la pràctica, i mitjançant tasques- activitats en les quals es pugui compartir, negociar, discutir, etc. els significats generats personalment. L'activitat passa a ser el centre del procés d'aprenentatge, considerada com una forma de comprendre el propi context on s'origina. Activitat com conjunt de processos vinculats a una situació problemàtica i que genera coneixement, i no només considerats com processos

cognitius individuals sinó també contemplant el seu aspecte social a l'originar-se quan un grup intenta resoldre la situació.

Respecte del coneixement del professor cal afrontar:

- la seva naturalesa integrada,
- el seu continu desenvolupament, com resultat del seu ús en tasques noves, i
- l'aprenentatge continu que és la formació de professors que va més enllà de la formació inicial.

El desenvolupament del coneixement de contingut pedagògic i creences tant dels estudiants per a professor com dels professors en actiu deuria donar-se en contextos representats com reals ja que la pràctica professional duu associat dilemes i rutines implícites (Cobb et al. 1988).

El coneixement que sorgeix d'una pràctica és en part un resultat de l'activitat el context i cultura en la qual es desenvolupa i utilitza" (Brown, Collins i Duguid, 1989. 1989, p. 32). Però com Fennema i Loef, (1992), comenten, a més aquestes tres components, (activitat, context, i cultura), actuen de referent a través de les quals el coneixement es recorda, interpreta i usa. Per tant, l'activitat i les característiques del context on es desenvolupa el coneixement d'una persona, forma part integral del que ella aprèn, (Llinares, 1994a).

Relació entre coneixement i pràctica professional.

Segons Putnam i Borko (1997) el coneixement professional no està emmagatzemat en la ment dels professors com principis abstractes lliures de context, sinó que es desenvolupa en situacions i es guarda juntament amb característiques de les classes i activitats en les quals es va generar.

Aquest coneixement s'organitza al voltant de tasques que el professor va portar a terme en les seves classes. Quan un professor soluciona problemes que se li plantegen en les seves classes, desenvolupa un coneixement que guarda juntament amb aspectes claus de les situacions de classe en les quals aquest coneixement es va generar.

Així, aquest coneixement no pot estar organitzat com un conjunt de principis abstractes sobre l'ensenyament, sinó que es troba totalment connectat i estructurat al voltant de situacions de classe a través de les quals es desenvolupa. Investigadors com Fennema i Loef, (1992), que han intentat particularitzar la noció de coneixement situat al professor de matemàtiques, la presenten indicant que seria la interacció entre: coneixement de matemàtiques, coneixement dels procediments pedagògics, i el coneixement dels estudiants. Aquests coneixements generals que el professor té han de ser aplicats per a organitzar i estructurar unes tasques concretes dirigides a uns estudiants específics, "els seus alumnes" i en la seva aula.

En els últims temps la idea de considerar l'ensenyament com una professió i als professors com professionals, (Romberg, 1988; Tom i Valli, 1990; Sánchez, 1992), s'ha estès en el camp de les investigacions en Educació i concretament en el de l' Educació Matemàtica. Aquestes consideracions ens condueixen a la pregunta, què significa ser un professional de l'ensenyament?. Pregunta que ha intentat ser resposta per distints investigadors entre ells Romberg, 1988, que aporta algunes idees que considerem bàsiques:

- i) la necessitat de parar esment al coneixement del professor de matemàtiques fruit del seu contacte amb les situacions d'ensenyament diàries de classe i
- ii) el pensar que el coneixement que pot fer de l'ensenyament de les matemàtiques una professió no té per quina generar -se només i exclusivament a través de les aportacions i resultats d'investigacions científiques, sinó que ha de sorgir, a més, de l'experiència del col·lectiu de professors (Llinares, 1994a).

En paraules de Bromme i Tillema, (1995), *“Arribar a ser un professional no és un procés de substituir teoria per experiència, sinó un procés de fusionar teoria i experiència”*. Aquestes últimes idees mostren, d’alguna forma, un punt mig entre entendre el coneixement del professor només i exclusivament com coneixement científic i entendre ’l únicament com coneixement obtingut des de la pràctica. D’aquí la importància que des de distintes perspectives se li dóna a les relacions entre coneixement i pràctica (Tom i Valli, 1990; Linares, 1995).

Diverses qüestions sorgeixen en les investigacions centrades en el coneixement lligat a la pràctica professional, entre ells d’on van inferir aquest coneixement?, és coneixement tot el que els professors diuen o fan?. La forma d’enfrontar-se a elles difereix d’uns autors a uns altres i encara que des de distintes fonamentacions teòriques, segons Fenstermacher (1994), tots els estudis busquen comprendre millor el coneixement que els professors porten al seu treball i la comprensió que els propis professors tenen del mateix. D’aquesta forma sorgeixen els constructes “coneixement pràctic” (Elbaz, 1983, 1986, 1991), “coneixement pràctic personal” (Clandinin i Connelly, 1987), i “coneixement en acció”, “reflexió en l’acció”, “reflexió sobre la pràctica”, tots aquests últims conceptes sorgits del corrent denominat “epistemologia de la pràctica” recolzada en els treballs de Schön (1983, 1987). Una idea clau en aquest tipus de coneixement lligat a la pràctica professional és que el seu desenvolupament està vinculat a la participació en i reflexió sobre l’acció o la pràctica per part del professor.

Des de qualsevol dels punts de vista, és evident que quan el professor pensa i reflexiona sobre el que ha succeït en la seva aula, ja sigui des del contingut de la matèria, la gestió o l’aprenentatge, es produeix un coneixement que fa que es pugui pensar de la pràctica del treball del professor com una mica en el sentit de poder transformar l’experiència, (Linares, 1994a).

2.7. Bases per a un model de desenvolupament professional

Com a conseqüència del posicionament anterior, considerem que el currículum de formació en didàctica de la Matemàtica ha de fer submergir als futurs mestres en formes pròpies de l'activitat matemàtica, sense perdre de vista el seu paper professional en un escenari docent específic.

Principis de formació.

Entenem que la formació s'ha de basar en els principis següents:

- (1) D'acord amb la concepció de les matemàtiques com el resultat de certes activitats de les persones, és a dir com fenomen cultural, entenem que cal formar futurs ensenyants en un procés de "enculturització", el centre del qual són les activitats realitzades pels i les alumnes en el marc de la institució social de l'aula. El quefer formador ha de contribuir que el futur mestre pugui reconèixer que el conjunt societat-cultura emmarca el saber a ensenyar, en el que es realitzi un desenvolupament professional cada vegada més millorat.
- (2) La nostra estratègia clau d'adquisició del coneixement és un procés de matematització que parteix d'una fenomenologia (*Freudenthal 1983) basada en pràctiques situades, contemplant que existeix un sistema didàctic en el qual formador i estudiants s'emmarquen amb un conjunt de creences i models propis.
- (3) Considerem que l'estudiant per a mestre de Primària ha de saber poca teoria sobre la didàctica. Entre les poques idees clau a treballar, cal considerar les d'institucionalització i devolució. Amb tot, l'estudiant per a professor deu reconèixer el paper de les situacions didàctiques de diversos tipus

(Brousseau 1986), i reconèixer el paper de conflictes semiòtics per a conceptualitzar problemes representatius.

En la nostra creença àmpliament exposada en les pàgines anteriors, el programa de formació de professors de Primària en Didàctica de la Matemàtica deurà tenir en compte les següents intencions educatives:

(1) Col·laborar en la **formació de professors de primària reflexius i crítics davant si mateixos i per a prendre posició judiciosa front la matemàtica i com ensenyar-la.**

Per això, hauran d'aprofundir en la visió de les matemàtiques que els estudiants han construït al llarg de totes les seves etapes d'aprenentatge. Per a això els EM haurien de ser conscients de les seves idees sobre els fonaments epistemològics de les matemàtiques per a això deuran explicitar els seus punts de vista, moltes vegades implícits, de manera que puguin comprendre i valorar possibles diferències entre els seus plantejaments i altres diferents. Hauran, per tant, d'aprendre a:

- Prendre consciència que la gènesi del coneixement científic i matemàtic és la conseqüència d'un procés evolutiu llarg i complex.
- Prendre consciència que els conceptes matemàtics formen part d'un procés de conjectures, refutacions i modificacions que donen lloc a demostracions que tenen una història i que, per tant, estan vinculades a un context.

I, per altra banda, identificar valors com crítica, reflexió sobre l'acció educativa, etc. de manera que es produeixi una millora del sistema de creences sobre les matemàtiques i com ensenyar-les.

- Integrar-se en un procés d'experiència matemàtica des de l'interior de la pròpia matèria, descobrint les seves implicacions en l'aprenentatge, tractant que es reconegui l'educació matemàtica des d'una aproximació fenomenològica i realista.
- Reconèixer que una teoria és un sistema complex d'idees que expliquen uns fets determinats i que, en conseqüència, no té sentit aprendre una teoria al marge dels fets que explica.
- Reconèixer la importància d'aprendre a plantejar preguntes significatives, a dubtar, com prerequisit per a aprendre.
- Adquirir capacitat i independència al màxim per a posar en acció i aplicar les matemàtiques a problemes reals, així com tractar de comprendre l'ús que uns altres fan de les matemàtiques, i ser conscients d'algunes limitacions importants.

(2) Millorar la **seva valoració i actitud davant les matemàtiques i el seu ensenyament**.

- Reconèixer el valor de les Matemàtiques i el seu ensenyament per a interpretar situacions quotidianes, acceptant la modelització com un fet bàsic en el coneixement científic.
- Identificar les dificultats principals del coneixement matemàtic, i conèixer elements lúdics que poden fer les matemàtiques més interessants per a un mateix i els futurs alumnes que els futurs mestres tindran. Descobrir la necessitat d'adquirir hàbits de tenacitat i esforç per a poder enfrontar-se als problemes matemàtics amb les màximes potencialitats possibles.

- Relacionar les matemàtiques amb el món quotidià, reconeixent instruments útils en les quals aquestes s'apliquen. Identificar elements tecnològics associats als continguts bàsics, conèixer elements instructius que poden ajudar a la comprensió dels nens/as. Saber utilitzar jocs i materials com referencials adequats a certs continguts, i reconèixer les seves possibilitats com element de motivació i interès.

(3) La formació deu tenir com **focus central** aprendre a ensenyar matemàtiques. Així, considerarem:

- Reconèixer continguts i processos cognitius personals que canvien les creences, milloren les destreses i actituds, mitjançant una anàlisi didàctica de qualitat.
- Integrar i reconèixer els factors que influeixen en el desenvolupament didàctic mitjançant anàlisi personal: engegada i optimització de mètodes i recursos.
- Considerar aquests factors implica formar a un EM que deurà tenir en compte als seus estudiants, conèixer les matemàtiques; diversos processos instructius; i saber utilitzar diversos mitjos i/o recursos per a la instrucció. També conèixer-se a si mateix, amb empatia positiva tant envers el seu treball com envers la seva persona.

(4) Adquirir una **formació educativa global de tipus constructiu**. Revisar els propis punts de vista sobre per què ensenyar matemàtiques i, en conseqüència, quina matemàtiques ensenyar.

Això implica, entre altres coses:

- Aprendre a explicitar possibles finalitats de l'ensenyament de les matemàtiques, les prioritats personals, l'argumentació d'aquestes prioritats.
- Saber identificar diferents opcions curriculars, tant a partir de la pròpia experiència com de l'anàlisi de currículum i de les observacions en centres de pràctiques; això implica analitzar les diferències i la relació amb els objectius, implícits i explícits, inherents a cadascun d'ells.
- Aprendre a diferenciar els diferents tipus de continguts curriculars i explicar les raons de la importància de cadascun d'ells.
- Aplicar el coneixement anterior a la selecció de continguts a ensenyar en l'organització d'un currículum per a aplicar-lo en l'aula.

Al costat d'això, hom considerar que el professor ha de ser format en la millora de valors socials com: la capacitat de diàleg profund, l'autonomia, la creativitat, la confiança i els valors democràtics. Per a això, considerem que cal

- Incorporar al màxim valors comunicatius de les matemàtiques com de la didàctica que hem definit com integrants d'una cultura científica.
- No oblidar la nostra tradició sociocultural occidental dialèctica on apareixen binomis com racionalisme -art, sentit comú- sentit matemàtic, etc.

Sobre el paper del formador i el procés de desenvolupament.

Al plantejar –se com analitzem un procés -proposta de formació inicial cal tenir en compte el paper dels formadors de mestres i els seus coneixements previs i pressupòsits de formació. El coneixement necessari per ajudar a iniciar la transformació d'estudiants que acaben de finalitzar la seva educació secundària en docents es una qüestió que poques recerques recullen, sembla que encara no ha arribat el moment de plantejar- se aquesta pregunta de manera més general. Per això, la recerca que es realitza, vol incorporar una visió ecològica, en la que la investigadora es posiciona en quant els inicis de transformació professional, i es situa contextualment l'experiència.

L'organització personal constructiva del coneixement professional, es genera no només per tenir molts anys de professió i mitjançant qualsevol forma de pràctica, sinó a través de la reflexió individual del professor i compartint-lo amb grups de professors.

Sabem que als formadors els falta compartir el coneixement per tal de construir més efectivament els programes de formació, que necessiten saber el que han fet els seus predecessors amb els seus alumnes igual que passa a l'escola primària (Hiebert et al 2003). D'aquesta manera un formador amb preocupacions al voltant de la millora de la formació inicial és algú que, com a mínim, recull informació sobre els coneixements i el progrés dels seus alumnes. A més, si es sent realment implicat i part de la comunitat educativa amb responsabilitats sobre la formació del professorat, aleshores mira de compartir informació amb els seus col·legues per fer millors programes de preparació de futurs mestres. Com en el cas dels mestres, no es pot ser expert en poc temps, la tasca és massa complexa i canviant.

La formació i l'experiència influencien la seva pràctica al marge del programa de formació que estigui aplicant. I en el cas que el formador sigui el responsable del programa de formació específica didàctica – matemàtica la influència serà encara més gran. El formador de mestres ha de donar respostes a preguntes com ara, quines matemàtiques cal ensenyar, com ensenyar-les, quins coneixements didàctics precisa el futur mestre i el tipus de connexions cal establir entre els diversos coneixements implicats.

Finalment, subscrivim que “ *Els estudiants de magisteri venen a nosaltres amb unes visions molt fixes de les matemàtiques que cal ensenyar. En molts casos volen imitar els que han estat els seus professors, que sovint han seguit metodologies docents tradicionals. Els estudiants volen posar-se davant de la classe i explicar tal com els seus professors han fet. Volen certeses. Volen prescripcions per generar aquesta certesa. Es preocupen pels nens. Volen ser justos. No volen que les seves avaluacions siguin arbitràries i per tant trien mètodes d'avaluació que tinguin l'aparença de ser objectius. I què fem nosaltres?. Els provoquem dubtes, reflexió, consideracions sobre el context i intentem que desenvolupin una concepció experimental de l'ensenyament on l'educació es basi en el que els nois i noies coneixen i entenen....però aquesta situació pot ser perillosa. Si anem massa lluny amb els dubtes i les reflexions podem destruir la confiança d'aquests futurs mestres o crear un nou estereotip de mestre que posi en dubte la nostra credibilitat com a formadors. El gran perill per als formadors de mestres com nosaltres es que acabin comunicant mètodes específics per ensenyar en lloc d'inculcar una aproximació més reflexiva i adaptativa a l'ensenyament*”. (Cooney 2001).

Intencions sobre les pràctiques i competències professionals.

El mestre ha de fer possible la formació matemàtica dels alumnes de Primària per que arribin a ser competents matemàticament. Per tant, les nostres intencions sobre la pràctica ha de basar-se en formar per a ser competent professionalment. Es a dir, ajudar-los a adquirir de manera integrada un conjunt de competències matemàtiques (Hiebert et al 2003) així com competències didàctiques i pedagògiques (Niss 2004).

Tenir **competència matemàtica** significa tenir *coneixement de fer i usar matemàtiques de manera fonamentada i en una varietat de contextos on les matemàtiques tenen o poden tenir un paper* (Niss 2004). Es a dir, cal que el procés de formació ajudi en l'adquisició de dos grups de competències :

- a) La habilitat de posar i respondre qüestions sobre i amb matemàtiques.
- b) La habilitat de manejar-se amb les eines i el llenguatge matemàtic.

En el primer grup s'hi considera:

- a1) **Pensar matemàticament**, el que vol dir comprendre i manejar les arrels, àmbits i limitacions de conceptes donats; abstraure conceptes i generalitzar resultats; distingir entre diversos tipus d 'afirmacions matemàtiques; conèixer les qüestions típiques de les matemàtiques i les respostes esperables i tenir la habilitat de fer preguntes.
- a2) **Formular i resoldre problemes matemàtics**, el que vol dir detectar, formular, delimitar i especificar problemes matemàtics, purs o aplicats, oberts o tancats; habilitat per resoldre problemes, proposats per un mateix o per altres i millor de diverses maneres.
- a3) Ser capaç d '**analitzar i construir models matemàtics** en relació a d'altres àrees, el que implica analitzar els fonaments i propietats dels models

existents i avaluar el seu rang i validesa; dur a terme modelitzacions en contextos donats, es a dir, estructurar i matematitzar situacions, manejar el model, treure'n conclusions validar-lo, analitzar-lo críticament, comunicar els resultats i controlar el procés.

a4) Ser capaç **de raonar matemàticament**, és a dir, seguir i avaluar els raonaments matemàtics aliens, comprendre el que és i no és una demostració i en què es diferencia de d'altres formes de raonament, comprendre la lògica que hi ha darrere un contraexemple, descobrir les idees principals d'una prova i ser capaç de dur a terme raonaments informals i formals.

Pel que fa al segon grup de competències matemàtiques tenim:

b1) **Manejar diverses representacions** de les entitats matemàtiques, que vol comprendre i usar diferents classes de representacions; comprendre les relacions entre les diverses representacions d'una entitat i canviar-les si cal.

b2) **Manejar el llenguatge dels símbols i dels sistemes formals matemàtics**, és a dir, codificar símbols i llenguatge formal; traduir d'un llenguatge a una altre; tractar i usar fórmules i expressions simbòliques; conèixer la natura dels sistemes formals matemàtics.

b3) Ser capaç de **comunicar-se en, amb i sobre matemàtiques**, es a dir interpretar textos escrits en els diversos llenguatges; escriure textos amb diferents nivells de precisió en diverses matèries i diferents interlocutors.

b4) Manejar els **ajuts i eines matemàtiques**, tenir-ne coneixement, saber-ne les limitacions i usar-les reflexivament.

Promoure **competències didàctiques i pedagògiques** en base al perfil d'ensenyant que hem descrit, vol dir tenir en compte:

1. Fomentar competència **curricular**. Analitzar, avaluar relacionar i implementar curricular existents i fer-ne de nous.
2. Competència **d'ensenyar**. Inventar, organitzar, instrumentar i dur a terme l'ensenyament de les matemàtiques que inclogui un ric espectre de situacions, avaluar, seleccionar i crear materials d'ensenyament, inspirar i motivar als estudiants, discutir el currículum i justificar les activitats amb alumnes.
3. Posar en evidència la **competència d'aprenentatge**, interpretant i analitzant els aprenentatges dels alumnes així com les nocions, actituds i creences respecte les matemàtiques, identificant el desenvolupament individual dels estudiants.
4. Competència en **avaluació**. Identificar, avaluar, caracteritzar i comunicar als estudiants els seus avenços i competències; inclou la selecció, adaptació i anàlisi d'una varietat important de formes i instruments que serveixin per l'avaluació formativa i sumativa.
5. **Col·laboració** amb els altres docents, parents, autoritats pel que fa a l'ensenyament d les matemàtiques i temes relacionats.
6. **Desenvolupament o implicació**, entès com a disposició a desenvolupar la seva pròpia competència com a ensenyant, incloent la seva participació en activitats de com cursos, projectes, xerrades; reflexionar de forma crítica sobre el seu propi ensenyament.

Aquest llistat de competències, no s'allunya del que en un altre moment s'anomenava dominis de contingut professional, però ho formula de forma ben diferenciada. En efecte, descriure els objectius de formació en termes competencials, permet avaluar els processos de formació d'una manera més reguladora i àmplia, introduint un nou valor sobre la pràctica en la formació d'ensenyants.

Capítol 3

L'estudi

Les matemàtiques rigoroses es fan amb el cap. Les matemàtiques hermoses s'ensenyen amb el cor.

Claudi Alsina

Es proposa la realització d'un estudi experimental, per a fer efectiu un procés de formació d'ensenyants de Primària que concreti les propostes generals esmentades al capítol anterior, en una situació determinada de currículum de formació. Es descriu l'orientació metodològica general en fases de la recerca per desenvolupament (3.1), i a continuació, les condicions i context de la proposta (3.2) així com els constructes i instruments per l'anàlisi retrospectiva de la pràctica (3.3.).

S'inicia l'explicació de la fase de preparació-disseny de la RD amb la presentació de 2 grans Macrocicles que es corresponen amb les dues assignatures del Pla d'Estudis (3.4) per a potenciar les connexions. D'aquests, s'analitzarà una selecció de microcicles en cadascun dels macrocicles; l'anàlisi retrospectiva es completarà globalment en el capítol 6. Es descriuen uns organitzadors curriculars que serveixen per a posar de manifest els diferents aspectes de la pràctica en concret, dins un dels macrocicles (3.5).

S'explica l'estil de formació caracteritzant la metodologia i donant els elements d'autoregulació (3.6). A continuació es presenta un exemple d'unitat del programa d'estudi del primer macrocicle on s'apliquen els organitzadors curriculars (3.7). Finalment, es concreten i resumeixen intencions concretes de formació que s'aplicaran a les TRHIFI a la fase següent (3.8.).

3.1. Metodologia i fases de l'estudi.

Com ja s'ha indicat al capítol anterior, ens proposem fer un tipus d'estudi anomenat recerca "per desenvolupament" (Gravemeijer, 2001), de tipus formatiu ja que és un estudi d'un producte específic i disseny de programa com a recerca bàsica que té per objectiu l'obtenció d'un programa d'innovació. Té una connotació etnogràfica interpretativa amb anàlisi de tres casos particulars. Aquesta innovació té la validesa restringida a contextos similars, tot i que l'adaptació fa quasi impossible la rèplica en sentit estricte (cf. Ball, 1993; Simon, 1995.). El desafiament sobre la reproductibilitat que s'exigeix metodològicament es basa en el fet que es tracta de controlar i analitzar un bon experiment (Gravemeijer 2001). Tanmateix el treball permetrà que es faci una realització acomodada en altres llocs, considerant condicions similars. A continuació, es resumeixen els components de cada una de les fases, la seva relació amb els objectius del treball de recerca, les dades que es consideren, les tècniques i els elements per a l'anàlisi corresponent.

Objectius generals	Dades	Tècniques / instruments	Elements d'anàlisi
Reconèixer l'organització, competències i continguts que es consideren apropiats per a la formació inicial d'ensenyants de Primària en Matemàtiques de manera que es produeixi desenvolupament professional en un marc de referència com el de l'estat espanyol.	Informació bibliogràfica sobre Principis de formació. Contextualització	Fase preliminar. Estudis i recerques sobre formació docent en matemàtiques. Cognició situada. Planteig sobre desenvolupament professional. Organitzadors curriculars.	Anàlisi de referències bibliogràfiques sobre propostes de formació. Anàlisi de contingut. Síntesi de resultats. Presa de decisions. Principis.
Identificar característiques d'un disseny de procés d'aprenentatge que ens permetin reconèixer trajectòries hipotètiques corresponents	Experiències previes de formació. Materials de formació. Planificació.	Marc referencial teòric. Elements anàlisi proposta formació. Disseny de TRHIFI. Macrocicles Seqüències. Continguts	Anàlisi de contingut dels Macrocicles. Reconeixement de patrons, disseny com a guia.

Figura 3.1.1. Fase preliminar: Disseny de les TRHIFI i de les activitats

Objectius	Dades	Tècniques / instruments	Elements d'anàlisi
Mostrar concepcions inicials dels alumnes de magisteri sobre les matemàtiques i sobre la seva didàctica en una experiència de formació contextualitzada. I més generalment, identificar eines que ens serveixen per a valorar el coneixement professional, i quins criteris les justifiquen.	Diari Entrevistes Observacions Produccions	Activitats macrocicle 1. Activitats macrocicle 2. Mini-instruments Experiment particular	Anàlisi de Cadenes de significació. Contrast. Anàlisi de discurs. Accions. Anàlisi de contingut dels Microcicles. Identificació de patrons observats empíricament.

Figura 3.1.2. Fase 2: L'experiment d'ensenyament (prova empírica).

Objectius	Dades	Tècniques / instruments	Elements d'anàlisi
Identificar aspectes que mostren el creixement i canvi del coneixement professional d'un grup de tres estudiants. I específicament pel que fa l'establiment de connexions, reconeixement de significats aritmètics i representacions, i coneixements didàctics associats. Quins elements poden servir per avaluar o donar més informació sobre aquests canvis.	Anticipacions versus observacions. Modificacions a partir de l'experiència.	Reinvenció "professional"	Anàlisi retrospectiva Resonància de la Trhifi. Prediccions i limitacions. Producció teòrica emergent.

Figura 3.1.3. Fase 3: Anàlisi retrospectiva de les dades qualitatives.

A continuació es presenta una especificació de la distribució de sessions realitzades i tipus de registres per a la fase experimental que serà motiu de treball principal dels capítols 4 i 5. Tot i que es recullen treballs de tot el grup-classe, només s'analitzarà en profunditat l'evolució del treball de 3 alumnes.

Temporització	Tipus d'experiència	Registre de dades	Sessions
Set 1999 – Gener 2000	Prova inicial Sessions de treball inicial Simulació de pràctica d'avaluació Tasques de reflexió personal a casa Activitats de planificació	Registre audio Recollida de treballs de l'alumnat Diari de camp de la professora	(1) Definicions i representacions de parell i meitat. (2) Significació matemàtica i didàctica. (3) Rellevància del contingut matemàtic. (4) Autoregulació del contingut matemàtic. (5) Explicitació del coneixement i intencionalitat sobre la pràctica. (6) Avaluació interna.
Feb 2000 – Juny 2000	Simulació de pràctica escolar Sessions discussió de d'aula Tasques de reflexió personal a casa Activitats de planificació Test	Mini-entrevistes de petit grup Triangulació altres investigadors i discussió amb Recollida de treballs de l'alumnat Tests	(7) El cas de la introducció de conceptes. (8) Constatació de posicionaments i creences professionals (9) Valoració de seqüències d'aprenentatge en llibres de text. (10) Anàlisi de propostes de programació. (11) Avaluació sumativa

Figura 3.1.4. Distribució de sessions, tipus d' experiències i registre de dades.

El nostre model metodològic es basa en un posicionament clarament inductiu, amb un caràcter subjectiu, amb pretensions generatives i bàsicament constructiva cap a estudis participatius dins una perspectiva crítica. El nostre propòsit final no és canviar la manera en que actúen els futurs mestres per que cal, sinó provocar , si es pot, el canvi a través d' una millor comprensió del fenomen educatiu. Per aixó usem diversos nivells d' instruments en fases successives, com es detalla tot seguit:

- Recollida de dades: Tasques, diaris i gravacions.
- Depuració de les dades: Separació en unitats d' informació en els textos, divisió dels protocols en episodis. Els enunciats amb la mateixa idea base amb lligam semàntic o sintàctic configuren una unitat d' informació. Així es poden localitzar els comentaris i contrastar amb els diaris i d' altres recercadors.

- Anàlisi de dades: Assignació de categories i indicadors en els 3 àmbits descrits segons els instruments i constructes que es descriuen més endavant. Primer s' assignen textos a les categories per comprovar-ne l'existència i es recategoritza. S' assigna a cada estudiant la categoria corresponent, per comprovar si s' aconsegueix. S' elaboren els quadres de les assignacions i es puntuen les persones segons les característiques de cada apartat en l' àmbit del discurs. Amb això s' elabora una gràfica evolutiva dels estudiants observats.
- Presentació dels informes (veure capítols 4 i 5), es reinterpreten les dades de les categories per a fer l' anàlisi interpretatiu qualitatiu. S' inclou la recerca de relacions i propietats associant a cada aspecte els exemples que siguin necessaris per a justificar els resultats.

3.2. Context i subjectes de l'estudi.

Per tal d'analitzar un procés de formació es decideix dur a terme un estudi en la Facultat de Formació del Professorat de la Universitat de Barcelona amb alumnes de primer curs del títol de Mestre, especialitat de Primària, en l'àmbit de les dues assignatures troncales de 7,5 crèdits cadascuna que tenen lloc en el mateix any acadèmic i l'una a continuació de l'altra. Les assignatures han estat Didàctica la Matemàtica I i II, durant el curs acadèmic 1999-2000. Cadascuna de les dues assignatures comporta 3,5 hores de classe setmanal durant 14 setmanes amb tot el grup-classe (60-70 estudiants) i 1,5 hores setmanals més de dedicació a la meitat del grup o grups més reduïts.

El Departament de Didàctica de les Ciències Experimentals i de la Matemàtica té assignada la docència d'aquestes assignatures, de la que se'n fan càrrec els formadors de l'àrea de Didàctica de la Matemàtica. En la present recerca l'investigador actua com a formador en les dues assignatures. Aquestes assignatures són les úniques obligatòries en el títol de Mestre especialitat Primària relacionades amb l'ensenyament de les matemàtiques, és a dir, les úniques si l'estudiant decideix no fer-ne cap altre d'entre les optatives i de lliure elecció que s'ofereixen durant la diplomatura.

Durant el primer any acadèmic de la Diplomatura no es duen a terme assignatures de Pràctiques Escolars, es més, per poder cursar-les cal tenir aprovats un nombre considerable de crèdits. Les Pràctiques Escolars, en aquest pla d'estudis i per aquesta especialitat, es duen a terme durant el primer semestre del tercer any. Per tant durant el temps en que s'imparteixen aquestes assignatures no està contemplada la possibilitat de fer pràctiques a un centre escolar, tampoc ho està fer pràctiques escolars dintre les assignatures de didàctica específiques o generals. Cal tenir en compte que, en un context com el de Barcelona ciutat i cinturó metropolità, amb un gran nombre d'alumnes implicat i dos centres més on es cursen aquests estudis, no es senzill organitzar cap activitat relacionada amb els centres

escolars de Primària que no estigui contemplada per la gestió acadèmica de la facultat.

Els alumnes que es matriculen en l'especialitat de Primària són, majoritàriament, batxillers d'especialitats mixtes, alguns de ciències o llengües i un percentatge important (15-20% fins al moment de l'estudi) d'alumnes procedents de la Formació Professional. El perfil d'aquests alumnes és segons UB. Consell de Qualitat (1996): *"El perfil dels estudiants de nou ingrés per aquesta titulació és : estudiant (83% de dones, 17% d'homes), solter/a, amb una edat entre 21-23 anys, que procedeix en la seva major part dels estudis de Batxillerat, amb una procedència socio-economica de classe mitjana (72%), que viu en el domicili familiar, ubicat en la comarca del Barcelonés i que es financia els estudis amb l'ajut dels pares; realitza feines esporàdiques dins un horari de 10-20 hores setmanals, i fa ús dels estudis del torn de tarda. Aquest alumne ha triat els estudis de mestre com a primera opció (69%) i se'n troba molt motivat(un 72% es pensa dedicar a l'ensenyament)".*

Les seves notes en matemàtiques dels darrers cursos no són dolentes, entre aprovats i notables (les notes de tall de la selectivitat han anat augmentant i van del 6 al 6,5 en aquests anys), però sí que és negativa la seva disposició cap a les matemàtiques. Això s'explica, segons ells mateixos, per que els exàmens a Secundària i a la selectivitat eren molt pautats i d'una tipologia coneguda per endavant. Pel que fa a les assignatures de la carrera tenen uns resultats pitjors, després de dues convocatòries queden pendants entre un 15 i un 20 % de Didàctica de les Matemàtiques I i entre un 25 i un 30 % de Didàctica de les Matemàtiques II (segons dades de UB. Consell de Qualitat, 1996).

En general han rebut una educació matemàtica basada en la pràctica d'algorismes sense context i sense entendre les bases que els sustentaven. Molts dels alumnes declaren dificultats en la resolució de problemes o de qualsevol tasca que precisi de la comprensió dels conceptes implicats. No fan transferència de

coneixement ni fan connexions. La majoria dels conceptes de primària es coneixen parcialment, en alguns casos no supera el que pot tenir l'alumnat de 12 anys.

Sobre el coneixement previ de l'alumnat

Per concretar l'estat de coneixement matemàtic previ en qüestions elementals donem exemples de respostes a un test de coneixements previs passat el curs 1998-99 que es ben representatiu de tal coneixement, fins i tot en l'actualitat. S'inicia amb una primera qüestió de situació de nombres naturals sobre la recta:

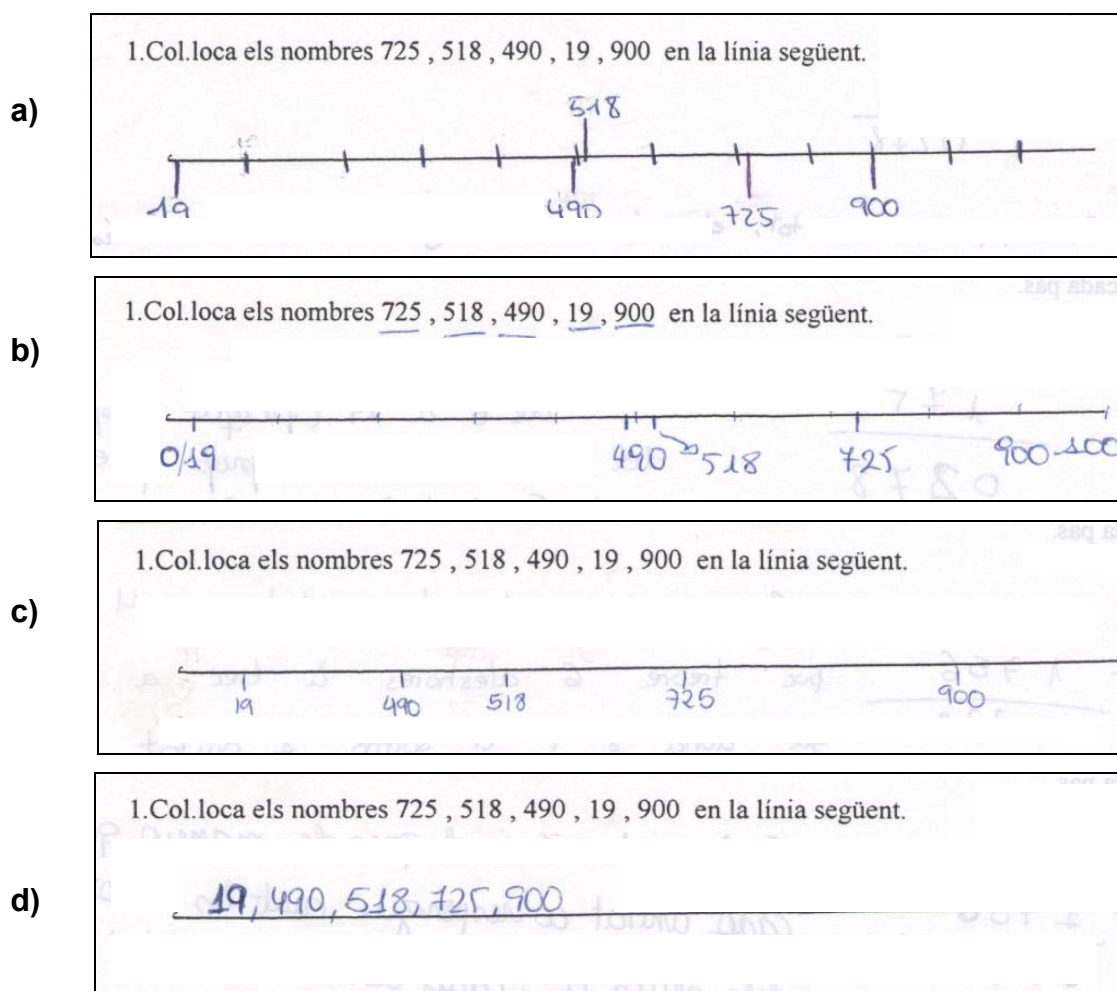


Figura 3.2.1. Respostes més característiques d'un grup de Primària. Setembre 1998.

De 42 alumnes, un 39% ha donat respostes del tipus a) o b) on s'ha graduat mes o menys precisament la recta col·locant el zero o no. Un 41 % ha col·locat els nombres en ordre però sense cap relació de grandària com l'exemple c) on hi ha distàncies semblants entre 19 i 490 i 490 i 518. Un 20 % ha col·locat simplement els nombres sobre la recta com si es tractés d'una línia de referència per escriure, com l'exemple d).

En una altra pregunta es demana una justificació-explicació, per a nens de primer curs de Primària, 6-7 anys, del per què s'escriu 50 el nombre que segueix al 49. En aquest cas la majoria respon donant raons com les del exemple de la figura on es donen instruccions de com s'ha de fer però cap raó que no sigui per que es així (i sempre ho ha estat!!) :

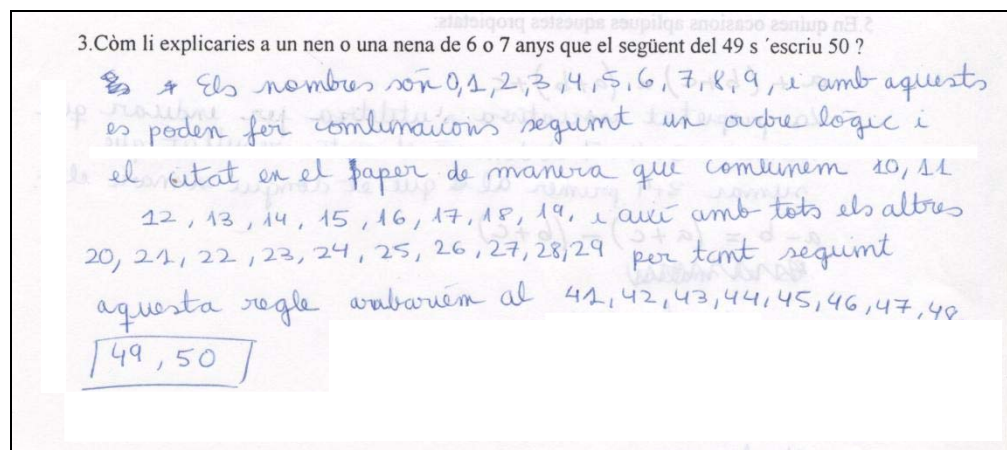


Figura 3.2.2. Resposta del tipus més freqüent, 49-50.

Alguns intenten justificar-ho o bé per analogia amb el que passa amb 19-20, 29-30... o a partir de usar la idea de següent com aquell que suma un més, com en el cas que es mostra a continuació

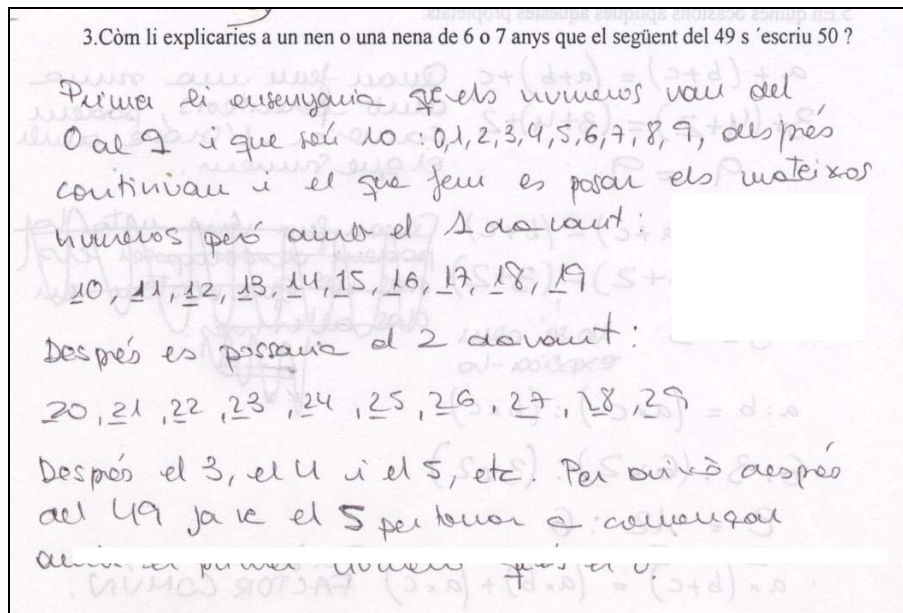


Figura 3.2.3. Resposta per analogia amb 19-20

Davant d'una altra qüestió on es demana la descripció de l'algorisme de restar, i en que es basen els diversos passos del procés, es fa palès el coneixement de còm es fa el càlcul però no hi ha explicacions del per què es duen a terme les accions que descriuen l'algorisme. Un exemple prototípic és el següent:

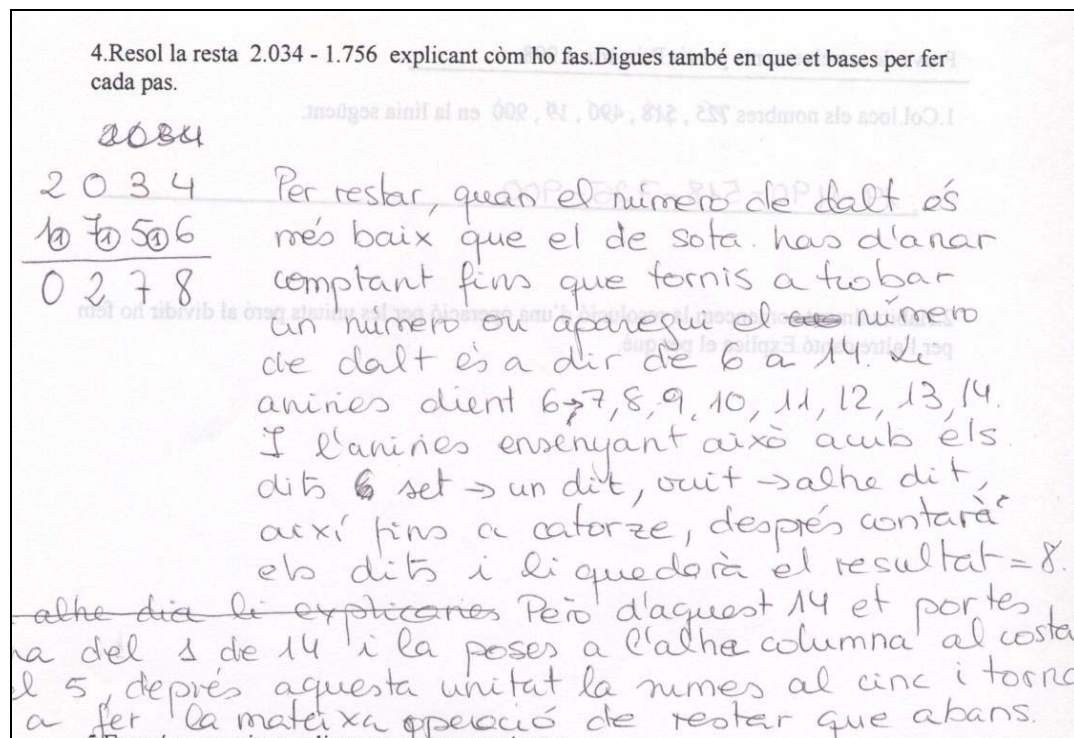


Figura 3.2.4. Exemple de resolució d'una resta.

O fins i tot amb errors greus (diu que em portem 2 !):

4. Resol la resta $2.034 - 1.756$ explicant com ho fas. Digues també en que et bases per fer cada pas.

Colloco cada número en sota el altre. Llavors els números de sota els aporto al nº de dalt. En el cas del 6 l'he d'aportar cap al 14 i així successivament. Llavors quan l'aportem a cap a nº 10-19 en portem una; quan et queda d'aportar cap al 20-29 em porten 2, i així sempre.

Per comprovar si la resta està ben feta sumo el resultat amb la quantitat que doni he restat a la cifra superior.

$$\begin{array}{r} 2.034 \\ - 1.756 \\ \hline 0278 \end{array}$$

Figura 3.2.5. Restant "en porten 2". Exemple d'error.

Només en un parell de casos hi ha algú senyal de comprensió "**Para equilibrar**" diu l'alumne d'aquest exemple:

4. Resol la resta $2.034 - 1.756$ explicant com ho fas. Digues també en que et bases per fer cada pas.

Si consideramos los números de las unidades lo se puede restar 6 a 4, entonces le añadimos una decena al número de la parte de arriba pero también tenemos que añadirle una al número de la parte de abajo. Para equilibrar.

Igual hay que hacer con los números de las decenas y con los de las centenas.

$$\begin{array}{r} 2034 \\ - 1756 \\ \hline 0278 \end{array}$$

Figura 3.2.6. Exemple d'argumentació de l'algorisme.

Els hàbits de treball están poc desenvolupats i el grau d'independència en l'autoaprenentatge és mínim, necessiten de l'autoritat del formador per acceptar si alguna cosa, referent a les matemàtiques, és correcta o no. En general, es limiten a realitzar les activitats "obligatòries" i a repassar els apunts de classe, no consulten la bibliografia recomanada si no es força amb algun treball de síntesi. En el document d'avaluació de la titulació (UB.1996) es diu: *"s'observen mancances en la preparació prèvia de l'alumnat especialment en relació a procediments i tècniques essencials en la futura professió (expressió oral, organització del treball, tècniques d'estudi, transmissió d'informació, etc.)."*

La seva idea del que és saber matemàtiques té a veure amb la docència que han rebut a Secundària - de Primària no recorden res-, en general creuen que saber matemàtiques és saber resoldre problemes (que en molts casos són simplement exercicis), que cal saber les regles, que hi ha una manera pèrfecta de resoldre, temptejar ni val, el que cal es percebre immediatament com es fa una cosa, etc.

La idea que tenen d'ensenyar matemàtiques es caracteritza per la necessitat d'explicar bé, ser pacient, anar poc a poc, estar disposat a aclarir dubtes, etc. Cal tenir en compte que hi ha experiències que no ha viscut gens o esporàdicament : treball amb materials manipulatius a matemàtiques, aprendre a preguntar i a posar problemes, resoldre de diverses maneres, usant recursos gràfics, habitar-se a la interrogació i a la recerca, connectar coneixement,...

La seva experiència els fa tenir comportaments poc agosarats, volen saber en tot moment les regles del joc, no volen treballar "més del compte", no es vol comprometre i li costa declarar la seva opinió.

Encara que aixó dibuixa un panorama no gaire engrescador, cal tenir en compte que molts dels estudiants de mestre de la nostra universitat són la primera generació de la família que arriba als estudis universitaris. Es tracta d'alumnes que

han fet un gran esforç per arribar a la universitat i que, en general, diuen que han triat aquests estudis per vocació i en primera opció. Els caracteritza el seu entusiasme per ser mestres i estant disposats a aprendre per la gran il·lusió que els fa ensenyar. El temor que mostren en l'assignatura de Didàctica de les matemàtiques es deu als seus fracassos i frustracions anteriors en l'aprenentatge de les matemàtiques.

Tan aviat com canvien les seves apreciacions sobre l'ensenyar i aprendre matemàtiques canvia el seu refús a la matèria però aleshores es produeix un fenomen, viscut per la formadora en nombroses ocasions, d'angoixa i incertesa. Els preocupa com ensenyar matemàtiques "ara que saben que hi ha una altra manera d'ensenyar-les". Aquest canvi de apreciacions és un moment important, a partir d'aleshores hi ha molt més interès i acció personal per tot allò que té a veure amb el tema.

Posicionament de l'alumnat.

En el cas concret del grup-classe on es va dur a terme la recerca, es va passar un qüestionari previ per tal de copsar la seva predisposició a cursar els estudis de magisteri i a com veien l'aprenentatge i l'ensenyament de les matemàtiques, a partir de les seves experiències personals.

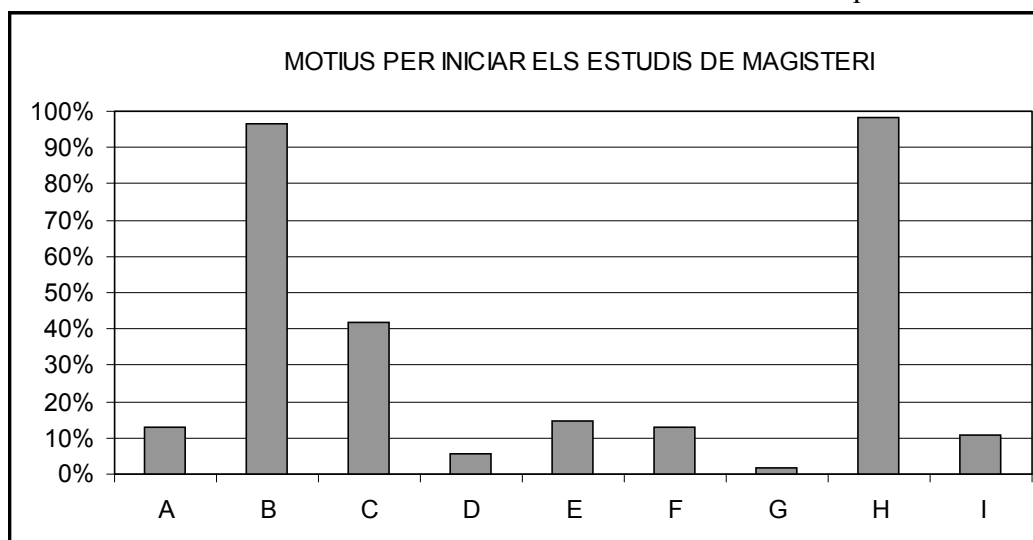
Sobre els **motius per iniciar els estudis de magisteri**, valorant des de totalment en desacord (1) fins a totalment d'acord (7), s'ha considerat cadascun dels aspectes proposats que s'han valorat amb 6 o 7, la síntesi es mostra en el gràfic (veure fig. 3.2.7)

Com es veu la predisposició dels alumnes cap a la professió té a veure amb el futur alumnat (B) i també amb l'interès per l'ensenyament (H). És important remarcar el percentatge de C que té a veure amb les dificultats d'aquest alumnat amb algunes matèries. Al costat d'això, les consideracions sobre la matemàtica escolar no presenten valors tant alts en cap cas.

freqüència absoluta	
A	7
B	53
C	23
D	3
E	8
F	7
G	1
H	54
I	6

freqüència relativa (n=55)	
A	12,7%
B	96,4%
C	41,8%
D	5,5%
E	14,5%
F	12,7%
G	1,8%
H	98,2%
I	10,9%

n = nombre total d'enquestats



- A És una carrera curta
- B M'agrada tractar amb canalla
- C Es fa de tot una mica
- D Es tracta d'uns estudis fàcils
- E Em permet ser funcionari públic
- F Em servirà per fer una altra carrera
- G No he pogut entrar on volia
- H Ensenyar em sembla interessant
- I És una feina ben pagada

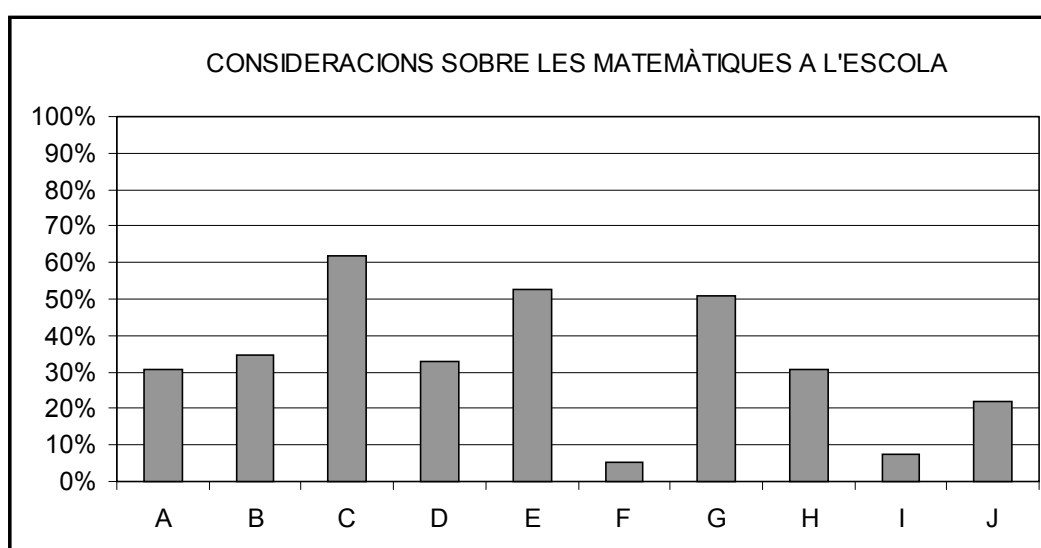
Figura 3.2.7. Motius puntuats amb 6 o 7 (molt d'acord o totalment d'acord) per iniciar magisteri.

Sobre la creença del **paper de les matemàtiques a l'escola**, la posició inicial de l'alumnat és força desfavorable. És simptomàtic que un 40% consideri que no tothom pot aprendre matemàtiques, o bé que un 47,7% no es senti prou segur per ensenyar-les. També que un 49% consideri que no són divertides (veure fig. 3.2.8.).

freqüència absoluta	
A	17
B	19
C	34
D	18
E	29
F	3
G	28
H	17
I	4
J	12

freqüència relativa (n=55)	
A	30,9%
B	34,5%
C	61,8%
D	32,7%
E	52,7%
F	5,5%
G	50,9%
H	30,9%
I	7,3%
J	21,8%

n = nombre total d'enquestats



- A És l'assignatura més difícil de totes
- B Serveix per aplicar-la a la vida quotidiana
- C Tothom pot aprendre matemàtiques
- D Cal imaginació per aprendre-les
- E Em sento capaç d'ensenyar-ne
- F Tot consisteix en aplicar regles
- G Poden ser molt divertides
- H La dificultat només depèn del professor que et toqui
- I Són massa teòriques
- J El rigor a l'avaluar és excessiu

Figura 3.2.8. Consideració de les matemàtiques escolars (puntuades amb 6 o 7).

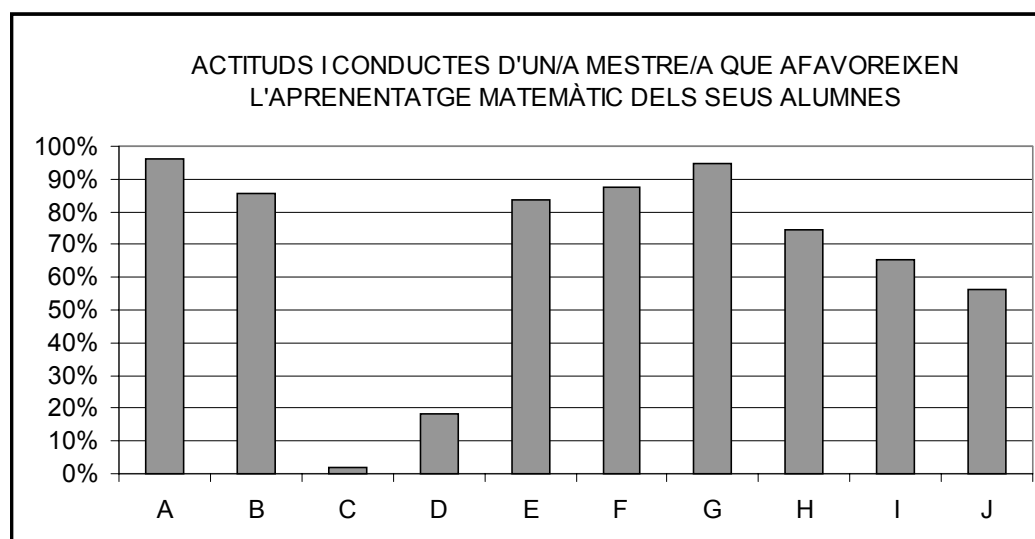
Sobre la creença de les **actituds i conductes d'un/a mestre/a que poden afavorir l'aprenentatge matemàtic**, la potenciació de l'autoconfiança és l'aspecte més valorat per afavorir l'aprenentatge matemàtic en els seus alumnes futurs, seguit

de la necessitat de la comprensió. Aixó és totalment coherent amb els resultats obtinguts en la pregunta de les sensacions que els ha provocat el seu contacte amb les matemàtiques a Primària i, especialment a Secundària. A la figura 3.2.9. trobem les respostes.

freqüència absoluta	
A	53
B	47
C	1
D	10
E	46
F	48
G	52
H	41
I	36
J	31

freqüència relativa (n=55)	
A	96,4%
B	85,5%
C	1,8%
D	18,2%
E	83,6%
F	87,3%
G	94,5%
H	74,5%
I	65,5%
J	56,4%

n = nombre total d'enquestats



- A Potenciar l'autoconfiança en els seus alumnes
- B Incloure elements lúdics en les seves classes
- C Valorar principalment la memorització de conceptes i regles
- D Proposar i resoldre molts exercicis basats en l'aplicació de regles
- E Treballar amb situacions reals de l'entorn de l'alumne/a
- F Proposant activitats on els alumnes puguin experimentar
- G Assegurar-se que els seus alumnes comprenen els conceptes i les relacions que es treballen
- H Ensenyar a resoldre problemes
- I Admetre mètodes personals de resolució de problemes
- J Potenciar l'aplicació de nombres i figures a situacions reals

Figura 3.2.9. Actituds afavoridores de l'aprenentatge valorats amb 6 o 7.

Dels 55 alumnes enquestats n'hi ha 15 (27,7%) que hagueren preferit no fer mai més matemàtiques i 10(18,2%) als que aixó els hi és indiferent (veure fig. 3.2.10). Aixó obliga al formador a fer un esforç important per canviar el més aviat possible aquesta disposició.

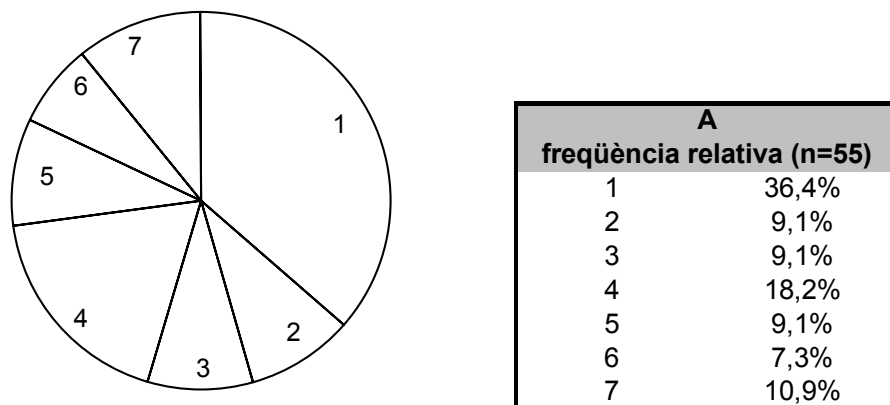
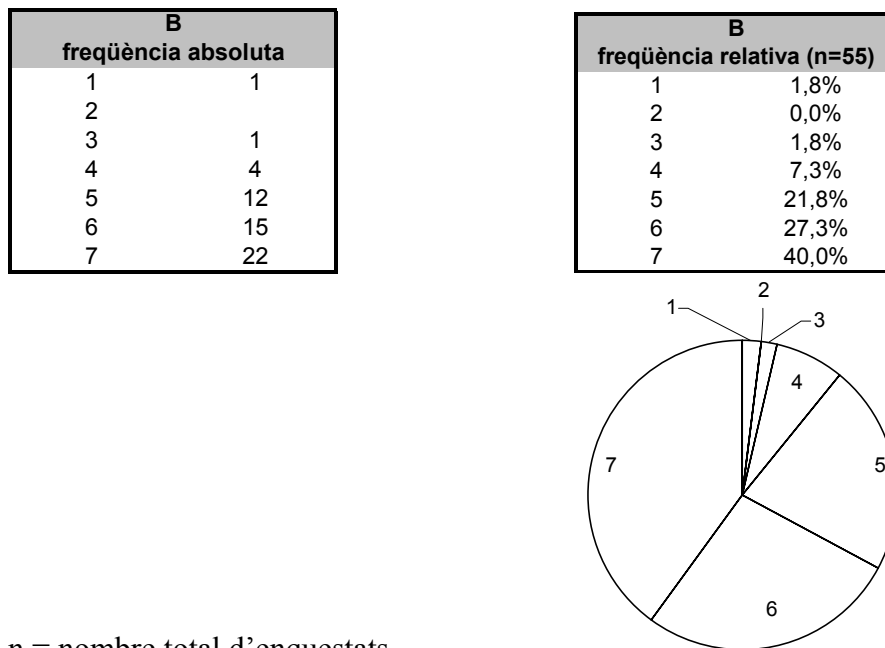


Figura.3.2.10. Valoració de l'afirmació "Preferiria no fer mai més aquesta assignatura"

Malgrat tot el que hem observat, sorprèn la seva predisposició a aprendre més matemàtiques (veure figura 3.2.11)



n = nombre total d'enquestats

Figura.3.2.11. Disposició a aprendre més matemàtiques.

Sobre **les sensacions davant el seu aprenentatge matemàtic i el programa de l'assignatura**, tenim que davant la petició de paraules que descriguin les seves sensacions durant el seu aprenentatge matemàtic, les paraules triades tenen quatre vegades més connotacions negatives que positives. Por, ridícul, fracàs, impotència, angoixa, inseguretat, es repeteixen massa.

El mateix es dona en les respostes dels qüestionaris passats a les Facultats d'Educació de Lleida i Tarragona en el mateix curs escolar. En el cas positiu la més repetida és satisfacció (amb comentaris que impliquen que es dona quan tenen alguns èxits).

Havent vist el programa, en demanar en **quines parts del programa esperaven tenir majors dificultats**, de les 55 persones un 19 % diuen en tot. En parts concretes de la matemàtica com geometria, problemes, probabilitat, matemàtica bàsica..., un 65% preveu tenir-ne algunes. Un 20% no contesta o no pot preveure quines seran les seves dificultats i **només 2 persones diuen que no en tindran**.

En els qüestionaris passats a Lleida i Tarragona les respostes varien però malgrat tot la geometria i els problemes són els temes més problemàtics pels alumnes.

Sobre l'autogestió dels aprenentatges.

Davant la pregunta "**Què penses fer per treure profit d'aquesta assignatura**" constatem poc èmfasi en reconèixer el valor de les tècniques d'estudi i d'organització del treball. A la figura 3.2.12 posem un quadre intentant classificar les intencions que declaren:

Accions relacionades amb les sessions de classe	Passives	Aprofitar i prestar atenció 10 Realitzar totes l'íes tasques 14 Assistir a classe 8
	Actives	Preguntar dubtes 3 Col.laborar, participar, intervenir 2 Demandar ajuda 4
Accions relacionades amb les tasques posteriors	Concretes	Buscar professor repas 1 Consultar llibres Treballar a casa 13
	Abast difós	Esforçar-se 6 Practicar 7 Dedicar-hi temps 4 Fer el màxim 2 Considerar-la important 1 Estudiar 6

Figura.3.2.12. Tipus d'accions intencionals esperables per aconseguir treure profit de l'assignatura.

Com ja es veu pels tipus de respostes no hi ha habilitats declarades d'autogestió dels aprenentatges (llegir documentacions proposades, buscar informació diferent a la que es dona, treballar en grup amb companys de classe, fer síntesi del que es treballa....). Resultats molt similars els trobem als qüestionaris passats a Lleida i Tarragona. En resum,



- No tenen un coneixement complert de les matemàtiques de Primària, desconeixent significats i representacions de continguts elementals com la línia numèrica. Es donen raons de coneixement matemàtic de tipus analògic, no centrades en la comprensió (no sabent indicar arguments per al pas de 49 a 50), Es desconeix la significació dels algorismes elementals de càlcul aritmètic (com el cas de la subtracció).
- Els motius que els porta als estudis de magisteri són molt genèrics i poc desenvolupats. El paper que atorguen a la matemàtica a l'escola és de matèria difícil, que no està a l'abast de tothom. Gairebé un 50% no se sent prou segur per ensenyar-les. Curiosament només un 30% creu que la dificultat prové del docent.

- Tenen respostes contradictòries. Si bé un 90% diuen que matemàtiques no és només aplicar regles, no fan altra cosa que aplicar regles en moltes de les seves respostes.
- Creuen que el que més afavoreix l'aprenentatge matemàtic és afavorir l'autoconfiança dels seus alumnes, i assegurar que comprenen els conceptes. Tanmateix valoren l'ús dels elements no simbòlics com material i jocs.
- Els hàbits de treball declarats es limiten a realitzar les tasques obligades per aprobar l'assignatura. En les habilitats declarades d'autogestió dels aprenentatges, en general estaven recolzades en accions passives i d'abast difós com anar a classe, participar, etc.
- Quasi un 50% de l'alumnat no se sent predisposat a favor de les matemàtiques, abundant majoritàriament les sensacions negatives pel damunt de les positives.
- Un cop vist el programa, un 80% espera tenir dificultats en l'assignatura.

L'alumnat de la mostra per a l'anàlisi retrospectiva.

Per a la anàlisi retrospectiva (fase 3) considerarem tres alumnes del grup-classe que anomenarem: Ester, Núria i Laura, que a partir de les primeres activitats recollides mostren conductes que es donen majoritàriament en el grup com a diferents. Abans de decidir els alumnes que formarien part de la mostra, el grup sobre el que es recollien dades i produccions era de sis persones. Només 3 de les 6 persones assisteixen regularment a partir d'un cert moment. Aleshores es decideix la mostra per assegurar que es tenen totes les produccions. Tanmateix, regularment, de les activitats analitzades -microcicles estudiats- es recull la producció de tot el grup classe per a comprovar-ne la representativitat aproximada.

La recercadora i els seus condicionants.

En la present recerca la formadora, que és al mateix temps la investigadora, ha estat mestra d'EGB (nivells dels 6 als 14 anys) durant tretze cursos, fent de tutora en els cicles Inicial i Mitjà i d'especialista en matemàtiques en el Cicle Superior de

l'EGB. Al finalitzar la Llicenciatura en Matemàtiques s'incorporà a la Universitat de Barcelona a l'antiga Escola de Magisteri, actualment Facultat de Formació del Professorat, impartint durant més de vint-i-cinc anys Didàctica de les Matemàtiques en les diverses especialitats del títol de mestre. També va estar al càrrec de les Pràctiques Escolars durant tres anys en que va ser Cap d'Estudis i ha estat, en nombroses ocasions, tutora de Pràctiques escolars en Primària, Infantil i Mestre d'Educació Musical.

Durant els darrers trenta anys ha col·laborat en programes de Formació Permanent dissenyant programes de formació, impartint cursos, seminaris, fent assessoraments al Departament d'Ensenyament (curricula, materials pels mestres, avaluació de competències,...), a centres educatius i a associacions de pares i mares. També ha escrit textos de matemàtiques per a nens i per a mestres, articles, etc.

Les propostes concretes d'innovació docent per tal d'aconseguir els objectius proposats, es a dir un mestre capaç d'educar matemàticament a nivell d'infantil i primària, han estat una constant en el plantejament dels cursos impartits. La reflexió sobre la docència impartida i l'intercanvi amb docents amb les mateixes preocupacions, l'actualització de coneixement sobre la formació de mestres a partir de l'assistència a congressos i jornades, lectura de treballs de recerca i d'innovació han fet que els objectius, la metodologia i els continguts dels cursos impartits anessin evolucionant al llarg dels anys. També han contribuït a nous plantejaments les circumstàncies particulars del país, els canvis a nivell de l'ensenyament secundari i els canvis dels plans d'estudi.

Sense detallar l'evolució de les creences sobre la formació inicial i permanent de mestres, tant en els continguts a impartir com en la metodologia aplicada, podem descriure alguns dels posicionaments que afecten tant al disseny del curs de formació com a la recerca duta a terme. Es considera que la formació inicial dels mestres ha de tenir un **model propi adaptat al context** en que es dona i

diferenciat dels de la formació continuada. Tanmateix precisem d'**una teoria de l'aprenentatge comuna en el context europeu**, que constitueixi un marc en el que conduir el procés d'aprendre a ensenyar.

Es veu necessari un **canvi conceptual en els alumnes de mestre del que es saber i ensenyar** matemàtiques, doncs majoritàriament l'alumnat prové de centres de Secundària i Primària en que els models d'ensenyament – aprenentatge de les matemàtiques no estan d'acord amb el que avui es precisa i es coneix de l'aprenentatge de les matemàtiques, i per tant no poden servir de model a imitar.

Es vol potenciar especialment **l'aprenentatge matemàtic de l'alumnat** en el sentit de desenvolupar **la connexió i la representació de conceptes i relacions matemàtiques** que han de possibilitar el que es puguin convertir en facilitadors de l'aprenentatge matemàtic dels seus propis alumnes.

Es vol propiciar que **els alumnes de mestre es sentin “educadors matemàtics”** des del primer moment, provocant la reflexió i la presa de decisions raonades. També s'afavorirà la pràctica amb alumnes de Primària i la posterior comunicació de l'experiència al grup – classe. Aquest procés de sensibilització se sap costós i complex.

Especialment important per poder avançar en el procés d'aprendre a ensenyar és aconseguir **canviar les seves apreciacions pel que fa a la seva capacitat i la dels seus futurs alumnes d'aprendre matemàtiques**, i per tant, desbloquejar l'acció de fer matemàtiques i fruit aprenent matemàtiques. És difícil aconseguir que la seva apreciació de que gairebé tothom pot aprendre a fer i usar les matemàtiques tingui prou fonamentació per assegurar que no recularan en el nou posicionament a la més mínima dificultat en aprendre o ensenyar-les.

No es vol assajar propostes que **no puguin ser reproduïbles**, naturalment després de valorar-les i millorar-les, doncs es pretén aprofitar els resultats de la recerca per prosseguir l'elaboració del model de formació. Per tant es considera un grup-classe habitual (entre 60 i 70 alumnes), amb l'assignació de crèdits i hores de treball marcats pels plans d'estudi vigents. Això no vol dir pas que no es facin propostes a l'administració i a la institució universitària per canviar algunes de les condicions en que es plantegen els estudis. Com canvi d'itineraris, canvis de continguts, enfocament diferent de les Pràctiques Escolars, etc. Algunes condicions donades pel Pla d'Estudis són força negatives, com el fet de situar les dues assignatures de Didàctica de les Matemàtiques a primer curs, sense cap coneixement previ de pedagogia, psicologia, sociologia ni de les institucions educatives. També hi ha aspectes negatius que es deriven de l'aplicació del Pla d'Estudis, com el fet de no existir una coordinació entre les diverses assignatures que els alumnes cursen simultàniament.

Un altre condicionant es els coneixements matemàtics adquirits pels alumnes amb anterioritat, no tant per la quantitat com pel tipus, essent de baixa complexitat i gairebé sempre algorítmic (veure pàg. 103). Naturalment en aquest cas les creences afecten al disseny del curs de formació i també a la recerca. Pel que fa a les primeres, **s'és conscient que l'anàlisi del procés se'n veurà afectat**. Mereix especial consideració el fet que per tractar-se d'una recerca per desenvolupament (veure 2.1.) la implicació de l'investigador – formador farà que **la influència de les seves concepcions es vegi afectada per les concepcions sobre la formació inicial del professorat**.

A més, per tractar-se d'una recerca d'un procés que dura un any, no s'ha procedit a gravar totes les sessions ja que es considerava que es faria una anàlisi sobre les produccions escrites i no s'analitzaria les interaccions. Malgrat la participació d'un observador extern, ben segur que la manca de contrast no ens permetrà reconèixer el poder cognitiu d'algunes afirmacions i posicionaments.

3.3. Constructes i instruments per a l'anàlisi retrospectiva de la pràctica.

Un cop indicades les condicions inicials i la mostra de l'alumnat, i anomenades les bases teòriques de formació (en el capítol anterior), hauriem d'indicar els instruments metodològics emprats.

Atés que ja s'ha realitzat la justificació de l'ús de la recerca per desenvolupament (RD), ja s'han esmentat els instruments corresponents de la fase de disseny i experiment d'ensenyament. Es tracta de descripcions analítiques interpretatives del curs desenvolupat, les TRHIFI, organització, i caracterització del treball. Això es concretarà en apartats posteriors, considerant les intencions de formació i competències professionals esmentades en el capítol anterior.

Ara ens cal explicitar i justificar quins instruments es faran servir per l'anàlisi retrospectiva de la pràctica (fase 3) per a l'anàlisi del desenvolupament. Els organitzarem en diversos blocs: (a) des del punt de vista de la concepció de les matemàtiques com a pràctica social, per tal de reconèixer posicionaments dels futurs ensenyants (b) des de l'anàlisi del discurs, per a considerar el nivell de millora epistemològica del contingut matemàtic, situació dels aspectes de coneixement i comprensió estratègica, i la millora dels aspectes professionals-actitudinals, de manera que ens donin indicis de canvis del desenvolupament professional, (c) sobre la complexitat de les construccions conceptuais, relacions i connexions, que ens donarà la mesura dels canvis específics en aquest àmbit concret de les competències matemàtiques.

(a) Anàlisi del posicionament dels futurs ensenyants.

Per analitzar la interpretació/posicionament davant les matemàtiques com a pràctica social ens hem centrat en les relacions que els alumnes de mestre mostren en relació al coneixement matemàtic, les seves apreciacions i els valors que declaren, com veuen les relacions de poder i, per tant quin posicionament pedagògic

mantenen. Es basa en els treballs d'anàlisi sobre les pràctiques de futurs mestres pel que fa a la numeracy (Baker 1999). En dit treball, es veia que hi havia una tipologia majoritària de futurs mestres que considerava la numeracia, com una capacitat purament tècnica de comprendre i manipular nombres. Dites persones consideraven les matemàtiques com a autònomes en el sentit de coneixement aïllat, i veient-les com un cos de coneixement, conjunt de convencions i procediments, abstracte, al marge de valors, i universal. A diferència d'altres tipologies com la d'Ernest, o la simple classificació entre mestre tradicional i innovador, ens permet reconèixer trets que es veuen més fàcilment en les produccions textuals, en les que hi ha declaració d'intencions sobre la pràctica i està en la línia dels nostres objectius.

Considerem una tipologia de posicionaments, a partir de la que proposaven Miller i Baker (2001). I, a partir dels textos de les produccions dels estudiants, contrastat amb els diaris de classe i les gravacions que es tenien, s'assigna a cada estudiant el lloc que li correspon en dita tipologia.

Aquesta classificació/tipologia tracta d'aprofundir en la interpretació que es fa de l'educació matemàtica (i científica) a través de l'anàlisi de les produccions des d'una perspectiva de la pràctica social incloent un epistemologia crítica. Explora les respostes dels alumnes de mestre que posen en qüestió els seus models de coneixement i apreciacions sobre ensenyar i aprendre en les diverses activitats realitzades. En efecte, quan s'interpreten les matemàtiques com una pràctica social, es veuen com una parcela altament complexa de l'activitat humana en la societat. Es veuen com "ideològiques". El coneixement en aquest sentit es concebeix com a construït socialment. En aquest model, els contextos, valors, apreciacions, les relacions de poder en que el coneixement està situat, afecta a les maneres de donar significat i a les maneres de conèixer.

L'origen d'aquesta tipologia (instrument d'anàlisi) partia de l'evidència que, especialment els alumnes de mestre de Primària no tenen èxit en matemàtiques i en ciències ni n'aprenen gaire. Aixó té efectes negatius en les seves pràctiques de

classe com a ensenyants. La qüestió es si l'aprofondiment de la seva comprensió i confiança podria afectar positivament a les seves pràctiques futures de classe. També està basat en la creença i el compromís, que les matemàtiques i les ciències en l'educació contribueixen a promoure la justícia social.

Decidim considerar tres tipus de futurs mestres interpretats com a representants de posicions ideològiques i de pràctiques pedagògiques diferents, que no es volen considerar com a “absoluts” i excloents: el conformista, el reflexiu i l'interrogatiu que es descriuen a continuació:

- En el **tipus conformista**, el coneixement es percep al marge de valors, es demana que sigui suficient (a un nivell simple) des del cànon donat. Només vol aprendre el necessari per ensenyar.
- El **tipus reflexiu** considera la relació de les matemàtiques amb la vida diària, es algú que creu que ha de ser mediador entre els seus alumnes i el coneixement en el context social dels coneixement i en l'escola. Es conscient del paper de porta social jugat per les matemàtiques. Sap que hi ha diverses maneres d'ensenyar les matemàtiques, vol identificar les òptimes maneres d'ensenyar i les estratègies però en les estructures educacionals donades. No es qüestiona les estructures de poder, la reestructuració social ni els propòsits morals de l'educació.
- El **tipus interrogatiu**, caracteritzat per la consciència de la construcció social del coneixement científic, no el consideren autònom. Es preocupen per la posició autoritària del mestre, qüestionen les pràctiques pedagògiques i són recercadors.

A continuació mostrem una caracterització a priori dels tres tipus de futur mestre que s'adapten al context de la nostra recerca. Es mostra al quadre de la figura 3.3.1. Cal tenir en compte que, en el nostre cas, els posicionaments dels alumnes són només declacions d'intencions que accions pràctiques professionals a l'aula, i no han estat duts a terme a la pràctica.

	conformista	reflexiu	Interrogatiu- crític
Relacions amb el coneixement matemàtic	<p>Quelcom necessari. Donat i transmès pel docent. Únic i autònom. Saviesa rebuda. Deslligada de valors Coneixement del professor imprescindible. Interpretar-lo com a disciplinadescontextualitzada. Emfasi en cubrir-lo (programa).</p>	<p>Cànon dominant únic de coneixement. Autònom (no reconeix la natura ideològica del coneixement). Interpretar-lo com un acceptació d'aplicació. Es planteja relació amb la vida, Pensa que hi ha diferents maneres de coneixement i pensa que les pot fer seves Minuciosos cubriments dels continguts, reforçat a través d'enriquir el currículum</p>	<p>Acord en múltiples maneres de conèixer Ideològic(naturalesa cultural,plural i grupal del coneixement) Preguntes de quin coneixement, vol trencar miratges i barreres Interessat en les mates, la seva contribució, pensament i visió mundana</p>
Aspectes estratègics, pedagògics i relacions de poder	<p>Accepta la pedagogia de l'escola Interpreta el professor com a autoritat Visió transmissiva Tendeix a la dependència i passivitat Idea de reconeixement de la necessitat de l'ús de recursos simplement motivacional Conserva les estructures de poder i recolza el sistema Acceptació conformista amb l'escola, pares i societat Sense relació entre poder i programa. Accepta el poder i status del coneixement Accepta la jerarquia institucional</p>	<p>Adopta un vernís pedagògic Justifica la pedagogia triada com la millor manera d'ensenyar El docent és l'autoritat, però es consideren els interessos dels alumnes pel que fa a la motivació Usa sistemes de gestió per ajudar als infants a independitzar-se amb aprovació final del docent Mostra elements del sistema que evoquen cert poder del professorat sense més compromís Està d'acord amb que l'escola és el lloc de buscar millors formes d'ajudar als infants a aprendre Saber mates permet accedir a d'altres coses Justifica una pedagogia concreta que ha seleccionat</p>	<p>Considera la negociació com a forma de relació pedagògica Els papers del mestre i alumnat són menys desiguals Es considera que el docent té un poder, però també l'alumne Tendeix a l'autonomia de l'alumne i promou l'activitat Usa estructures per a facilitar potenciació de l'alumnat i democràcia Escull preguntar i usar maneres de desafiar el coneixement i el que cal saber Las demandas son ahora pedagógicas i curriculares Fa explícit que el coneixement té un estatus Accepta la seva pròpia posició i la dels altres</p>
Actituds, emocions, valors i apreciacions	<p>Acció pedagògica ha de ser dirigida Només vol el coneixement que necessita per ensenyar Creença en que cal fer només el bàsic per a la formació docent No reconeix cap component socio-política Professional com a mantenidor de status quo Prioritza competències bàsiques com a únic element</p>	<p>Accepta la importància de la curiositat com a motivació i finalitat en l'ensenyament Valora reflexionar i conjecturar Valora l'equitat com a necessitat sense més implicació reflexiva Ensenyant mediador entre l'alumne i les mates Consciència de competències sociopolítiques Considera positivament els canvis Reconeix pedagogies diferents per a escollir-ne alguna</p>	<p>Moguda ideològicament Posa en qüestió formes de coneixement. Pregunta, debateix, negocia Reconeix que cal atendre la diversitat com a forma de mantenir l'equitat. El coneixement es considera contrastable Usa relació entre educació i visió sociopolítica Valora la creativitat Proposa una visió intel·lectual sobre el fet pedagògic</p>

Figura 3.3.1. Característiques i Tipus de futur docent en considerar les matemàtiques com a pràctica social.
(Adaptació de l'esquema de Miller K – Baker D, 2001)

(b) Anàlisi del discurs i desenvolupament professional

La pràctica pedagògica en Matemàtiques té un component regulatiu i instruccional, i en ella hi actuen, entre d'altres, les regles discursives. Així, el discurs explicatiu matemàtic pot ser analitzat sota l'òptica constructivista des de diverses components independents de l'anàlisi del contingut específic. Des d'un punt de vista de la construcció del coneixement, l'aprenentatge sorgeix en els individus per un procés de construcció de significacions.

No hi ha una unitat de criteri en categoritzar les accions a partir de com es presenten les marques del discurs. En el cas present s'ha usat una extensió del treball de Ogborn et al. (1996) en ciències experimentals que estableix quatre tipus d'accions que es defineixen en el discurs: detectar diferències, construir entitats, retreballar el coneixement i atorgar significació que es va fer servir per estudiar el discurs del docent expert en matemàtiques (Gimenez et al. 1999).

Aquesta adaptació de l'anàlisi del discurs pel cas de la formació inicial del professorat inclou les tres grans components: sobre els aspectes de la millora epistemològica sobre el significat de les matemàtiques, sobre la component interpretativa-estratègica i sobre el contingut professional en la component comportamental/actitudinal.

Sobre la millora epistemològica sobre el significat de les matemàtiques.

Els aspectes considerats (veure figura 3.3.2.) són: identificació simple, construcció, explicitació i/o identificació de diferències, elaboració i reconeixement de propietats, identificació de gèneres diversos, relació explícita de formes de coneixement matemàtic, identificació del valor dels teoremes i de la matemàtica. Per a cada un d'ells, es consideren indicadors operatius, que es buscaran en les produccions dels estudiants per tal d'assignar-los-hi nivells màxims possibles.

ASPECTE		Indicadors operatius
---------	--	----------------------

Millora Epistemològica respecte el significat de les matemàtiques	I-Identificació simple	1 2	Reconeix objectes Explicita un únic significat d'un contingut
	C-Construeix entitats	1 2 3 4	Explica continguts Posa nom a les coses Busca exemples adients Estableix inclusions i classificacions
	D-Explicita i/o identifica diferències	1 2 3 4 5 6	Explica elements comuns o no comuns Explica equivalències en un context Representa de maneres diverses Contrasta observacions Valora significats diferents Reconeix la relevància de certes relacions matemàtiques
	P-Elabora i reconeix propietats	1 2 3 4 5 6	Fa generalitzacions /particularitzacions Mostra propietats en forma genèrica Usa contraexemples Usa metàfores(situació o dibuix més expressió verbal) Usa analogies Usa metonímies
	G-Identifica gèneres diversos (registres d'expressió)	1 2 3	Usa/reconeix representacions gràfiques estructurades Usa notacions simbòliques Minimitza expressions
	F-Relaciona explícitament formes de coneixement matemàtic	1 2 3 4 5	Distingeix premises de conclusions, reconeixent el valor deductiu Explicita la utilitat d'un canvi de representació Explica estratègies com a procés heurístic Explicita justificadament una anàlisi o una síntesi Usa mètodes inductius correctament
	V-Identifica el valor dels teoremes i de la matemàtica	1 2 3	Usa justificacions amb caràcter de raonament deductiu Raona sobre generalitzacions Supera empirismes, capaç d'entrar en el raonament hipotètic.

Figura 3.3.2. Descriptors i indicadors considerats en la millora epistemològica del contingut matemàtic dels futurs docents

Les assignacions numèriques s'han fet com a forma de codificació numèrica i no posicional ordinal. Així ens ha permès qualificar i quantificar quan ha estat necessari.

Sobre la component interpretativa –estratègica.

Com a una forma de situar el coneixement i la comprensió estratègica considerem els següents aspectes: relatius a l'aprenentatge, a la instrucció i evocació de processos interactius. Aquests aspectes sorgeixen de la descripció que

s'ha fet al capítol anterior sobre el valor de la component estratègica en la formació d'ensenyants de primària.

ASPECTE			Indicadors operatius
Sobre aprenentatge	N- te en compte o evoca el fet de tractar nocions matemàtiques	0 1 2 3 4 5	Identificant i justificant l'establiment de relacions de contingut superficialment Establint o mostrant connexions interdisciplinàries Usant o evocant esquemes i propietats (de caire representatiu) Identificant processos significatius (de matematització) Utilitzant o evocant esquemes relacionals dels continguts dins les mates Identificant i assumint graus de dificultat en el contingut
	D- Identifica elements del disseny d'aprenentatge	1 2 3 4 5 6 7 8	Planificant amb fases clares Relacionant la classe amb experiència de vida escolars (d'ells) Utilitzant exemples i evocacions d'aprenentatge per recolzar afirmacions (jo l'entengui) Explicitant eines de motivació Simulant diàlegs / imagina possibilitats fent al·lusions de gestió associades al contingut Proposant anàlisi de processos (en futur) Identificant processos de control i regulació Relacionant seqüència de contingut amb disseny d'aprenentatge
Sobre la instrucció	C- Considera els elements propis del currículum	1 2 3 4 5 6 7 8 9	Reconeixent finalitat i objectius d'activitats Fent al·lusions implícites al contingut Identificant referències explícites oficials Es mostra coherència entre activitat i contingut Utilitzant/elaborant materials (jocs) conscientment Diversificant /adaptant l'ús de materials coneguts Analitzant/reflexionant l'ús de materials, i/o Creant materials adients (tractant de ser original) Identificant elements claus en la seqüència del contingut. Establint relacions instructives associades a diverses facetes del concepte.
	R- Es reconeixen registres o formes instruccionals (simulació, vídeo) (elements de gestió)	1 1b 2 3 4 5 6 7 8	Identificant el marc de referència de l'entorn Relacionant i valorant representacions. Imaginant trets de la cultura mat. de la classe (què saben....) Explicitant el paper de les tasques Explicitant formes diferents decidint en funció dels alumnes i la seva reacció) Comparant i/o analitzant models de treball Tenint en compte la diversitat del grup Identificant posicions rellevants per justificar intervencions Procurant argumentar i fonamentar decisions instructives
	E- Reconeix els elements funcionals de tasques educatives i estils instructius diversos	1 2 3 4	Proposant i/o identificant situacions de treball col·laboratiu Utilitzant situacions tancades i obertes Situant el valor del treball dirigit (ho justifica) Proposant tasques complexes (projectes,...)
Evocació dels processos interactius	N-Identifica elements que articulen la negociació de significats	1 2 3	Explicitant el valor del coneixement previ Atribuïnt intencions negociadores a la activitat Separant el paper del grup i els individus
	I-Relacions professor-alumne	1 2 3	Explicita estratègies per possibilitar el raonament de l'alumne. Proposant situacions d'anàlisi / síntesi. Explicitant el progrés que vol que faci l'alumnat.

Figura 3.3.3. Descriptors i indicadors considerats en la situació dels aspectes del coneixement i la comprensió.

Sobre el contingut professional en l'aspecte comportamental/ actitudinal

Per a establir les categories professionals, s'adapten a partir de les establertes per Shulman (2002). Es subdivideixen en tres blocs : (i) assumpció de l'activitat professional (flexibilitat i implicació, identificació de posicions rellevants, reconeixement del valor dialèctic de l'acció professional, explicitació de l'implicació reflexiva- professional), (ii) actituds critica-reflexiva (valor del paper social de l'acció formadora, emissió de judicis reflexius cap a la presa de decisions de formació) i (iii) compromís i identitat professional. Els indicadors corresponents es troben en la figura 3.3.4. Interpretarem en aquest cas les assignacions com a progressivament més qualificades.

Sobre la assumpció de l'activitat professional	F- Es manifesta amb flexibilitat i implicació	0 1 2 3 4 5 6	Mostrant distància i fredor educativa en els escrits Expressant simplement sentiments i emocions Referenciant l'impacte possible de les accions educatives Mostrant elements d'il·lusió (recerca de coses noves...) Ofertint contrast de possibles posicions Explicitant actituds científiques del treball proposat Mirant què es fa interessant a l'escola del que s'ha demanat
	P – Identifica posicions rellevants i respostes front la motivació i comprensió de noves idees de fer de mestre	1 2 3 4 5 6 7 8	Buscant posicionament en el discurs pedagògic Mostrant interès per fer lectures, intervencions... Reconeixent explícitament protagonisme de l'alumnat Procurant explicitar valors matemàtics que cal promoure Valorant l'equitat educativa en el treball matemàtic Explicitant la diversitat de l'alumnat Reconeixent fàcilment nous coneixements pedagògics Identificant i reconeixent el valor de l'acció docent en matemàtiques
	C- Reconeix el valor dialèctic de l'acció – realització	1 2 3 4 5	Proposant i/o identificant accions efectives i realistes Tractant de fer un discurs entenedor Es situa com si anés a fer classe de debó Incorporant experiència acumulada Sabem que vol posar-ho en pràctica o evoca pràctiques viscudes.
	I- Mostra implicació reflexiva professional	1 2 3 4	Explicitant reflexió simplement descriptiva Evocant valors de formació no estrictament matemàtics Parlant d'experiències realitzades S'avança a pensar en el que pot passar
Sobre les actituds crítiques i reflexives	S-Valora el paper social de l'acció formadora	1 2 3	Incorpora idees d'altres de forma general Explicitant referències amb autoria explícita Reconeixent explícitament modificacions de plantejaments
	J- Emet judicis introspectius/reflexius cap a la presa de decisions de formació	0 1 2 3 4	Explicitant opinions o comentaris sense justificació Explicitant reflexió argumentativa encadenant raonaments per a fer judicis justificats Explicitant elements d'acció professional Proposant elements de control del procés Comparant el propi judici amb el d'altri
Sobre el compromís i identitat professional		1 2 3 4	Mostrant responsabilitat amb la tasca realitzada S'implica superant el que simplement s'ha demanat. Sobrepasant els exemples i es compromet en tasques de formació. S'enfronta amb situacions complexes amb lucidesa

Figura 3.3.4. Descriptors i indicadors considerats en la millora dels aspectes professionals.

(c) Anàlisi de les construccions conceptuais.

Per tal d'analitzar com entenen els estudiants de mestre que es contrueix un concepte partim de l'anàlisi cognitiva de com s'adquireixen conceptes. Utilitzem el plantejament de Hershkowitz i altres (1990) sobre els processos de construcció dels conceptes bàsics geomètrics que podem aplicar als conceptes numèrics de la nostra recerca, així com les relacions entre els elements d'un concepte i entre diferents conceptes. La majoria de conceptes bàsics poden ser considerats per adjunció (afegint elements). Les relacions matemàtiques entre els elements es poden descriure pel gràfic (figura 3.3.5.).

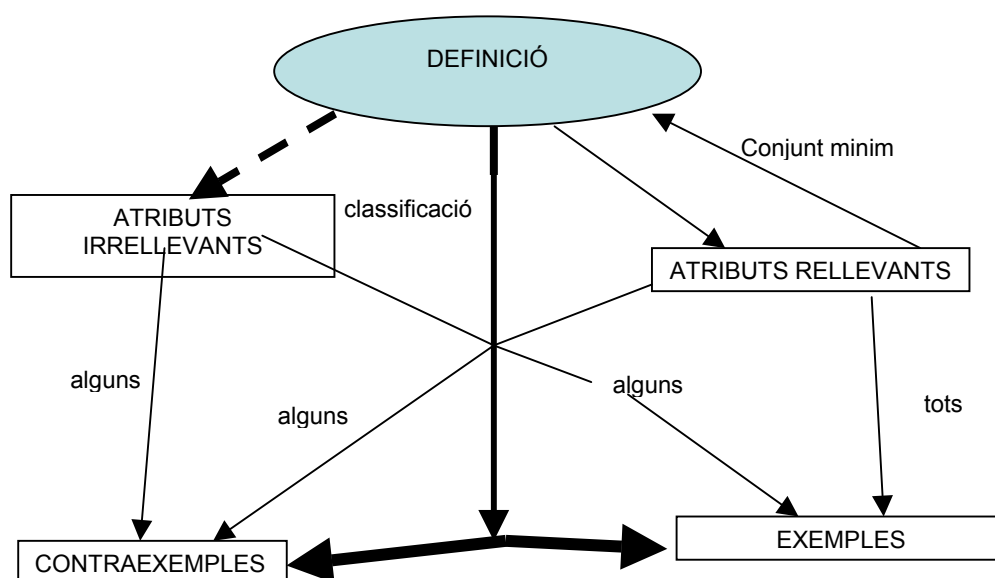


Figura 3.3.5. Relació entre elements del concepte. (Hershkowitz, 1990)

Es mostra com el concepte es deriva de la seva definició matemàtica i per tant té atributs crítics (rellevants) i atributs no crítics. La definició verbal inclou un nombre mínim d'atributs rellevants per definir el concepte.

En el procés cognitiu que caracteritza la construcció d'un concepte hi tenen un paper essencial els exemples prototípus. Són els que es capten primer i hi són en la majoria de subjectes, contenen els atributs crítics i alguns no crítics. El més interessant és que són força independents del subjecte, acostumen a ser els mateixos per a molts individus, sembla que té naturalesa intuïtiva i són molts

importants en els processos de conceptualització. Molts cops es produeix per una certa “visualització”. En el procés de construcció d’un concepte hi ha d’haver una jerarquia (ordre) en l’aproximació als exemples dels conceptes. Primer els prototípics, després els altres en ordre creixent de complexitat. En tot plegat hi intervenen processos analítics i /o visuals.

En la present recerca, aquesta eina s'utilitza al capítol 5 (veure 5.2) en l'anàlisi d'una tasca de projecció professional específica. La importància d'aquesta anàlisi es centra en el fet que ens mostri l'ús que fan d'exemples prototipus i si inclouen prous exemples que toquin tots els atributs essencials per la conceptualització a l'edat que es planteja. També veure la mena de connexions que estableixen entre els diferents significats que proposen del concepte. Les representacions que tenen un efecte visualitzador també seran considerades.

(d) Anàlisi de la complexitat matemàtica.

Per analitzar el nivell de complexitat en les activitats proposades amb format de prova i considerar el valor de les respostes donades, com activitats matemàtiques diferents s'ha usat un esquema (fig. 3.3.6.), en tipus i nivells d'activitat, seguint la proposta de Gimenez i Fortuny (1993) que es va fer des del punt de vista de l'equilibri avaluatiu dels ítems emprats en proves matemàtiques.

Tipus de contingut	Nivell baix	Nivell mitjà	Nivell alt
Conceptes Estructures	Anomenar conceptes	Identificar conceptes	Fer mapes conceptuais
Algorismes i tècniques . instrumentals	Seguir instruccions donades	Aplicar algorismes de càlcul	Dissenyar programes
Resolució de problemes	Exercici	Problema tancat	Situació o problema obert
Llenguatges i Visualització	Construcció	Interpretació	Pensament qualitatiu
Raonament i demostració	Inferència directa Demostració d'un pas	Inferència indirecta Demostració de 2 passos	Mètode absurd Demostració de 3 passos

Figura 3.3.6. Tipus i grau de complexitat de continguts en activitats.(Gimenez i Fortuny, 1993).

3.4. Organització del curs. Macrocycles. Disseny. Unitats.

El curs de formació inicial està constituït per dues assignatures del Pla d'Estudis de la Diplomatura de Mestre (especialitat de Primària). Com una concreció de les intencions de formació expressades en el capítol 2, per motius estratègics s'ha fet coincidir els dos macrocycles (temporalment i curricularment) amb les dues assignatures Didàctica de la Matemàtica I i II. Cal tenir en compte que es proposa un curs efectivament realitzat i reproduïble, i, per tant, ha calgut respectar el marc institucional establert.

El programa aplicat a l'experimentació **és coherent amb els objectius** aprovats pel Consell d'estudis del títol de Mestre de Primària per les dues assignatures. Tanmateix, la distribució, seqüència i organització dels continguts difereix molt del que es posa en pràctica habitualment. Les diferències es poden concretar en diversos aspectes:

Un enfoc cíclic que implica a les dues assignatures com un tot. Considerarem la primera assignatura com un nucli sobre el que aprofundir i completar coneixements en la segona assignatura, especialment didàctics i estratègics sobre la pràctica. Això implica tornar sobre temes clau ampliant els continguts relacionats. Per exemple, en el macrocycle 1 es treballa les propietats de les operacions i de les igualtats i en el macrocycle 2 es veu el paper de les propietats en els algorismes usuals.

Donar un **caràcter diferent a cadascuna de les assignatures**, una major importància al contingut matemàtic en la primera però procurant tractar especialment els aspectes d'exemplificació contextual i de representació de conceptes i relacions matemàtiques. Així poder afavorir el paper facilitador de l'aprenentatge matemàtic dels alumnes dels futurs mestres. La segona té un marcat caràcter didàctic on els aspectes estratègics i professionals son més rellevants.

Prioritzar de manera decidida des de la organització dels continguts, no només des de les activitats, **la connexió dels coneixements**. Les matemàtiques no s'han de veure com a temes deslligats, en primer lloc per que no ho son i, en segon lloc com es diu en NCTM(2003):

"Quan els estudiants poden connectar idees matemàtiques, la seva comprensió és més profunda i duradora,...a través d'un ensenyament que resalti la interrelació de les idees matemàtiques, no només aprenen l'assignatura sino que també s'adonen de la seva utilitat".

La necessitat de veure les matemàtiques com un tot és molt important de cara al seu ensenyament, especialment per un futur mestre que precisa dominar les connexions internes entre els temes que va a ensenyar. I no només per establir les relacions necessàries entre els coneixements previs i els que vol ensenyar, sino per aprofitar les connexions per potenciar l'aprenentatge dels seus alumnes. Resoldre problemes és una capacitat que es pot desenvolupar, a part de amb d'altres recursos, fent adonar com les connexions permeten reinterpretar les condicions donades o com es pot canviar les representacions per resoldre'ls.

Les connexions son ben diverses, des de fer interaccionar temes matemàtics entre ells a treballar en contextos on les matemàtiques es relacionen amb d'altres disciplines o amb situacions reals. Entendrem que les connexions comprenen des de les relacions conceptuais (tan en conceptes propers com suma i resta, o menys propers com les fraccions i la proporcionalitat o la probabilitat), les transformacions de representacions, l'aplicació de les matemàtiques a d'altres disciplines o a la vida diària. No es pot oblidar en aquest cas concret de persones que seran docents dos tipus de connexions extremadament importants per a l'aprenentatge: les comparacions de situacions que porten a l'abstracció de propietats a partir de la descoberta de patrons i les connexions entre les idees assolides i les noves, en un enfoc constructivista de l'aprenentatge.

Les connexions es poden establir a partir de les situacions proposades, a partir dels procediments emprats com per exemple les representacions, dels contextos rics i ben triats i de les estratègies de resolució.

Això es concreta en el primer macrocicle amb una proposta de **unitats amb caràcter transversal matemàtic: Doble i meitat, Igual i diferent i Dependència**. En totes elles s'hi troben continguts de diversos blocs curriculars de matemàtiques: Aritmètica, geometria, mesura, estadística i probabilitat. També s'hi troba procediments matemàtics, validació de resultats, terminologia, etc. Aquesta voluntat de connectar coneixement es reflexa en el segon macrocicle en els temes **Desenvolupament dels sentit numèric i L'espai i la forma**. En aquest cas tot el coneixement didàctic dels temes numèrics està focalitzat a partir d'un plantejament inter-relacionat dels temes habituals (sistema de numeració, càlcul, relacions numèriques, etc) on el **saber manejar-se amb els nombres** va més enllà de saber escriure nombres o saber calcular. La geometria parteix d'un tema més ampli, de **matematització de l'espai** el que evidencia més els aspectes representacionals i procedimentals geomètrics.

En el segon macrocicle es situa una unitat de caràcter transversal didàctic-matemàtic, **Aspectes bàsics i generals de l'aprenentatge i l'ensenyament de les matemàtiques a Primària**, on es pretén integrar tot el contingut tractat anteriorment i amb la pretensió de provocar en els futurs mestres la reflexió en temes cabdals relacionats directament amb l'educació matemàtica (Matemàtiques i societat. Com s'aprenen les matemàtiques. Com ensenyar les matemàtiques. El paper del mestre.). La darrera unitat, **Programar i actuar**, és la concreció de l'anterior, on la declaració d'intencions pren forma de propostes concretes per a una aula hipotètica.

Dissenyar una organització del contingut, que conjuntament amb la metodologia, provoqui el més aviat possible **canvis en les concepcions** del que són les matemàtiques, de com s'aprenen i de com s'ensenyen. Després de molts anys d'experiència i tenint en compte diverses recerques sobre el tema (Blanco &

Mellado, (1995)) de les concepcions prèvies dels alumnes de mestre, és prioritari aconseguir moure'ls de les seves posicions que no estan d'acord amb les tendències i necessitats actuals de l'educació matemàtica.

Per aixó s'inicia el curs amb un tema senzill (Doble i meitat) en el que ja apareixen els elements que caracteritzen tota la proposta: **connexió** de conceptes, **exemplificació del món real**, ús de materials manipulatius, gràfics i audiovisuals, potenciació de la **representació** a diversos nivells de conceptes i relacions, recerca de situacions i activitats per l'educació primària, necessitat d'**adoptar el paper de mestre**, potenciació de l'acció i de la **reflexió**, etc.

A continuació descrivim els dos macrocicles.

Macrocycle 1

En aquest macrocicle s'inclouen 5 unitats, tres d'elles tenen un caràcter marcadament matemàtic (1,2,4) i dues tenen caràcter didàctic (3, 5).

La primera, **Doble i meitat**, es pot considerar, en alguns dels seus punts, un cas particular de la segona. Es tracta d'un tema important per les seves implicacions didàctiques a nivell dels alumnes de Primària però també s'ha triat per la seva aparent simplicitat, el que vol afavorir una disposició positiva dels alumnes (com ja s'ha dit no gaire ben predisposats cap a les matemàtiques). El tema de parells i senars pot servir d'entrada a la divisibilitat i, al mateix temps, està present en moltes situacions quotidianes d'aparellament o divisió en grups iguals.

La unitat **Igual i diferent** permetrà copsar un panorama dels diversos significats del signe igual. El concepte d'igualtat és un tema clau en la construcció de tota la matemàtica. Sovint es fa un ús reiterat del mateix símbol d'igualtat, aquest abús de notació que per als matemàtics no representa cap problema conceptual, sí que pot crear notables dificultats en els processos d'aprenentatge. En l'ensenyament elemental, la igualtat, sense ser un tema en els llibres de text, és usada en contextos

matemàtics ben diferents i, en cada cas, cal entendre'ls segons els objectes matemàtics que posa en relació. La universalitat d'ús que li dona una importància capital fa que la complexitat del seu aprenentatge sigui molt elevada. Un docent, a Primària o a Secundària, ha de dirigir el procés de donar un significat cada cop més ric, extens i plural al signe igual. Per tant li cal conèixer, com a mínim, els temes o ítems on el signe igual presenta significacions més generals o diverses de les presentades anteriorment.

En el darrer tema matemàtic, **Dependència**, la igualtat pren un paper més complex encara. Per adequar-se més a Primària, i tenint en compte que els alumnes han treballat les funcions lineals i quadràtiques el l'etapa secundària, l'èmfasi es posa en el propi concepte de dependència i en la descoberta, tractament i importància de les regularitats o patrons. La descoberta de regularitats, en general, porta a la descoberta de propietats i a l'expressió de les mateixes.

La tercera unitat, **Recursos i contextos**, es situa després de les dues primeres de caràcter més matemàtic per aprofitar les experiències adquirides sobre l'ús de materials manipulatius, sobre les representacions visuals, sobre la matematització de situacions reals senzilles i quotidianes per provocar una recollida, classificació i reflexió sobre el paper del context en l'aprenentatge i l'ensenyament de les matemàtiques.

La cinquena, **Actuació a l'aula**, només pretén iniciar als alumnes en alguns aspectes de la pràctica educativa: la comunicació i les interaccions a l'aula. Igual que la descrita anteriorment, es vol aprofitar les experiències viscudes en les altres unitats pels alumnes de mestre per plantejar la importància d'aquesta qüestió en la gestió dels aprenentatges.

A continuació es llisten els continguts tractats en les diverses unitats. Per veure la concreció d'una de les unitats consultar l'apartat 3.7. on s'explicita el tractament que es vol donar a la unitat Igual i diferent.

1. Doble i meitat	<p>1.1. Situacions rellevants on es troben implicats doble i meitat.</p> <p>1.2. Parells i senars. Concepte. Representacions. Propietats. Aplicacions.</p> <p>1.3. Potències de 2 i d'1/2. Descomposició de nombres naturals com a suma de potències de dos. Algorisme de multiplicar usant només la taula del dos.</p> <p>1.4. Progressions aritmètiques i geomètriques de raons 2 i 1/2.</p> <p>1.5. Angle meitat i angle doble.</p> <p>1.6. Simetria axial. Translacions. Girs.</p> <p>1.7. Divisió d'un polígon per la meitat.</p> <p>1.8. Duplicació d'un polígon: teorema de Pitàgores.</p> <p>1.9. Duplicar com a mètode de resolució: alguns casos interessants.</p> <p>1.10. Partir un cub en dos parts iguals. Cub d'aresta meitat. Cub d'àrea meitat.</p> <p>1.11. Duplicar un cub. Cub d'aresta doble. Cub d'àrea doble.</p> <p>1.12. Triar grups de 2 elements diferents d'una col·lecció.</p> <p>1.13. Probabilitat doble i meitat..</p> <p>1.14. Activitats de doble i meitat per alumnes de Primària.</p>
2. Igual i diferent	<p>2.1. Què vol dir igual: diversos significats, matemàtics o no.</p> <p>2.2. Igualtats aritmètiques. Tipologia. Propietats de les operacions. Convenis d'escriptura. Propietats de les igualtats. Aplicació de les propietats de les igualtats a la resolució de diversos problemes.</p> <p>2.3. Igualtat per superposició. Figures iguals. Figures congruents. Implicacions de la congruència en l'estudi de figures geomètriques.</p> <p>2.4. Igualtat d'angles. Igualtat de triangles. No igualtat de quadrilàters.</p> <p>2.5. Equivalència. Significats. Figures isoperimètriques. Àrees equivalents. Volums equivalents. Fraccions equivalents.</p> <p>2.6. Quan l'ordre marca diferències. Permutacions..</p> <p>2.7. Equiprobabilitat.</p> <p>2.8. Igualtat estadística.</p> <p>2.9. Igualtat com a dependència de variables.</p> <p>2.10. Definicions equivalents.</p> <p>2.11. Activitats per alumnes de Primària.</p>

3. Recursos i context	<p>3.1. Recursos. On trobar-ne. Còm usar-los. Creació o adaptació de nous materials. Raons que justifiquen el seu ús. Errors a evitar. Tipus i exemples.</p> <p>3.2. Contextes en educació matemàtica. Factors que influencien la tria de contextes d'aprenentatge. Us dels diversos tipus. Creació de contextes. Procés de matematització d'un context. Eixos transversals. Exemples diversos.</p>
4. Dependència	<p>4.1. Noció de dependència, variables, intervals de validesa, constants. Exemples de dependència i de no dependència.</p> <p>4.2. Descoberta de regularitats. Expressió de les regularitats: taules, gràfiques, fórmules. Exemples de regularitats aritmètiques, geomètriques, dimensionals, etc.</p> <p>4.3. Dependència linial. Concepte. Propietats. Representacions. Aplicació. Connexions amb d'altres temes: fraccions i geometria.</p> <p>4.4. Dependències no linials. Mesura i tria de la unitat. Escales de dependència.</p> <p>4.5. Dependència estadística. Presa de decisions.</p> <p>4.6. Casos interessants de no dependència. Independència en probabilitat.</p>
5. Actuació	<p>5.1. La comunicació. Elements que hi intervenen: llenguatges, persones, matèria. Nivells de llenguatge. Tipus de discurs del professor. Recursos comunicatius. Elements comunicatius que afavoreixen la comprensió o la reflexió.</p> <p>5.2. Interaccions. Còm afavorir les interaccions entre alumnes. Organització dels grups per treballar, discutir, etc.</p> <p>5.3. Tipus d'activitats a l'aula i fora de l'aula.</p> <p>5.4. Organització i gestió de les sessions de classe. Models de classes.</p>

Figura 3.4.1. Macrocycle 1.

Macrocycle 2

En aquest macrocicle s'inclouen 4 unitats. Encara que està subjacent l'aspecte matemàtic en dues d'elles, a totes se'ls dona un caràcter didàctic.

La unitat dedicada a l'**Adquisició del sentit numèric** està centrada en la importància de l'adquisició de la competència numèrica, com aquella competència matemàtica que permet manejar situacions on cal prendre decisions de quins nombres cal usar, amb quin grau de precisió, calculant eficientment amb mètodes estàndard o personals, com expressar els resultats, etc. Els temes que la configuren s'han de interpretar en aquest sentit, no d'una manera aïllada, i sempre en relació a l'aplicació del coneixement a les situacions reals i quotidianes. Fins i tot s'establiran connexions amb d'altres blocs del currículum actual de matemàtiques de Primària com mesura, estadística i probabilitat. També inclou aspectes curriculars i de disseny de seqüències d'ensenyament, a més de recursos i estratègies concretes d'ensenyament dels nombres i dels tipus diversos de càlcul.

Aquesta unitat, a part d'estar plantejada d'una manera global, torna o amplia temes tractats en el primer macrocicle (apartats 1,2,3,4,14 de la unitat 1; apartats 1,2,5,11 de la unitat 2; apartats 2,3 de la unitat 4) i utilitza els continguts de les unitat 3 i 5 concretats al tema numèric.

Havent inclòs en el macrocicle 1 una bona quantitat de temes geomètrics (fet intencionalment per donar més oportunitats de "madurar" els coneixements nous a alumnes pocs avessats a treballar geometria en els seus estudis previs), s'inclou una unitat que enfoca el tractament de la geometria a Primària com a un coneixement lligat als sentits i a la percepció i que cal matematitzar. En **L'espai i la forma** es dona importància als procediments més específicament geomètrics, a la tria de contextos d'aprenentatge i a la connexió amb altres blocs de la matemàtica. A part dels temes geomètrics continguts en el macrocicle 1, aquesta unitat connecta amb la unitat de recursos i contextos, especialment amb el treball a partir de la realitat que s'haurà plantejat a dita unitat. La unitat 3, **Aprenentatge i ensenyament de les matemàtiques a Primària**, pretén integrar els coneixements adquirits, provocar la reflexió i el posicionament dels alumnes al voltant de quatre temes importants en els futurs mestres que volem formar: Per què ensenyar matemàtiques?, Com s'aprenen les matemàtiques, Com ensenyar les matemàtiques, L'activitat

matemàtica a l'escola, El paper del mestre. A través de documents i discussions de classe cal arribar a elaborar un article en el que defensin les seves posicions respecte a aquests temes. Per més detall consultar el capítol 5, apartat 5.3, on es descriu les sessions i els resultats dels alumnes estudiats. Finalment, la quarta unitat tracta de manera més aprofundida la **planificació de l'activitat matemàtica i la gestió** de la mateixa. Durant el temps dedicat a la unitat, els alumnes de manera individual, elaboren una programació per alumnes de Primària. Inclou també l'exposició dels treball al resta del grup- classe. Aquesta activitat s'enfoca com un aglutinador de tot el coneixement adquirit durant el curs de formació.

El contingut més detallat del macrocicle 2 es mostra en el quadre següent:

1. Desenvolupament del sentit numèric	<p>1.1. Què s'enten per sentit numèric.</p> <p>1.2. Nombres: classes i usos. Naturals per comptar, ordenar i codificar. Fraccionaris i decimals per comparar i mesurar.</p> <p>1.3. Característiques del sistema de numeració decimal.</p> <p>1.4. Les operacions amb nombres naturals. Propietats. Relacions. Resta i divisió. Significats de les operacions. Representacions de les operacions. Algorismes i la seva justificació.</p> <p>1.5. Seqüència bàsica de l'ensenyament del sistema de numeració decimal. Estratègies específiques. Materials i recursos. Contextos. Dificultats d'aprenentatge.</p> <p>1.6. Seqüències bàsiques de les operacions elementals. Estratègies específiques. Materials i recursos. Contextos. Dificultats d'aprenentatge.</p> <p>1.7. Càlcul exacte i aproximat. Estimació. Tempteig. Arrodoniment.. Càlcul mental, escrit. ús de la calculadora. Descobriment de patrons i relacions numèriques.</p> <p>1.8. Fraccions. Significats. Representació. Dificultats d'aprenentatge. Estratègies específiques. Seqüenciació bàsica.</p> <p>1.9. Connexions amb la mesura, a geometria, l'estadística i la probabilitat.</p> <p>1.10. Objectius terminals del curriculum. Procediments generals implicats en l'adquisició del sentit numèric.</p>
--	---

2. L'espai i la forma	<p>2.1. Què s'entén per percepció espacial. Matematització de l'espai real. Nivells de coneixement geomètric. Imaginació geomètrica. Concepcions errònies. Objectius en l'ensenyament de la geometria a Primària.</p> <p>2.2. Conceptes i relacions geomètriques elementals. Estructuració. Figures i formes. Classificacions. Relacions d'inclusió. Relacions mètriques.</p> <p>2.3. Procediments geomètrics. Generació i comparació de figures. Representacions i llenguatge geomètric.</p> <p>2.4. Seqüència bàsica de l'ensenyament dels conceptes i procediments geomètrics. Materials i recursos. Contextos. Dificultats d'aprenentatge.</p> <p>2.5. Activitats geomètriques. El taller de geometria.</p> <p>2.6. Connexions. Descobriment de patrons geomètrics. Visualització.</p> <p>2.7. Objectius terminals del currículum. Procediments generals implicats en l'adquisició de conceptes geomètrics.</p>
3. Aprenentatge i ensenyament de les matemàtiques a Primària	<p>Nuclis de discussió. <i>(Metodologia de treball. Qüestionaris. Document.).</i></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Per què ensenyar matemàtiques?. Matemàtiques i societat.</i> 2. <i>Còmm s'aprenen les matemàtiques.</i> 3. <i>Còmm ensenyar les matemàtiques.</i> 4. <i>L'activitat matemàtica a l'escola. El paper del mestre.</i>
4. Programar i actuar	<p>4.1. Programació de l'activitat a l'aula. Elements.</p> <p>4.2. Gestió de la classe.</p>

Figura 3.4.2. Macrocycle 2.

3.5. Organitzadors curriculars.

Cadascuna de les unitats s'estructura en temes descrits en cinc apartats distribuïts formalment en dos fulls a doble columna per tenir-ne una visió conjunta.

Els organitzadors són els següents: la **justificació** de la importància del tema i de les **finalitats** que es persegueixen, la **integració temàtica** i els **continguts**, les **referències** i els **recursos**, la **situació generadora** de la activitat i la **gestió** i, finalment, els **indicis de canvi professional** i les **competències professionals** relacionades amb el tema tractat. Descriu a continuació els organitzadors utilitzats:

Justificació i finalitats de les sessions. Aquest apartat és essencial per aclarir les intencions de formació en un plantejament que hem descrit anteriorment amb tot detall. És clar que les preconcepcions del formador configurades a partir de la pròpia experiència, els resultats de les recerques sobre formació de professors i l'intercanvi amb d'altres formadors influeixen fortament el que es considera important en cadascuna de les sessions, el que dona una línia d'actuació al llarg de l'assignatura. Les finalitats declaren les intencions del formador, algunes són de caire matemàtic en el sentit d'afavorir un mestre facilitador de l'aprenentatge matemàtic dels seus alumnes i d'altres de didàctics.

Integració temàtica i continguts. En el primer dels dos apartats es consideren les relacions entre les diverses sessions de la unitat i també les que cal tenir en compte amb les altres unitats. Cal remarcar que un dels eixos del programa és justament la connexió i la transversalitat, el que permet un enfoc globalitzador tant pel que fa a les situacions, als llenguatges i les representacions com per la visió transversal que es vol donar de les matemàtiques. Pel que fa als continguts són els específics de la sessió, estan classificats curricularment en conceptuals, procedimentals i actitudinals. Aquesta distribució té un paper explicatiu, en la pràctica a l'hora de realitzar les diverses tasques es fa un plantejament integrat. No

es possible plantejar un concepte sense fer ús de diversos procediments i en un context de valoració del mateix, per tant les actituds també es troben cohesionades amb els conceptes i els procediments a l'hora de la pràctica.

El contingut, com a conjunt de sabers i formes culturals, ha de ser après de forma significativa. Es considera tres tipus de contingut: contingut **matemàtic**, contingut d'**aprenentatge** que volem implementar i contingut **didàctic**. En les diverses sessions trobarem aquesta tipologia barrejada amb l'estructura de conceptes, procediments i actituds.

En el contingut matemàtic trobarem les categories següents: **conceptes, terminologia, relacions entre conceptes, procediments matemàtics, validació de resultats, competències bàsiques i processos de raonament**.

En els continguts d'aprenentatge considerem **la capacitat crítica** (flexibilitat, autonomia, capacitat discursiva i argumentativa, comunicació i cooperació), **actitud i valors positius** (apertura, seriositat, tenacitat,...), **aprendre a ensenyar** (epistemologia bàsica del contingut, condicionaments sociològics, psicològics,...), **capacitació educativa constructiva** (integració, interdisciplinarietat, reflexió).

Pel que fa als continguts didàctics es consideren bàsics: **els processos d'aprenentatge** (mètodes i recursos, paper de les concepcions dels alumnes, estratègies de raonament,...), **desenvolupament curricular** (finalitats objectius, representacions conceptuals, decisions), **instrucció i gestió** (ambients de treball i cultura de l'aula, activitats i tasques), **seqüència i selecció** (presentació, ajuts, control, comunicació de significats, maneres de treballar), **facilitació** (flexibilitat en funció de les capacitats, diagnosi,...).

Referències i recursos d'aula. Les referències específiques que tenen a veure amb les bases teòriques dels continguts de la sessió podrien ser moltes però molt poques son operatives i aquestes són les que s'ha citat. Pel que fa als recursos

s'indica els que són essencials per a la activitat. Els recursos materials manipulatius, tecnològics, audiovisuals, etc, son un punt de partença clau per a la construcció del coneixement i per tant, s'integren en el desenvolupament curricular com un element fonamental, especialment en la formació de mestres d'ensenyament elemental.

Situació generadora de l'activitat. Gestió de la sessió. En aquest apartat es descriuen les activitats, distingint les que estan dissenyades per que serveixin d'iniciadores o provocadores. Molts cops aquestes activitats inicials fan sorgir les concepcions prèvies dels alumnes i així, si cal, tractar de modificar-les a partir de la reflexió després de l'acció personal i col·laborativa. En aquest organitzador està detallada la metodologia concreta de la sessió, en la que es té en compte el fet que els alumnes de mestre han de ser ensenyats de manera semblant a com ells hauran d'ensenyar.

Indicis de canvi professional. Competències Professionals. En el primer apartat és on es reflexa més clarament l'hipotètic aprenentatge dels alumnes de mestre que s'espera es produeixi en la sessió de classe. L'apartat de competències professionals recull aquelles que estan més estretament relacionades amb els objectius globals de formació com a educadors matemàtics. Hi són posades per ampliar la informació sobre el paper que una sessió determinada pot tenir en el procés de formació.

Els organitzadors curriculars que hem utilitzat es corresponen amb els elements que descriuen les trajectòries Hipotètiques de Formació Inicial (TRHIFI) com es descriu en el quadre següent:

Finalitats de formació	Justificació Finalitats Referències clau
Planificació Contingut, activitats, gestió	Integració temàtica Continguts Situació generadora de l'activitat. Gestió.
Hipòtesis sobre indicis de canvi professional	Indicis de canvi professional
Competències professionals, instruccionals	Competències professionals

Figura 3.5.1. Comparació entre Trhifi i Organitzadors curriculars.

3.6. Caracterització del treball. Avaluació i regulació del procés.

La metodologia a seguir durant el curs ha de ser coherent amb el tipus de formació que s'està proposant i per tant amb el perfil de mestre que es vol potenciar. També està condicionada per les decisions que s'ha pres respecte dels continguts, el fet de prioritzar les connexions i la conceptualització marca directrius metodològiques.

Per altra banda, el coneixement empíric de la situació majoritària de l'alumnat de magisteri a l'inici de la seva formació universitària fa que, en la present proposta, es **doni molta importància a les relacions interactives formador-alumnat**, per arribar a crear a l'aula un clima d'aprenentatge on no es donin, si es possible, frustracions. Cal millorar la **seva valoració i actitud davant les matemàtiques i el seu ensenyament** per poder ser efectius en la seva formació com a educadors matemàtics.

Reconeixent les mancances d'un curs de formació on la pràctica no està contemplada de manera institucional, ni pel pla d'estudis ni pel centre formador, es planteja als alumnes la **necessitat d'assumir el paper de mestre en totes les**

activitats que es duen a terme durant el procés d'aprenentatge com a educador matemàtic. Malgrat tot es dona als alumnes la possibilitat de fer incursions a l'escola a canvi d'exposar la seva experiència al reste de la classe.

Per tant si tenim en compte el que s'ha dit anteriorment (capítol 2) sobre el mestre que volem formar haurà de tendir a comportar-se com un mestre **socio-culturizador**, és a dir, es considera que el mestre ha de conèixer els principis, els objectius i valors genèrics que constitueixen l'esquelet del marc curricular, ha de conèixer també exemples i alternatives de projectes curriculars elaborats i experimentats en altres llocs i temps, ha de dominar l'estructura epistemològica de l'àmbit disciplinar o interdisciplinar sobre el qual ha de treballar, i ha d'analitzar les peculiaritats del grup social d'alumnes que componen la seva aula.

També ha de ser un **mestre facilitador**, una persona capaç d'integrar el coneixement, de prendre una postura crítica davant la seva selecció i tractament, d'investigar col·legiadament sobre la naturalesa del saber, sobre la manera de transmetre'l i sobre la utilització del mateix al servei de valors.

Es busca també que sigui un mestre **investigador** i per tant **un mestre constructiu**. Es considera que el mestre ha de ser format des d'una perspectiva constructiva, fomentant en ell formes d'estructuració diferents, i formes de pensament que no siguin només la verbal i l'aritmètica. De fet, formes sensorials del pensament, especialment del tipus visual, es troben en el centre del nostre pensament, en el desenvolupament i engegada de bona part de les nostres idees.

Però de manera central ha de ser **educador matemàtic**. El mestre de Primària no és només un gestor dels aprenentatges, ha de ser un mestre integrador que situa el coneixement. L'objectiu que es persegueix en la formació de mestres de Primària que van a impartir matemàtiques és que el futur docent pugui contextualitzar els continguts a situacions concretes de classe integrant una

diversitat d'accions i reflexions. La formació deu tenir com **focus central** aprendre a ensenyar matemàtiques.

Caracterització de la metodologia

En primer lloc es procurarà **coherència** entre el model didàctic subjacent, utilitzat en el curs de formació, i el model didàctic que es vol transmetre per l'escola elemental. Això permet que l'activitat d'aula pugui ser usada com a referent didàctic, especialment en l'aspecte estratègic. Sabent per endavant que les **concepcions** tàcites sobre l'ensenyament i l'aprenentatge de les matemàtiques són molt persistents, es posarà especial èmfasi en fer-les **explícites** per poder conèixer-les i actuar per modificar-les, si cal.

Se'ls **tractarà com a mestres, educadors matemàtics**, en tota situació, provocant la reflexió sobre les seves accions i propostes relacionades amb la matèria. Se'ls introduirà en **activitats professionals** externes (visita a una fira de matemàtiques per a mestres Fig. 3.6.1, informació sobre congressos de didàctica de les matemàtiques, revistes, associacions de professors de matemàtiques, etc.).



Figura 3.6.1. Visita al Matemagnum. Fira d'ensenyament de la matemàtica per a mestres.

De manera general, al llarg dels dos macrocicles, s'anirà **relacionant els continguts** de les diverses unitats tractades fins al moment. En cada unitat es proposen activitats que relacionen els continguts de tota la unitat o bé el recull de la feina realitzada s'utilitza per iniciar i sistematitzar els continguts d'una altra unitat. Es promourà la **construcció personal** dels aprenentatges en un medi **social** com es l'aula. L'experiència personal de **comprendre i fruïr** amb les matemàtiques es considera indispensable per formar el mestre que s'ha descrit anteriorment. A continuació aportem altres característiques del treball, que es tenen en compte i que s'exemplifiquen amb accions concretes a l'aula o fora d'ella:

Característiques	Accions concretes
Contextualització de les activitats	Sortides: Gabinet Gaudí, Matemagnum, Parc del Laberint. Exemplificació de contextes reals quotidians, festes populars, etc Us de materials manipulatius i audio-visuals. Recerca i estudi d'activitats de nens de Primària.
Usar de manera ostensible certs elements de gestió	Mostrar mètodes de suport a la comprensió a partir de la interacció entre iguals, a partir de l'ús d'elements comunicatius. Presentació de les tasques a partir de plantejaments visuals. Fer tests de coneixements previs i comentar-los. Fer intervenir als alumnes per descriure propostes i/o resolucions, argumentacions. Us de calculadora, retroprojector. Elaboració de materials per usar amb el retroprojector.
Tractar-los com a mestres, provocant la reflexió sobre les seves accions i posicionaments.	Demandar justificació, argumentacions,...sobre les seves propostes o sobre les dels altres. Provocar situacions de contrast. Preparació d'activitats estàndar i no estàndar per alumnes de primària(visita al Laberint d'Horta). Visita i recollida de materials a una fira matemàtica per a professors (Matemagnum). Discussió sobre temes de l'actualitat educativa en relació a les matemàtiques. Dissenyar activitats diagnòstic i passar-les a nens. Fer un informe.
Proposar gran diversitat de tasques, tant pel que fa a la presentació, la complexitat, els tipus de continguts matemàtics, de contextos, com pels objectius de la tasca.	Experimentals amb materials. Investigacions. Matematització de situacions. Demostracions visuals i manipulatives. Estudi de propietats. Argumentacions. Valoració de propostes didàctiques alienes. Planificació d'activitats per a nens. Seqüenciacions.

	<p>De síntesi. De relacions conceptuals.</p> <p>D'avaluació.</p> <p>Activitats fora de l'aula.</p> <p>Simulacions.</p> <p>Pràctica a l'escola de Primària.</p>
Afavorir la connexió	<p>Elaborant glossaris, síntesis.</p> <p>Organitzar els continguts treballats, trobar els organitzadors.</p> <p>Esquemes relacionals de conceptes.</p> <p>Proposar exemples reals i quotidians en relació a conceptes i propietats.</p> <p>Fer canvis de representació i connectar conceptes a partir de les seves representacions.</p> <p>Proposta d'activitats per a nens.</p>
Afavorir la participació activa dels alumnes	<p>Fer preguntes.</p> <p>Provocar debats generals sobre un tema.</p> <p>Treball per parelles, en grup. Posades en comú.</p> <p>Valorar l'exposició de propostes didàctiques al grup-classe.</p> <p>Crear ambient favorable: no penalitzar els errors, mostrar com se'n pot treure profit de cara a l'aprenentatge; afavorir l'expressió de dubtes; plantejar l'assignatura com una recerca.</p> <p>Fer-los proposar problemes.</p> <p>Actuacions col·lectives a la pissarra.</p> <p>Propiciar l'èxit en la comprensió del treball matemàtic.</p> <p>Incloure les aportacions dels alumnes en el discurs de la classe.</p>

Figura 3.6.2. Accions que caracteritzen el treball.



Figura 3.6.3. Visita al Gabinet Gaudí



Figura 3.6.4. Visita al Parc del laberint

Avaluació i regulació del procés.

En consonància amb la manera de treballar en que la connexió és un fet fonamental, és important proporcionar als alumnes ocasions i activitats que facin evident i ostensible el que s'ha treballat mirat des de l'òptica de la connexió. En aquest plantejament es considera necessari que els alumnes tinguin **disponible el coneixement per poder relacionar-lo**. És palès, l'experiència ho mostra, que els alumnes de mestre no acostumen, en la nostra universitat, a treballar sistemàticament. A més, no estan acostumats a fer activitats de síntesi que vagin més enllà d'una col·lecció de frases o termes.

Per tant, en cada unitat es proposa alguna activitat que vagi en aquesta direcció. Es comença per una recopilació de termes i propietats, que cal organitzar d'alguna manera, el que comporta una visió global del tema. Més endavant partint d'un esquema relacional donat cal anar situant-hi els ítem tractats. També es proposa l'invers on es demana un esquema relacional dels continguts centrals al final del tema. En el segon macrocicle, i de major complexitat encara, se'ls demana síntesis a partir de documents, llibres i discussions d'aula sobre temes capdals en educació matemàtica. Finalment el major esforç d'integració és la proposta de programacions de sessions de classe de matemàtiques per l'escola elemental.

En totes aquestes propostes es pretén que l'alumne tingui **una visió global i estructurada del tema**, i més important encara, que **aprengui a fer-ho** per d'altres temes pel seu compte. També que arribi a valorar tots els tipus de coneixement que necessita dominar per poder ensenyar matemàtiques.

L'avaluació té un paper important en aquest aspecte de connectar i estructurar coneixement. Es plantejen al llarg dels dos macrocicles diverses activitats amb la pretensió de que el **formador i els propis alumnes, individualment i globalment**, coneixin l'estat en que es troba el seu coneixement.

Per tenir una idea més clara de les accions avaluatives mostrem el quadre següent:

Macrocycle 1	Test inicial de coneixements previs (parell i meitat). Elaboració per part dels alumnes d'una proposta d'avaluació sobre la unitat 1. Test - autoavaluació sobre la unitat 2. Detecció d'errors i dubtes. Elaboració d'una prova per avaluar un concepte rellevant de la unitat 5, amb indicacions de correcció i valoració d'errors. Examen final de tota la matèria.
Macrocycle 2	Discussió col·lectiva sobre els resultats de l'examen final de la primera assignatura. Test de coneixements previs (significats de la resta). Proposta de problemes. Participació en discussions sobre guió previ, afegint preguntes i reflexions al guió. Elaboració d'una proposta didàctica amb tutorització-control. Examen final de tota la matèria.

Figura 3.6.5. Accions evaluatives en els macrocicles.

3.7. Exemple d'una unitat: Igual i diferent

Aquesta unitat està estructurada al voltant de la igualtat i les seves diverses interpretacions. No s'ha plantejat fer-ne un tractament exhaustiu, les limitacions venen donades pel temps disponible, pels continguts del currículum de Primària i també pels objectius proposats. El concepte d'igualtat és un tema clau en la construcció de tota la matemàtica. En la pròpia lògica proposicional i en la Teoria de Conjunts la formulació d'igualtat en un sentit primitiu mena de seguida a l'introducció de les relacions d'equivalència que permeten identificar, com a igualtats de classes, conjunts que altrament no compartirien la mateixa col·lecció d'elements o identificar proposicions en principi diferents però que als efectes de l'anàlisi lògica presenten els mateixos valors de veritat. Tot aquest món d'identificacions o convenis d'identificació fa molt sovint un ús reiterat del mateix símbol d'igualtat. Aquest abús de notació que per als matemàtics no representa cap problema conceptual si que pot crear notables dificultats en els processos d'aprenentatge.

Cal afegir també que el propi concepte d'igualtat o els criteris pels quals s'estableixen identifications via relacions d'equivalència han rebut nombroses revisions d'ençà de la fonamentació de la teoria de conjunts. Si el propi Henri Poincaré ja va considerar paradoxal el fet de que en determinades experiències sensibles la relació d'indistingibilitat no fos transitiva, els teòrics del Cercle de Viena amb Karl Menger al capdavant, varen formular matemàticament, models per a descriure situacions indistingibles respecte d'un criteri determinat. Amb la creació de la Teoria dels Conjunts Borrosos feta per Lofti Zadeh als anys seixanta encara s'obriren més problemes entorn de la modelització d'igualtats i de relacions borroses. Admetent aquesta teoria que un conjunt difús vé donat per una aplicació que assigna a tots els elements d'un univers no buit els graus de pertinença (en l'interval real $[0,1]$) al conjunt donat, resulta que la igualtat de conjunts de Cantor passa a formular-se com una igualtat funcional que extent la igualtat de funcions característiques del cas clàssic. Les relacions identificadores també passen a tenir valors de veritat i per tant les concepcions d'igualtat o identificació queden reformulades en un context més general. Aquestes modelitzacions borroses no sols aixopluguen els casos clàssics de conjunts i els casos probabilístics sino que són de gran interès en temes computacionals com són avui el reconeixement d'imatges o la creació de sistemes experts que precisen usar el llenguatge natural. Òbviament aquestes darreres consideracions no tenen avui per avui un reflexe en la matemàtica escolar però les hem esmentat per fer veure que inclús matemàticament el tema de la igualtat i l'identificació segueix essent motiu d'anàlisi.

Val la pena esmentar també que a nivell social aquest tema segueix també en primera línia, no sols en un sentit jurídic i legal sino en termes productius o econòmics de gran importància. La producció en sèrie industrial assegurant l'igualtat de composició i qualitat es cabdal en la majoria de processos de fabricació, dels cotxes al cava, dels medicaments a l'identificació per ADN, sense oblidar els temes de falsificació, còpia, plagi, etc. que tanta transcendència econòmica tenen. Fem aquesta referència al món productiu per fer veure que també la igualtat i la diferència son avui conceptes claus interdisciplinàriament, la qual cosa si té un interès formatiu

molt elevat: pocs temes hi ha que tinguin una presència tan notori en tots els àmbits i amb tantes implicacions.

Pel que fa l'ensenyament elemental la igualtat, sense ser un tema en els llibres de text, és usada en contextos matemàtics ben diferents i, en cada cas, cal entendre'ls segons els objectes matemàtics que posa en relació. La universalitat d'ús que li dona una importància capital fa que la complexitat del seu aprenentatge sigui molt elevada. Segons les situacions en que es presenta el signe igual, l'aprenent li dona un significat (veure Seo i Ginsber (2003)). Si no es fa un treball de presentar-lo en contextos matemàtics diversos pot passar que els aprenents es limitin a un sol significat que acostuma a ser el de resultat d'una expressió aritmètica o d'una operació. Molts alumnes de Primària i de Secundària no comprenen l'equivalència de fraccions, les igualtats i les identitats i, encara menys, les equacions. Un docent, a Primària o a Secundària, ha de dirigir el procés de donar un significat cada cop més ric, extens i plural al signe igual. Per tant li cal conèixer, com a mínim, els temes o ítems on el signe igual presenta significacions més generals o diverses de les presentades anteriorment.

Un plantejament de la igualtat, i per tant, de la diferència com a eix transversal dins les matemàtiques pot servir per posar en evidència la importància del tema i, a més, possibilitat d'una manera natural i des de les mateixes matemàtiques la connexió entre els diferents blocs. A més dels més específics com aritmètica, geometria, mesura, probabilitat i estadística tenim les diverses representacions dels conceptes i les relacions matemàtiques (signes, símbols, gràfics, materials, metàfores), tot plegat connectat a partir de diverses maneres d'entendre la igualtat.

Aquesta estructura no és nova pels alumnes del curs, es planteja ja en la primera unitat que té un caràcter més concret (Doble i Meitat), però en la que ja s'estudien casos particulars que es generalitzen en la present unitat.

L'objectiu d'aquesta unitat és doble. Per una banda, aprofundir en una sèrie de temes propis de la Primària (nombres, operacions, càlcul, mesura, relacions geomètriques, nocions elementals d'estadística i de probabilitat) de manera interconnectada, posant en evidència aspectes importants com ara la comprensió dels algorismes, les propietats de les operacions, dels polígons, de l'equivalència de fraccions, etc. al mateix temps que es va ampliant el significat de la igualtat. Per l'altra es vol exemplificar amb activitats i recursos els ítems corresponents en el currículum de Primària.

La unitat parteix del llenguatge natural i algunes de les seves presències en el llenguatge matemàtic i proposa després cinc nuclis al voltant de:

- les igualtats numèriques i les operacions elementals
- la igualtat geomètrica
- l'equivalència d'objectes
- el sentit de la igualtat en probabilitat i estadística
- l'ordre com a diferenciador

Després d'una activitat de síntesis i organització dels continguts tractats, es planteja una anàlisi de les activitats pròpies de Primària recopilades pels alumnes i relacionades amb els continguts tractats. Finalment es proposen activitats de control del coneixement adquirit en aquesta unitat.

Tant les activitats que es proposen com els materials i recursos amb que es treballa són experiències que es rentabilitzaran en les unitats 3 i 5. És a dir, les activitats, els recursos i la gestió de classe volen ser exemples dels continguts a tractar en aquelles unitats. Per això es demana als alumnes que vagin recollint-los per tal d'usar-los en les unitats més didàctiques.

QUÈ VOL DIR IGUAL. Sessió 1.**Justificació**

És important reflexionar sobre els significats i les situacions en les que apareix el signe igual per les seves implicacions educatives.

Cal tenir clares les diferències entre les expressions en que apareix el signe igual per tal de establir la seqüència al llarg de la Primària i poder assegurar la comprensió d'un símbol matemàtic amb un significat tant extens.

Integració temàtica

Relació amb el tema 1 (Doble i meitat) del qual és en alguns punts una ampliació.

També amb el tema 4 de Dependència.

Relació amb les sessions següents.

Referències clau

Seo i Ginsburg, 2003

Finalitats

- Fer adonar als estudiants com un símbol com l'igual pot respondre a significats molt diversos.
- Provocar una reflexió sobre les connexions del llenguatge corrent i el llenguatge matemàtic.

CONTINGUTS**Conceptuals:**

- Símbol igual. Expressions aritmètiques.

Procedimentals:

- Comparació de situacions que es poden descriure usant el terme igual o el símbol $=$. Relació d'expressions aritmètiques amb enunciats verbals..

Actitudinals:

- Importància de la comprensió dels símbols matemàtics.

Recursos d'aula

Textos escolars diverses editorials.

Situació generadora d'activitat

Es mostren diversos exemples d'expressions, frases i/o situacions que contenen el signe =, el terme igual o sinònims. Aquests exemples tenen a veure amb els ítems que es desenvoluparan al llarg del tema. Mentre es mostren els exercicis se'ls demana que interpretin el símbol = o els termes continguts en les frases. Del que diguin se'n fa un recull i una primera classificació de les situacions i/o expressions a partir dels suggeriments del formador.

Indicis de canvi professional

Els estudiants no usen correctament el signe igual en expressions aritmètiques, especialment en casos de resolució de problemes aritmètics. Considerant l'anterior s'espera que:

- Mostrin una major precisió i cura en l'ús del terme igual.
- Reconeguin expressions on el signe = té significat de resultat (fa, dona, resultat,...) i les distingeixin d'altres.
- Tradueixi correctament textos i actuacions en forma d'expressions i/o d'igualtats aritmètiques.

GESTIÓ DE LA SESSIÓ

Es presenten diverses situacions en llenguatge verbal (enunciats de problemes aritmètics) i se'ls demana que les tradueixin a llenguatge matemàtic i les resolguin de manera individual. Després es discuteix col·lectivament el significat del signe igual. A continuació com a treball de grup se'ls demana identificar l'expressió aritmètica correcta d'entre 2 o 3 corresponent a una situació senzilla i l'exercici invers. Si és possible, es vol començar a veure alguns significats d'operacions, la importància dels convenis d'escriptura i l'ús del parèntesi.

COMPETÈNCIES PROFESSIONALS

- Reconèixer la importància del treball específic del llenguatge matemàtic relacionant-lo amb el llenguatge verbal.
- Valorar la precisió en l'ús dels llenguatges matemàtics.

IGUALTATS I OPERACIONS ARITMÈTIQUES. Sessions 2 i 3.

Justificació

Sabem que els alumnes tenen concepcions poc aprofundides sobre els algorismes com a receptes a memoritzar i aplicar els veuen, i les propietats de les operacions com a identitats simbòliques $(a+(b+c)=(a+b)+c)$ sense saber-ne el significat ni l'abast o bé com a "fets" (dona igual al canviar l'ordre). Per tant les concepcions dels alumnes precisen d'un grau major de reflexió i d'aprofundiment.

Integració temàtica

Relació amb el tema (Recursos i context).

Referències clau

Giménez/Girondo (1993).
Gómez (1988)
Liping Ma (1999)

Finalitats

- Fer que els estudiants vegin la importància de saber justificar els algorismes per fer-los més entenedors i per adaptar-los a un càlcul concret.
- Mostrar les connexions entre les operacions i la importància de les propietats (també les que no es tenen) com a part de les estructures de càlcul.

CONTINGUTS

Conceptuals:

Igualtat aritmètica. Propietats de les operacions. Relacions entre operacions. Convenis d'escriptura, ús del parèntesi. Propietats de les igualtats. Algorisme càlcul mental i càlcul escrit.

Procedimentals:

Discussió sobre el significat de les propietats de les operacions i les implicacions en el càlcul (algorisme). Aplicació de les propietats de les operacions i de les igualtats al càlcul mental. Relació entre les operacions (inverses, re –iteratives i invariàncies).

Actitudinals:

Valoració positiva de la gestió de les propietats de les operacions i de les igualtats per a facilitar el càlcul mental.

Recursos d'aula

Text Giménez i Girondo (1993)
Text Dickson; Brown, Gibson (1991)
Text Gómez (1988)
Material multibase (base 10)

Situació generadora d'activitat

A partir d'un text on es descriu un algorisme de restar (Gómez 1988) es demana que el justifiquin.

Primer en petit grup es busquen propietats de l'operació, del sistema de numeració o la igualtat que serveixin per argumentar la validesa de l'algorisme descrit.

Per això se'ls proporcionen textos on es troben descrites propietats de les operacions (Dickson 1991).

En gran grup es fan aportacions a partir del treball anterior i amb les del formador s'arriba a comprovar la correcció de cada pas en l'algorisme.

Indicis de canvi professional

Les operacions aritmètiques elementals són vistes pels estudiants a través dels seus algorismes i de manera isolada (només relacionen les inverses suma i resta, multiplicació i divisió). En general no entenen els algorismes que practiquen ni tenen alternatives de càlcul més personals.

Considerant l'anterior s'espera que:

- Valorin positivament la comprensió de les tècniques instrumentals.
- Relacioni les operacions i usi les propietats per calcular més eficientment, especialment en càlcul mental.

GESTIÓ DE LA SESSIÓ

En la classe següent, el formador sintetitza les propietats de cada operació, les relacions entre elles (inverses, re-iteratives, invariàncies).

A partir d'això es planteja usar tot plegat per calcular mentalment i per escrit; per això es donen algunes operacions per resoldre mentalment i per escrit, primer individualment i després en grup es comenten les diferències entre els processos de càlcul.

Finalment es planteja resoldre una divisió de nombres naturals usant material multibase de base 10. A més del procés manipulatiu es demana que anotin gràficament el que fan manipulativament.

Posteriorment a això es discuteix en el grup classe la relació entre l'algorisme manipulatiu amb l'algorisme que usen habitualment.

COMPETÈNCIES PROFESSIONALS

- Tenir un coneixement el més acurat possible sobre les operacions aritmètiques elementals i les expressions i igualtats numèriques i les seves relacions.
- Conèixer estratègies diverses de càlcul i els coneixements previs necessaris per comprendre-les i així poder proposar als seus futurs alumnes les més adients en les diverses fases d'aprenentatge.
- Valorar l'ús de materials didàctics per a fer possible la comprensió de processos de càlcul.

IGUALTAT I SUPERPOSICIÓ. Sessió 4.

Justificació

Tractar conjuntament igualtat aritmètica i geomètrica.

La necessitat de conèixer quan dos polígons són iguals sense recórrer a la superposició, és a dir, arribar a un conjunt de condicions mínimes, si pot ser, que permetin comprovar-ne la igualtat.

Finalitats

- Aconseguir que els alumnes raonin si dos polígons (triangles, quadrilàters) són congruents usant conjunts de condicions mínimes necessàries i suficients.
- Promoure el treball experimental i la discussió en grup.

Integració temàtica

El contingut ha estat tractat en el tema 1, aquí s'emfasitza la igualtat de les figures sense superposició efectiva i no tant l'obtenció de figures transformades mitjançant simetries, girs o translacions.

Relació amb el tema 3 (materials didàctics) i tema 5 (interacció entre iguals).

CONTINGUTS

Conceptuals:

- Simetria axial, translació, gir. Figures congruents. Igualtat de triangles. Igualtat de quadrilàters. Completesa dels atributs que determinen un triangle o un quadrilàter.

Procedimentals:

- Construcció de models. Treball col·laboratiu.

Actitudinals:

- Valoració del treball en grup com a potenciador d'aprenentatge.

Referències clau

Alsina i d'altres (1995).

Recursos d'aula

Full d'imatges on apareixen triangles formant part de rectangles, quadrats,...
Mecano
Guió de l'experimentació.

Situació generadora d'activitat

Es comença recordant els conceptes de simetria axial, translació i gir i les relacions entre una figura i la seva transformada.

Es planteja si es possible determinar si dos triangles són congruents (iguals) sense fer la superposició d'ambdós.

Se'ls dona tires i cargols de mecano per que investiguin les mínimes condicions per que dos triangles siguin iguals.

Els suggeriments van en la línia de plantejar:

- a) N'hi ha prou amb que els 3 costats siguin respectivament iguals.
- b) Si 2 costats són respectivament iguals, n'hi ha prou? Cal alguna cosa més? Etc.

Indicis de canvi professional

Les qüestions d'assistència i unicitat de figures geomètriques no són tractades en general en els estudis anteriors dels alumnes de mestre. Considerant l'anterior s'espera que:

- Argumenti la igualtat de dos triangles o dos quadrilàters usant criteris basats en la igualtat de costats, d'angles,...
- Distingeixi els diversos tipus de quadrilàters que tenen els 4 costats iguals o els 4 angles iguals.
- S'adonin de si un conjunt d'activitats es necessari i suficient per determinar una única figura.

GESTIÓ DE LA SESSIÓ

Es proposen experiències a fer en grup i amb un guió per determinar si l'extensió de les condicions d'igualtat trobades pels triangles són correctes pels quadrilàters. Per exemple, si tenir els quatre costats respectivament iguals es suficient per que dos quadrilàters siguin iguals.

L'ús del mecano ha de permetre veure que la igualtat respectiva dels costats no és suficient.

També es pot suggerir la construcció d'una diagonal i aleshores aplicar el que s'ha trobat dels triangles.

Es remarcarà com els materials i la gestió de la sessió són una simulació de situacions amb alumnes de Primària.

COMPETÈNCIES PROFESSIONALS

- Saber determinar si un conjunt de condicions sobre una figura són necessàries i suficients per a la seva determinació.
- Reconèixer el paper que un material didàctic pot tenir en la recerca i estudi sobre figures geomètriques.
- Valorar positivament la discussió entre iguals per millorar l'aprenentatge.

EQUIVALÈNCIA. Sessió 5, 6 i 7.

Justificació

L'equivalència es una relació essencial en les matemàtiques de Primària.

La trobem en temes essencials d'aquesta etapa com en el sistema de numeració decimal, en la mesura (perímetre, àrea, volum) i en les fraccions. Entendre les equivalències i usar-les per resoldre problemes diversos es important per poder planificar l'aprenentatge a Primària.

Integració temàtica

Relació amb el tema 1 (Divisió d'un polígon per la meitat, duplicació; duplicació com a mètode de resolució, partició d'un cub en 2 parts iguals, duplicació d'un cub; parells).

Relació tema 5 (treball experimental en grup; materials manipulatius i visuals).

Referències clau

OCDE (1999)

Finalitats

- Es pretén comprovar que el fet que una mesura (perímetre, àrea i volum) sigui igual en dues figures no implica que ho siguin les altres dues, i que la forma de les figures pot o no ser la mateixa.
- Interpretar geomètricament (visualment) l'equivalència de fraccions.
- Que s'adonin de les implicacions de que dues definicions siguin equivalents per a les argumentacions.

CONTINGUTS

Conceptuals:

- Figures isoperimètriques. Figures d'igual àrea (equivalents). Volums equivalents. Fraccions equivalents. Definicions equivalents.

Procedimentals:

- Experimentació amb materials manipulatius i visuals. Disseny de seqüències mostrant una propietat. Discussió col·laborativa.

Actitudinals:

- Importància de la reflexió posterior a les recerques i/o experimentacions per trobar propietats.

Recursos d'aula

Guió del taller
Cubets, geoplans i gomes, paper quadriculat
Fulls geoplans
Transparències/retroprojector
Cartrons fraccions / guió
Qüestionari

Situació generadora d'activitat

S'inicia amb la proposta d'un taller en petit grup sobre l'equivalència de mesures geomètriques amb rectangles i amb prismes rectangulars usant paper quadricular, geoplans i cubets. Cal obtenir rectangles isoperimètrics i estudiar les seves àrees arribant a veure màxim i mínim d'aquesta mesura. També el problema invers, obtenir rectangles equivalents en àrea i estudiar als seus perímetres. Plantejar també si hi haurà d'altres polígons ab igual àrea i número diferent de costats. Un cop discutits els resultats i les maneres de treballar, s'intenta estendre les conclusions a d'altres polígons.

Propostes semblants es fan amb prismes rectangulars d'igual volum a partir de la seva construcció amb cubets.

Indicis de canvi professional

S'espera que:

- Tendeixi a usar recursos materials i visuals per estudiar una situació matemàtica.
- Comprovi abans de fer afirmacions sobre relacions entre mesures geomètriques.
- Introdueixi representacions geomètriques de processos com a recurs didàctic en l'ensenyament matemàtic a nivell elemental.
- Reconeixi dues definicions equivalents en casos d'objectes matemàtics que hagi treballat anteriorment.

GESTIÓ DE LA SESSIÓ

En la segona classe es mostren en el retroprojector seqüències de transformació de polígons en d'altres mantenint l'àrea. Es demana, per grups, que dissenyin una seqüència de transparències que mostrin un procés similar. Després una persona de cada grup munta la seqüència, sense paraules i la resta del grup comenta i pregunta aspectes de la transformació.

La tercera classe comença amb l'observació de material visual sobre fraccions a partir de cartrons dividits en parts de diversos colors. Es proposa determinar la fracció corresponent a cada part i a través de la comparació entre les parts es pretén arribar a expressions equivalents. Un cop trobats alguns exemples es demana justificar gràficament les equivalències i comparar les diverses solucions. Finalment es recuperen les definicions correctes de parell del qüestionari de coneixement previs (veure....) i es planteja si d'una d'ells se'n pot deduir una altra i amb quins arguments, cada grup ha d'arribar a justificar l'equivalència d'una parella. S'encarrega com a feina personal la recerca, en textos de Primària d'equivalències diferents a les treballades.

COMPETÈNCIES PROFESSIONALS

- Saber que cal promoure l'aprenentatge del concepte d'equivalència en els alumnes de Primària i que està relacionat amb la majoria de temes del currículum (numeració, operacions, mesura, geometria).
- Saber justificar l'equivalència de fraccions usant arguments visuals i relacionals, en contextos concrets.

IGUALTAT EN PROBABILITAT I ESTADÍSTICA. Sessió 8.

Justificació

És important tractar els temes de equiprobabilitat i mitjana estadística, que no són nous pels alumnes, des del punt de vista de l'eix transversal de la igualtat i la diferència. Així es dona una visió més ample del tema i es matisen els resultats.

Finalitats

- Provocar la reflexió. Sobre els fenòmens aleatoris i el significat de l'equiprobabilitat.
- Interpretar la mitjana estadística com a una mesura de compensació de diferències.

Integració temàtica

Relació amb el tema 1
(Probabilitat, Doble i meitat).
Relació amb el tema 5
(Probabilitat independent).

CONTINGUTS

Conceptuals:

- Probabilitat. Equiprobabilitat. Freqüències. Mitjana, desviació típica.

Procedimentals:

- Ordenació d'esdeveniments segons assignació de probabilitat aproximada. Discussió en grup.
- Interpretació de la mitjana a partir d'una representació gràfica (de punts).

Actitudinals:

- Us de l'esperit crític pel que fa a la interpretació de la mitjana aritmètica en casos concrets.

Referències clau

Recursos d'aula

Jocs (daus de formes diverses, ruletes diferents, joc de cartes).

Situació generadora d'activitat

Es presenten diversos esdeveniments familiars als alumnes per que els ordenin de menor a major probabilitat situant-los en una recta on hi ha marcs 0 i 1, discutint-ne la proximitat a 0 i a 1.

A continuació es discuteix sobre l'equiprobabilitat dels resultats de diversos jocs (ruletes, dau cúbic, cartes, dau tetraèdric,...), s'experimenten alguns casos i es comproven les respostes donades.

Es pretén veure com, en probabilitat, la igualtat no és la del generador del fenomen (dau, moneda...) sinó la igualtat és la de les freqüències obtingudes en seqüències llargues de resultats.

Indicis de canvi professional

Encara que probabilitat i estadística han estat temes de les matemàtiques de secundària, habitualment manca comprensió de fets i conceptes senzills.

S'espera que:

- Expliqui la mitjana aritmètica en termes de compensació de valors de les dades considerades.
- Donats dos possibles resultats d'una situació aleatòria, raoni sobre l'ordre de les probabilitats respectives.

GESTIÓ DE LA SESSIÓ

A partir d'una situació amb les seves notes (qualificacions de matemàtiques a la selectivitat) es planteja el significat de la igualtat estadística, arribant a la mitjana i a la desviació, usant taules i gràfics.

Es pretén veure com la mitjana "iguala" però oculta situacions molt diferents si no es dona la desviació.

COMPETÈNCIES PROFESSIONALS

- Integrar els anteriors casos d'igualtat amb l'equiprobabilitat i la mitjana estadística, sabent apreciar les diferències del significat d'igualtat.
- Valorar l'experimentació en el cas de situacions aleatòries simples com a un mètode de comprendre el concepte de probabilitat.

QUAN L'ORDRE MARCA DIFERÈNCIES. Sessió 9.**Justificació**

Encara que s'ha tractat la desigualtat i la no equivalència en les sessions anteriors, es considera important tractar la ordenació com a provocadora de desigualtats.

Finalitats

- Presentar l'ordre com a provocador de diferències de diversos tipus com permutacions, parells ordenats, simetries axials, convenis d'escriptura, ús de parèntesi...
- Fer veure la importància de considerar l'equivalència i l'ordre simultàniament.

Integració temàtica

Relació amb les sessions anteriors. Relació tema 1 (Triar grups de 2 elements en una col·lecció).

Relació amb el tema 5 (a l'hora d'expressar les regularitats que depenen dels naturals).

CONTINGUTS**Conceptuals:**

- Permutacions. Simetria axial. Convenis d'escriptura, parèntesi. Producte cartesià, parell ordenat. Diagrama en arbre.

Procedimentals:

- Obtenció de llistes ordenades. Ús del diagrama d'arbre per fer llistes de possibles resultats.
- Interpretació de la simetria com a isometria inversa.
- Comparació de resultats d'expressions numèriques.

Actitudinals:**Referències clau****Recursos d'aula**

Imatges de figures simètriques.

Situació generadora d'activitat

Es proposen situacions en les que el recompte de possibles resultats s'obté a partir d'un diagrama en arbre o de fer una llista ordenada i completa i també d'obtenir tots els resultats a partir de materials manipulatius (cubs de colors).

S'espera que s'arribi a entendre que, essent totes les col·leccions iguals pel que fa als elements, en els exemples estudiats l'ordre marca diferències importants (lloc butaca teatre, número format per 4 xifres diferents, sèries de 6 cubs de diferents colors).

Indicis de canvi professional

S'espera que:

- Obtingui llistes ordenades de resultats possibles d'un esdeveniment.
- Relacions, objectes matemàtics a partir d'equivalències i relacions d'ordre.
- Apliqui regles de prioritat de càlcul i l'ús de parèntesi a expressions on sigui necessari per determinar-ne el valor.

GESTIÓ DE LA SESSIÓ

Es planteja el cas de la simetria en el que es manté la forma i mesures però no l'ordre, veient el que passa amb triangles orientats i en exemples de la vida quotidiana.

Finalment se'ls demana que posin exemples de càlculs on el canvi d'ordre impliqui solucions diferents, també comprovar les implicacions sobre el resultat de aplicar productes i sumes en ordre diferent (sumar 3, multiplicar per 2; $5 \rightarrow 8 \rightarrow 16$ o bé $5 \rightarrow 10 \rightarrow 13$).

COMPETÈNCIES PROFESSIONALS

- Tenir coneixement dels ítems del currículum de Primària on la ordenació tingui rellevància (valor relatiu de les xifres, coordenades, itineraris,...).
- Preveure les dificultats que presenten les situacions on l'ordenació dels elements implica que no es puguin considerar equivalents.

SÍNTESI. Sessió 10.**Justificació**

Al tractar-se d'una unitat on ha guiat el desenvolupament una idea transversal matemàtica –la igualtat– i tenint en compte que una bona part dels conceptes i relacions tractades eren coneguts pels alumnes, cal recopilar i estructurar els continguts ressaltant el paper de la igualtat.

Finalitats

- Fer ostenibles tots els conceptes i relacions treballades, tractant de posar en evidència les relacions estructurals entre elles.
- Facilitar la tasca d'organitzar coneixements al proposar-ho com una activitat en grup.

Integració temàtica

Integra tots els continguts de la unitat.

Relació amb la sessió feta al tema 1 doble/meitat de recull i d'organització dels continguts.

Relació amb la sessió de l'inici del tema 4 de Dependència per presentar el tema d'una manera estructurada.

CONTINGUTS**Conceptuals:**

- Tots els matemàtics de les sessions anteriors.
- Organitzadors. Sintetitzadors.

Procedimentals:

- Elaboració de llistats de temes i propietats.
- Elecció de criteris organitzatius.
- Discussió col·lectiva.

Actitudinals:

- Valoració positiva de l'elaboració de síntesis de continguts treballats.

Referències clau

Reigeluth i Stein (1988)

Recursos d'aula

Síntesi del tema 1.

Situació generadora d'activitat

Anteriorment a la sessió, s'ha demanat als alumnes el llistat de termes, símbols i propietats i/o relacions treballats en les sessions anteriors classificats segons els criteris que considerin pertinents.

Per començar es proposa posar en comú a nivell de grup-classe aquest material i discutir com es podria organitzar de manera millor a partir dels criteris que han considerat.

Indicis de canvi professional

Els alumnes de mestre no estan avessats a sintetitzar usant organitzadors matemàtics. Mostren manca d'habilitats per establir connexions entre els ítems treballats.

Considerant això, s'espera que:

- Faci esquemes relacionals de conceptes amb la igualtat i l'equivalència com a organitzadors.
- Expressi connexions entre temes aritmètic i geomètrics tractats en aquesta unitat.

GESTIÓ DE LA SESSIÓ

Amb les idees del grup sobre la organització dels termes i propietats es proposa fer un quadre-síntesi que reculli els aspectes més importants. Aquesta activitat es conduïda pel formador i de manera que els criteris d'organització s'apliquin de manera coherent.

S'emfatitza que el quadre ha de permetre fer-se una idea clara de les relacions entre els temes i que hauria de ser entenedor per una altra persona.

Usualment arriben a fer un quadre del tipus següent:

Grans temes
Llistat
Aplicacions

COMPETÈNCIES PROFESSIONALS

- Conèixer connexions entre els temes del currículum de Primària explicitades a través de la igualtat i l'equivalència.
- Saber que es poden usar la igualtat i l'equivalència com a estratègies per a resoldre situacions o problemes.
- Reflexionar i tenir instruments per realitzar síntesis en el treball matemàtic.

IGUALTAT I EQUIVALÈNCIA A PRIMÀRIA. Sessió 11.**Justificació**

A part d'aprofundir en els temes matemàtics que des d'un punt de vista del seu ensenyament, cal exemplificar-los amb activitats adients per Primària per continuar la familiarització amb l'activitat matemàtica a nivell elemental.

Integració temàtica

Relació amb els continguts de totes les sessions de la unitat.

Relació amb els temes 3 i 5 en el sentit d'oferir exemples que seran el material inicial d'aquests temes.

Referències clau**Objectius**

- Oferir-los-hi una mostra prou completa de les diverses activitats de Primària que tenen relació amb igualtat i equivalència, especialment quan són usades com a recursos o argument per presentar o raonar un altre ítem.
- Exemplificar recursos i contextes així com tipus d'activitat matemàtica.
- Fer que reconeguin formes de propostes d'activitats per posar en evidència la igualtat i l'equivalència, veient-ne els límits.
- Reconèixer explícitament els casos en els que no es evident la identificació de l'equivalència.

CONTINGUTS**Conceptuals:**

- Igualtat. Equivalència.
- Currículum de Primària.

Procedimentals:

- Exemplificació a Primària dels conceptes d'igualtat i d'equivalència.
- Reconeixement de la igualtat i de l'equivalència en activitats dissenyades per a Primària.

Actitudinals:

- Valoració del disseny i anàlisi d'activitats per alumnes de Primària.

Recursos d'aula

Activitats llibres de text de Primària de 1er a 6è.

Situació generadora d'activitat

Durant la unitat se'ls ha demanat que fessin un recull de pàgines fotocopiades de textos escolars on ells pensessin que es treballava la igualtat, l'equivalència, la desigualtat o qualsevol dels ítem relacionats.

El formador en selecciona una mostra prou diversa i usant transparències proposa la revisió i discussió de les tasques.

GESTIÓ DE LA SESSIÓ

Sabent que habitualment els alumnes porten només activitats on els continguts d'igualtat i d'equivalència son molt evidents, el formador tindrà alguns exemples menys corrents per discutir-los si fos necessari, especialment exemples d'activitats amb materials manipulatius com el cas de la resta "en portant" on la reorganització del minuend implica l'equivalència entre els diversos ordres del sistema de numeració i s'escenifica trencant una barra de desena en 10 unitats.

Indicis de canvi professional

La comprensió d'alguns significats del signe igual s'ha d'aplicar a situacions d'ensenyament concretes. Per tant s'espera que:

- Identifiqui el significat d'igualtat en activitats per Primària programades per altres docents.
- Conegui els continguts matemàtics de Primària relacionats amb igualtat i equivalència.

COMPETÈNCIES PROFESSIONALS

- Tenir en compte la igualtat com un possible eix vertebrador de la programació matemàtica a Primària.
- Ser sensible a la dificultat pels alumnes de Primària per identificar el signe = en situacions de significat molt divers.
- Saber reflexionar per esbrinar on es troben certes propietats i fer-les evidents pels seus alumnes.
- Reconèixer mecanismes implícits de resolució i saber-ne proposar.

CONTROLA EL TEU APRENTATGE. Sessió 12, 13.**Justificació**

Els mestres *han de promoure la auto-regulació* i control d'aprenentatge del seus alumnes, per això es procura *proporcionar* als futurs mestres experiències personals en aquesta direcció.

Cal integrar el contingut matemàtic amb el didàctic en la formació.

Finalitats

- Posar a l'estudiant en situació de revisar els seus coneixements.
- Fer veure la importància de l'autoregulació de l'aprenentatge.
- Oferir situacions no rutinàries com a eina per detectar grau de comprensió i/o aplicabilitat del coneixement matemàtic.

Integració temàtica

Relació amb totes les sessions anteriors de la unitat.

Relació amb les activitats d'avaluació dissenyades pels alumnes en el tema 1 Igual/Diferent i en el tema 5 de Dependència.

CONTINGUTS**Conceptuals:**

- Tots els tractats en les sessions anteriors.
- Avaluació. Autoregulació

Procedimentals:

- Reconeixement de situacions
- "Items" d'avaluació.
- Discussió autoreguladora
- Regulació col·laborativa

Actitudinals:

- Valoració de la prova com a element regulador de coneixement i de síntesi.

Referències clau

Giménez (1997)
Allal (2001)
OCDE (1999)

Recursos d'aula

Qüestionaris.

Situació generadora d'activitat

Es proposa un llistat de qüestions relatives al tema treballat.

Les qüestions es plantegen con a detectores de comprensió insuficient o de falta d'aplicabilitat dels conceptes i relacions treballades. Per exemple:

Donats dos nombres naturals (enters positius) a i b , tots dos diferents de zero, es pot dir amb seguretat quin dels dos nombres

$a + b$, $a \cdot b$
serà més gran?. Per què?

GESTIÓ DE LA SESSIÓ

El segon dia el formador dona un model en blanc del qüestionari i les solucions possibles a les diverses qüestions.

Es demana que en grups de tres persones contrastin les seves respostes i aclareixin el que no comprenen entre ells.

Al final, després d'aclarir els dubtes procurant que el puguin resoldre ells no ho digui el formador, se'ls dona n altre qüestionari per que hi treballin pel seu compte i els serveixi de control.

Indicis de canvi professional

L'activitat dels estudiants front a l'avaluació es caracteritza per la necessitat de tenir una certa nota. No hi ha valoració del fet d'aprendre ni dels coneixements adquirits.

Considerant això, s'espera que:

- S'adoni de la importància de prendre consciència dels coneixements adquirits.
- Que valori les accions destinades a detectar errors en l'aprenentatge.
- Mostri una actitud de revisió i millora dels coneixements.

COMPETÈNCIES PROFESSIONALS

- Saber reconèixer qüestions que permetin veure el grau d'aprenentatge sobre un o diversos conceptes i relacions matemàtiques.
- Valorar la importància del control dels coneixements d'aprenentatge en un temps determinat tant personal com professionalment.
- Tenir un coneixement matemàtic el més acurat possible dels temes d'igualtat (...), equivalència,... i les seves connexions.
- Adonar-se de les repercussions positives que te el autocontrol de l'aprenentatge en el context de l'ensenyament primari.

Sobre les trajectòries hipotètiques d'aprenentatge.

Segons s'ha explicat, per a cada una de les sessions, es reconeixen les trajectòries hipotètiques pel que fa al contingut professional esperat. A la figura següent esmentem com es desenvolupen els tres eixos que seran motiu d'anàlisi específic als capítols 4 i 5 en l'experiment d'ensenyament: (a) Significació, representacions i complexitat dels conceptes matemàtics, (b) Rellevància i ús de contextos, connexions i relacions conceptuals, (c) Grau i tipus d'incorporació conceptual en les propostes hipotètiques sobre la pràctica.

	Significació, representacions i complexitat dels conceptes matemàtics	Rellevància i ús de contextos, connexions i relacions conceptuals	Grau i tipus d'incorporació conceptual en les propostes hipotètiques sobre la pràctica.
1	Expressions i multiplicitat de significats del terme igual	Traducció de textos i igualtats. Precisió.	--
2-3	Convenis. Propietats de les igualtats.	Algorismes. Relacions i eficiència operativa.	Valorar l'ús de materials didàctics per a fer possible la comprensió de processos de càlcul.
4	Tractar conjuntament igualtat aritmètica i geomètrica.	Igualtat i congruència	Reconèixer el paper que un material didàctic pot tenir en la recerca i estudi sobre figures i relacions.
5 -6 -7	Equivalència d'àrea, fraccions, propietats, definicions.	Representacions i canvis. Contextualització. Diferents tipus d'equivalència	Disseny de seqüències d'aprenentatge
8	Equiprobabilitat. Mitjana	Mitjana i compensació de diferències	Valorar l'experimentació en el cas de situacions aleatòries simples com a un mètode de comprendre el concepte de probabilitat.
9	Observació de diferències. Regles de prioritat aritmètica	Equivalència i ordre com a activitat simultània	Preveure les dificultats que presenten les situacions on l'ordenació dels elements implica que no es puguin considerar equivalents.
10	la igualtat i l'equivalència com a estratègies per a resoldre situacions o problemes.	Integració conceptual mitjançant esquemes organitzadors	Connexions entre els temes del currículum de Primària explicitades a través de la igualtat i l'equivalència.
11	Igualtat i equivalència a Primària	Anàlisi de textos escolars reconeixent i discernint els significats de la igualtat	Igualtat com a eix vertebrador curricular
12-13	Autocontrol regulador	Autocontrol regulador	Identificació d'ítems d'avaluació escolar

Figura 3.7.1. TRHIFI corresponents a la Unitat 2 (Macrocycle 1)

3.8. Sobre les intencions de formació en l'estudi experimental

La proposta de curs de formació que es fa vol col·laborar en la formació de professors primària reflexius i crítics. Els estudiants de mestre haurien de ser conscients de les seves idees sobre els fonaments epistemològics de les matemàtiques per a això deuran explicitar els seus punts de vista, moltes vegades implícits, de manera que puguin comprendre i valorar possibles diferències entre els seus plantejaments i altres diferents.

Hauran de prendre consciència que els conceptes matemàtics formen part d'un procés de conjectures, refutacions i modificacions que donen lloc a demostracions que tenen una història i que, per tant, estan vinculades a un context.

També integrar-se en un procés d'experiència matemàtica des de l'interior de la pròpia matèria, descobrint les seves implicacions en l'aprenentatge, tractant que es reconegui l'educació matemàtica des d'una aproximació fenomenològica i realista. Reconèixer la importància d'aprendre a plantejar preguntes significatives, a dubtar, com prerrequisit per a aprendre. Adquirir capacitat i independència al màxim per a posar en acció i aplicar les matemàtiques a problemes reals, així com tractar de comprendre l'ús que uns altres fan de les matemàtiques, i ser conscients d'algunes limitacions importants.

Es vol millorar la seva valoració i actitud davant les matemàtiques i el seu ensenyament. Que puguin reconèixer el valor de les Matemàtiques i el seu ensenyament per a interpretar situacions quotidianes, acceptant la modelització com un fet bàsic en el coneixement científic.

També que siguin capaços d'identificar les dificultats principals del coneixement matemàtic, i conèixer elements lúdics que poden fer les matemàtiques més interessants per a un mateix i els futurs alumnes que els EM vagin a tenir.

Descobrir la necessitat d'adquirir hàbits de tenacitat i esforç per a poder enfrontar-se als problemes matemàtics amb les màximes potencialitats possibles.

La formació deu tenir com focus central **aprendre a ensenyar matemàtiques**. Ha d'aprendre a tenir en compte als seus estudiants, conèixer les matemàtiques; diversos processos instructius; i saber utilitzar diversos mitjos i/o recursos per a la instrucció. També conèixer-se a si mateix, amb empatia positiva tant envers el seu treball com envers la seva persona.

Per tant, això implica adquirir una **formació educativa global de tipus constructiu**. Revisar els propis punts de vista sobre per què ensenyar matemàtiques i, en conseqüència, quina matemàtiques ensenyar.

Tot plegat vol dir que ha d'aprendre a explicitar possibles finalitats de l'ensenyament de les matemàtiques, les prioritats personals, l'argumentació d'aquestes prioritats, saber identificar diferents opcions curriculars, tant a partir de la pròpia experiència com de l'anàlisi de curricula i aleshores aplicar el coneixement anterior a la selecció de continguts a ensenyar en l'organització d'un currículum per a aplicar-lo en l'aula.

Al costat d'això, hom considera que el professor ha de ser format en la millora de valors socials com: la capacitat de diàleg profund, l'autonomia, la creativitat, la confiança i els valors democràtics. Per a això, considerem que cal incorporar al màxim valors comunicatius de les matemàtiques com de la didàctica que hem definit com integrants d'una cultura científica.

Hi ha poques evidències de que el coneixement matemàtic dels ensenyants es desenvolupa com a conseqüència de la pràctica. Les aportacions de Grossman et al (1989) i les de Aubrey (1997) van en la línia d'afirmar que, així com el coneixement pedagògic es desenvolupa amb la pràctica, el coneixement matemàtic no ho fa. Simon i Brown (1997) van trobar que necessiten ser investigades i

analitzades diferents maneres d'avaluar el coneixement de la matèria dels mestres. Hi ha evidències que suggereixen que els mestres necessiten treballar de manera que el coneixement pedagògic i matemàtic es relacionin al nivell que seran ensenyats.

Les preguntes actuals, que són i seran matèria de recerques, són dels tipus següents: Còmpoden els programes conduir a qualificacions matemàtiques que tinguin en compte els resultats d'un coneixement matemàtic "segur", que sigui vàlid per ensenyar matemàtiques? De quina manera, de principi a final, la formació i la pràctica d'ensenyar, poden desenvolupar formes "segures" de coneixement matemàtic en els mestres? Com podem desenvolupar més clarament comprensions teòriques i pràctiques de coneixement matemàtic "segur" i les seves relacions amb la pedagogia?.

No esperem pas donar resposta a aquestes importants qüestions, només contribuir modestament a millorar la formació dels mestres presents i futurs.

Capítol 4

Primera anàlisi del procés de formació

Macrocycle 1

La idea bàsica que hi ha al darrera de l'ensenyament és ensenyar a la gent el que necessiten conèixer.

Carl Rogers.

El contingut d'aquest capítol es correspon amb la fase de l'experimentació a l'aula tal com es descriu en el capítol 2 –experiment d'ensenyament- del macrocicle 1 que correspon a la primera assignatura del curs de formació. Esquemàticament, en el quadre següent es mostren els registres emprats, l'ús de tècniques corresponents i elements d'anàlisi corresponents a cada un dels objectius del treball en les fases 2 i 3 que es desenvolupen en aquest capítol.

Fase 2: L'experiment d'ensenyament (prova empírica).

Objectius	Dades	Tècniques instruments /	Elements d'anàlisi
Mostrar concepcions inicials dels alumnes de magisteri sobre les matemàtiques i sobre la seva didàctica en una experiència de formació contextualitzada. I més generalment, identificar eines que ens serveixen per a valorar el coneixement professional, i quins criteris les justifiquen.	Diaris Entrevistes Observacions Produccions	Activitats macrocicle 1. Activitats macrocicle 2. Mini-instruments Experiment particular	Anàlisi de Cadenes de significació. Contrast. Anàlisi de discurs. Accions. Anàlisi de contingut dels Microcicles. Identificació de patrons observats empíricament.

Per començar es justifica l'elecció de microcicles per a l'anàlisi. Es justifiquen les tasques corresponents en funció dels continguts professionals implicats i l'objectiu en termes de la recerca. És a dir, què esperem que ens aportï per a les TRHIFI (4.1.). A continuació es presenta les sessions de classe concretes amb els seus continguts de formació (4.2. a 4.7), les TRHIFI de referència per l'anàlisi i els mini-instruments emprats. La part més extensa consisteix en la descripció de les activitats, les consideracions sobre la trajectòria hipotètica corresponent i una primera anàlisi, tal com es veu en el quadre següent, de les produccions dels alumnes estudiats. En algun cas s'inclou resultats corresponents a tot el grup classe per arribar a justificar que el comportament de les tres alumnes estudiades són una bona mostra de tot el grup classe.

Fase 3: Anàlisi retrospectiva de les dades qualitatives.

Objectius	Dades	Tècniques instruments	Elements d'anàlisi
<p>Identificar aspectes que mostren el creixement i canvi del coneixement professional d' un grup de tres estudiants.</p> <p>I específicament pel que fa l' establiment de connexions, reconeixement de significats aritmètics i representacions, i coneixements didàctics associats.</p> <p>Quins elements poden servir per avaluar o donar més informació sobre aquests canvis.</p>	<p>Anticipacions versus observacions.</p> <p>Modificacions a partir de l'experiència.</p>	<p>Reinvenció "professional"</p>	<p>Anàlisi retrospectiva</p> <p>Resonància de la Trhifi.</p> <p>Prediccions i limitacions.</p> <p>Producció teòrica emergent.</p>

Al final del capítol (4.8) s'analitzen els resultats obtinguts en tot el macrocicle. Cal tenir en compte que els alumnes del segon macrocicle són els mateixos i, per tant, tindrem el punt de partida en l'inici del macrocicle 2.

4.1. Experimentació a l'aula.

En la segona fase de la **recerca per desenvolupament** es duu a terme l'anomenat "teaching experiment" (Gravemeijer, 1994) es a dir, l'experimentació a l'aula amb la posterior revisió i reflexió sobre el comportament dels alumnes durant la sessió de classe en relació a la Trhifi corresponent. En la present recerca l'investigador, que es al mateix temps el formador, ha estat present en totes les sessions corresponents al Macrocycle 1.

A l'hora d'analitzar les sessions s'ha fet una tria per la impossibilitat de tenir en compte totes les sessions treballades, també es cert que les activitats han estat dissenyades pel curs de formació i no totes són adients pel que fa a la recerca.

Cal tenir en compte que no s'ha fet registres filmats i per tant les activitats que menys es veuen influenciades pel fet de fer de formador i investigador a l'hora són aquelles activitats escrites que permeten una anàlisi posterior amb el contrast del recercador extern. Del total de sessions realitzades es consideren sis microcicles per a dur-hi a terme l'anàlisi específica:

- (1) Sobre definicions i representacions de parell i meitat.
- (2) Atorgar significació matemàtica i didàctica.
- (3) Sobre la rellevància del contingut matemàtic.
- (4) L'autoregulació del contingut matemàtic.
- (5) Explicitació del coneixement i intencionalitat sobre la pràctica.
- (6) Avaluació interna.

Aquestes activitats han estat triades ja que permeten obtenir informació sobre el progrés que es pugui produir en la atribució de significats, en la representativitat de conceptes i en el grau de complexitat adquirit pel que fa als conceptes matemàtics. També és possible veure l'evolució en la rellevància dels contextos, es a dir del paper que se'ls hi dona en l'aprenentatge de la matemàtica, en l'ús de les

connexions i relacions conceptuais i, molt important, quin és el grau i el tipus d'incorporació conceptual en les propostes que fan els alumnes en la planificació hipotètica de la pràctica.

Les diferents activitats de la proposta han estat orientades cap a construir i valorar la idea de conceptes i significacions matemàtiques com es veu al mapa següent:

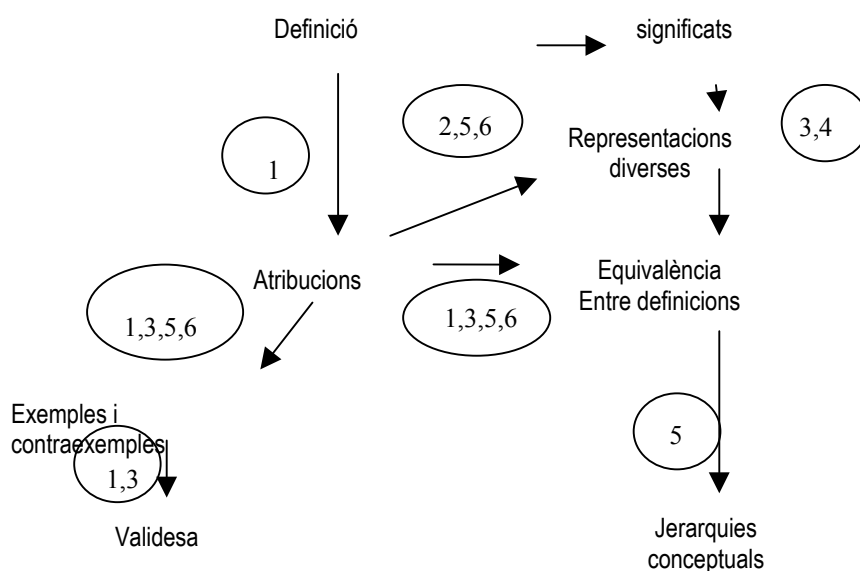


Figura 4.1.1. Conceptes i significacions en les activitats del macrocicle 1

Explicitarem els resultats observats experimentalment en base als 3 aspectes (a) significació, representacions i complexitat dels conceptes matemàtics (parells i senars, doble i meitat, igual i diferent, dependència) (b) rellevància i ús de contextos, connexions i relacions conceptuais (internes i externes) (c) grau i tipus d'incorporació conceptual en les propostes hipotètiques sobre la pràctica.

A continuació es mostra un quadre on es presenten a més de les activitats escollides, el contingut principal de formació així com l'element fonamental que es considerarà en l'anàlisi de les TRHIFI, que ens permetrà l'anàlisi posterior retrospectiva:

Activitat	Contingut	Anàlisi TRHIFI	Mini-instruments
1. Definicions i representacions de parell i meitat.	Reconeixement d'expressions – representacions de parells i senars. Reconeixement de definicions equivalents	Reconeixement de la definició com a situació privilegiada en la construcció d'estructures conceptuais Identificació de diferències de contingut i de reconeixement de propietats aritmètiques	Verbalització, representació algebraica i figura de les definicions
2 Significació matemàtica i didàctica	Atribució de significats i reconeixement d'activitats corresponents a dits significats Interpretació gràfica de parells i senars	-Valor d'atribució de significats possibles millores en relacions conceptuals matemàtiques i la intencionalitat pràctica - Reconeixement de validesa de propietats -Identificació de diferències entre activitats i associació de significacions corresponents	Descripció intencional d'una activitat escolar
3 Rellevància del contingut matemàtic	- Identificació de relacions de contingut -Reconèixer el valor de les atribucions de complexitat conceptuals en la realització de proves escolars equilibrades	-Grau i tipus d'incorporació de coneixement matemàtic i la seva rellevància. - Establiment de relacions i connexions. - Identificació d'elements per a incorporar la complexitat	Proposta textual de situacions problemàtiques en format prova d'avaluació
4 Autoregulació del contingut	- Vivència d'una experiència- simulació verbalitzada sobre la pràctica d'autoregulació	-Identificació de dificultats en l'establiment de relacions conceptuals -Valor atorgat a les descripcions i processos augmentatius i de generalització - Determinació de validesa i ús de representacions	Resposta a situacions problemàtiques textuales.
5 Explicitació del coneixement i intencionalitat sobre la pràctica	-Elaboració d'una activitat escolar -Reconeixement matemàtic-didàctic corresponent a les tasques proposades	-Grau i tipus d'incorporació de coneixement matemàtic i la seva rellevància. - Establiment de relacions i connexions i el seu valor estratègic didàctic. - Identificació d'elements per a incorporar la complexitat	Descripció intencional de situacions problemàtiques en format prova d'avaluació
6. Avaluació interna	-Reconeixement matemàtic-didàctic corresponent a les tasques proposades - Identificació d'elements instructius i curriculars	-Identificació de tipus de dificultats en l'establiment de relacions conceptuals. -Grau i tipus d'incorporació de coneixement matemàtic, rellevància de representacions. - Identificació de contextos i representacions en la intencionalitat sobre la futura pràctica -	Resposta a situacions problemàtiques en format de prova d'avaluació.

Figura 4.1.2. Quadre d'activitats, continguts de formació, Trhifi i mini-eines.

L'anàlisi de les situacions que es fa als apartats següents, es fa descrivint cada una d'elles, presentant les trajectòries hipotètiques com a objectiu de recerca, i fent l'anàlisi retrospectiva, explicitant en forma de resultats, les diferències entre les tres alumnes considerades.

Les conclusions corresponents al macrocicle 1, es presentaran en base a alguns aspectes de la formació inicial: (a) significació, representacions i complexitat dels conceptes matemàtics (parells i senars, doble i meitat, igual i diferent, dependència), (b) rellevància i ús de contextos, connexions i relacions conceptuals (internes i externes), (c) grau i tipus d'incorporació conceptual en les propostes hipotètiques sobre la pràctica.

Atès que es descriu i analitza un procés seqüencial en el temps, per a comprendre millor la situació de les activitats escollides, es situa a la part inferior de les pàgines la línia temporal on s'indica la part de curs que ha transcorregut.

4.2. Activitat 1. Sobre Definicions i representacions

L'objectiu d'aquesta activitat és esbrinar el coneixement inicial dels alumnes sobre la idea que tenen de definició com a situació privilegiada en la construcció d'estructures conceptuals i en una primera mirada al grau de complexitat que tenen respecte a aquest concepte.

Situació - test inicial en ell cas de parell i meitat.

En aquesta proposta considerem fonamentalment aspectes de llenguatge, de identificació de diferències de contingut i de reconeixement de propietats aritmètiques. Diverses recerques ens diuen que aquest aspecte no està assolit per part dels estudiants per a professor de Primària (Gutierrez y Jaime 2003, Martin Socas 2002, Castro 2000). Per a fer-ho, es proposen tres tasques associades al concepte de nombre parell, i a la distinció entre meitat d'un objecte, meitat simètrica i meitat no simètrica (que indica subdivisió en àrees equivalents no iguals).

A la tasca 1, es donen diverses definicions verbals i expressions simbòliques que corresponen a atribucions i propietats del nombre parell, tant en forma d'exemples positius com negatius per a reconèixer les que són vertaderes i falses, així com la justificació que donen, de manera que permeten reconèixer l'estructura conceptual que posseeixen els alumnes (Herskowitz i altres 1998).

Pel que fa a les expressions de definició, es proposen algunes que no les han estudiat abans (aspecte que la formadora coneix d'experiències anteriors), i no se'ls demana que en proposin ells, doncs es tenia la previsió de respostes molt pobres (comprovada reiteradament en la nostra experiència docent). De les definicions donades per expressions verbals n'hi ha de 4 tipus:

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

- (1) Les que estan relacionades amb multiplicativitat

Amb un nombre parell es poden fer un nombre exacte de grups de dos (a),

Parell vol dir doble que un altre nombre (d).

Un nombre parell és el que es pot descompondre en suma de dos nombres iguals (e).

Un nombre és parell quan el residu de dividir-lo per 2 és zero (f).

- (2) Les que estan relacionades amb la successió natural

Sempre s'obté un nombre parell al sumar 2 a un nombre qualssevol (g).

Un número és parell si es pot descompondre en suma de números parells (h).

Al sumar dos nombres consecutius s'obté un nombre parell (i).

Una sèrie de números que van de 2 en 2 és una col·lecció de parells (j).

- (3) Les que descriuen l'objecte matemàtic per extensió

Un nombre parell acaba sempre en 0, 2, 4, 6 o 8 (c).

- (4) Les relacionades amb la potenciació

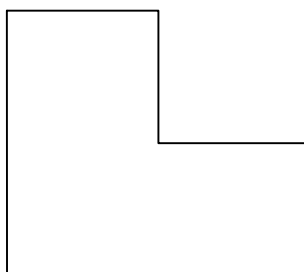
Totes les potències de dos són parells i viceversa (b).

Les expressions simbòliques que cal reconèixer com a certes o no, són

(a) $n+2$; (b) $n+n$; (c) $2n+1$; (d) $2n$; (e) $n \cdot (n+1)$; (f) $n+(n+1)$; (g) n^2 ;
(h) $2n-2$

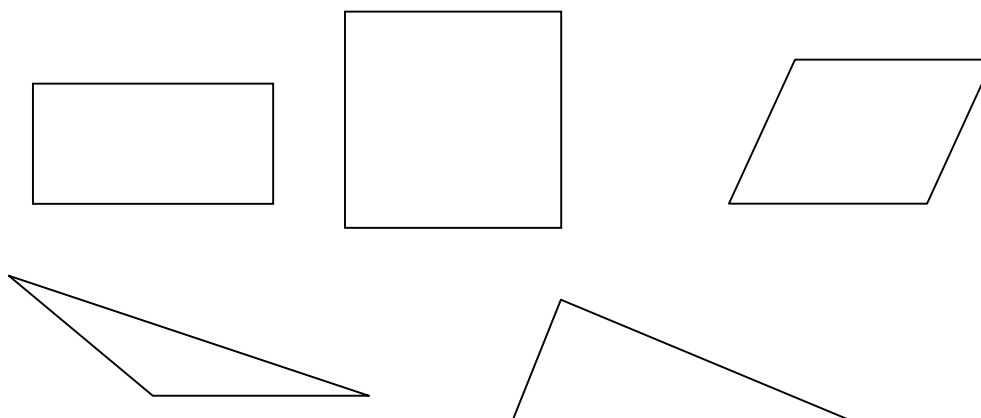
L'elecció d'aquestes definicions, ens permet observar la coherència entre les respostes donades en alguns casos.

A la tasca 2, a partir de les expressions anteriorment citades, es demana “*triàr la que els sembla més clara i entenedora i la que els sembla més complicada*”. La tasca 3, proposa que es ratlli la meitat d'una figura com la següent de diverses maneres



Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

Posteriorment, es marqui on posar un mirall sobre la meitat de cada figura de les que es mostren a continuació per a què es vegi sencera:



La figura en forma de L permet una infinitat de divisions en dos zones d'igual superfície, d'aquestes n'hi ha una que es pot dibuixar amb només una recta, altres que divideixen la figura en només dos zones usant segments de diferents rectes i altres que divideixen la figura en un nombre parell de zones que considerades conjuntament configuren dos zones equivalents. Pel que fa al conjunt de figures en les que es demana traçar eixos de simetria, el rectangle admet dos possibilitats, el quadrat quatre, el triangle obtusangle isòsceles un i el romboide i el triangle rectangle escalè cap.

Consideracions sobre la Trajectòria hipotètica de l'activitat.

S'analitza la tipologia de definicions de nombre parell i les visualitzacions primàries que es tenen de doble i meitat reconeixent que hi ha meitats associades a la simetria i altres no associades a l'equivalència, s'analitza la coherència de validesa entre definicions, la coherència entre les definicions donades per expressions verbals i les donades per expressions de tipus simbòlic com una manera de comprovar el grau de generalització que evidencien, també en el grau de

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Aril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	---------	---------

completesa, es a dir, si s'adonen de les condicions necessàries i suficients o només d'una de les dues i la caracterització sobre l'ús del coneixement matemàtic. També es fa una anàlisi del discurs segons Ogborn, on es reflecteix des de la construcció d'entitats fins les connexions conceptuals en ciències (veure capítol 3, apartat 3.3.).

Anàlisi retrospectiva

A continuació mostrem alguns resultats corresponents a l'alumnat observat inicialment.

Resultat 4.2.1. Trobem que hi ha un baix reconeixement de significats. L'alumnat tendeix a reconèixer definicions per extensió mes que característiques o atributs. I més concretament, la definició de número parell per extensió és observada i reconeguda com a correcta per gairebé tothom. Les definicions multiplicatives de parell que s'ha identificat, són principalment les que es corresponen amb el que escolarment s'ha treballat. No és comú definir parell com a suma de nombres iguals ni com a nombre exacte de grups de dos.

En efecte, la definició donada per extensió és identificada per totes tres. De fet, és majoritàriament la definició més reconeguda per tot el grup classe (98,5%). De les definicions de tipus multiplicatiu que són correctes totes tres estudiants reconeixen el nombre parell com el que dona residu zero en dividir per dos (reconeguda per un 87,7% al grup- classe) i com a descomposició en sumands iguals (reconeguda per un 81,5% al grup- classe).

Núria, a més, reconeix un parell com a nombre exacte de grups de dos (reconeguda per un 86,1% al grup - classe) i Ester identifica parell amb doble d'un altre nombre (reconeguda per un 67,7% al grup - classe). Només Laura identifica les

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

quatre definicions multiplicatives (que no semblen ser tan evidents com ens imaginàvem a priori ja que només un 38,5% del grup ho fa). Notem que no hem posat definicions incorrectes de tipus multiplicatiu.

Resultat 4.2.2. El grau de complexitat adquirit pel que fa al concepte de definició es baix. L'alumnat té dificultats en reconèixer definicions incorrectes que no vinguin justificades amb simples contraexemples. La totalitat de les expressions relacionades amb la seqüència numèrica (que són totes incorrectes) són difícils d'observar. Majoritàriament reconeixen aquella situació que pot ser justificada amb un simple contra - exemple numèric. Quan la definició és incompleta, perquè és parcialment certa, o bé expressa clarament una condició necessària i suficient, es tendeix a identificar la invalidesa condició necessària, i no s'identifica la condició suficient.

Les tres estudiants identifiquen que no és cert que “Sempre s'obté un nombre parell al sumar 2 a un nombre qualsevol “ (reconeguda per 98,5% del grup classe) En el cas d'aquesta afirmació, sembla que Ester i Núria interpreten correctament que per a invalidar una afirmació amb “sempre”, només cal donar un contra - exemple. Laura –en canvi- argumenta basant-se en un raonament més general.

per que si sumes 2 al 3 el número serà imparell (Núria 21-9-99/1).

2+1=3 (Ester 21-9-99/1).

no sempre, només s'obté si sumem 2 a un número parell, per què si és imparell s'obté un número imparell (Laura 21-9-99/1).

Totes tres veuen també que no és cert que “en sumar dos nombres consecutius, s'obté un nombre parell” (reconeguda per 93,8% del grup classe). Les argumentacions, en aquest cas, són força diferents.

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Aril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	---------	---------

Núria dona un exemple, Laura parla del tipus de número del resultat i Ester formula un exemple indicant de forma no acurada la propietat general de que un parell més un senar és senar.

I : si tu sumes 1+2 obtens 3.(Núria 21-9-99/1)

No és cert, s'obté un número imparell.(Laura21-9-99/1).

No per què un dels números és imparell, 2+3=5.(Ester21-9-99/1).

Laura reconeix, a més que no és cert que “una sèrie de números que van de dos en dos és una col·lecció de parells” (que només veu un 53,8%) i argumenta genèricament en funció del terme inicial de la sèrie.

depèn de si el primer número és parell o no ho és .(Laura 21-9-99/1)

Núria considera que tampoc és cert que “un número es parell si es pot descompondre en suma de números parells” (vist per 47,7% del grup classe), però el seu argument no és autèntic.

Si tu descompons un número parell en dos, segons amb quins números facis la suma, no et donarà aquell número.(Núria 21-9-99/1).

En aquest cas, la resposta de Núria, posa en evidència la dificultat en expressar que per a mostrar la incorrecció, cal parlar de que l'afirmació és certa “en part” i per tant, no pot utilitzar-se com a definició ja que s'obté també un número parell com a suma de dos imparells. Seria suficient oferir un exemple o bé formular – ho de forma general. Al grup classe es donen contra - exemples numèrics en un 15,4% dels casos, alguns contra - exemples més generals del tipus imparell +imparell també dona parell només es veu en un 7,7% del grup. I un 9,2% donen arguments que mostren que la formulació és incorrecta en part començant per frases

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

com: No és del tot certa, no sempre, no necessàriament. Només una persona del grup completa la definició.

Cap d'elles reconeix les quatre definicions incorrectes a la vegada que mostra ser el més complicat, ja que només un 13,8% dels estudiants ho veuen. Aquest resultat confirma el que sabem de les dificultats dels estudiants a professor pel que fa a reconeixement d'expressions falses o donades en forma negativa que ha estat estudiat força en situacions geomètriques.

La mateixa dificultat passa amb l'expressió relacionada amb la potenciació, que és incorrecta ja que "totes les potències de dos són parells i viceversa", no és reconeguda per cap d'elles com a tal. En el grup classe només una mica més de la meitat (52,3%) s'adona que la condició suficient no és certa. No hi ha arguments que ens permetin veure el que han raonat per que cap d'elles l'ha reconegut com a incorrecte. Tanmateix sembla que no s'han plantejat que la definició no es compleix perquè no és certa la condició suficient "i viceversa" que implicaria que tot parell ha de ser potència de dos.

Resultat 4.2.3. No s' estableixen connexions entre propietats. Els raonaments emprats per justificar les definicions que consideren falses o incompletes són pobres, perquè sovint es limiten als contra - exemples o es tracta d'expressions poc elaborades per a justificar la no validesa de les afirmacions. En ocasions els exemples estan mal triats, o bé apareixen incomprendiments lingüístiques de l'enunciat.

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Aril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	---------	---------

En efecte, algunes definicions correctes han estat seleccionades com a incorrectes perquè s'han usat exemples mal triats per a invalidar l'expressió

En el cas (a) : *per que hi ha números parells que no es poden fer grups de 2, com és el dos.*(Ester 21-9-99/1).

En el cas (d) : *per que 8 no és el doble de 2.*(Núria 21-9-99/1)

En el cas de Núria sembla, a més, que no ha interpretat bé la frase “parell vol dir doble d'un altre número” i en el cas d'Ester ha interpretat “grups” forçosament en plural.

Resultat 4.2.4. Es fa palès que no es domina les representacions verbals associades al concepte . Pel que fa a les expressions simbòliques, la gran majoria (90% del grup classe i les tres alumnes de la mostra) reconeix $2n$ com a nombre parell. Una tercera part del grup té dificultat en reconèixer que n^2 no és parell en general, així com el fet d' identificar la correcció de les expressions $n + n$, $n(n+1)$ i $2n-2$ com a expressions de nombres parells. Això mostra la dificultat en reconèixer el valor simbòlic de propietats aritmètiques importants com és el fet que la suma de nombres iguals és parell, el producte de dos números consecutius és sempre parell i el fet que un parell ($2n$) menys 2 és parell. Les tres persones de la mostra tenen un comportament com el de la majoria. Es mostra també manca d'estratègies per a constatar per mitjà de contra - exemples la validesa d'afirmacions.

Recordem que es van proposar les expressions següents (a) $n+2$; (b) $n + n$; (c) $2n+1$; (d) $2n$; (e) $n \cdot (n+1)$; (f) $n+(n+1)$; (g) n^2 ; (h) $2n-2$; totes tres encerten (d) i (h). Però no es demanava, en aquest cas, justificació corresponent.

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

Núria i Ester reconeixen, a més, la (e) i Laura la (b). Cap d'elles identifica les quatre vàlides, considerant que ho fa el 41,5% del total del grup classe.

Resultat 4.2.5. L'alumnat té dificultat en identificar coherentment definicions verbals no usuals en el treball de l'educació primària, no veient l'equivalència entre algunes d'elles. El que mostra el no reconeixement de l'equivalència de definicions i per tant la dificultat de establir aquests tipus de connexions.

Per a analitzar la coherència entre les definicions verbals, cal remarcar que les definicions multiplicatives correctes (a,d,e,f) són quasi equivalents, de manera que el que s'afirma o nega sobre una d'elles, es podria aplicar a les altres; i en el cas de la (c) i la (f) és evident la relació a partir del criteri de divisibilitat per 2. Només Laura ha mostrat coherència total en les encertades, en canvi Núria no ha identificat parell com a doble tanmateix ho ha fet amb el cas d'un nombre exacte de grups de 2, en el de suma de sumands iguals i el cas de residu zero al dividir per 2. Ester no ha identificat parell com a nombre exacte de grups de 2 i en canvi ho ha fet en els altres tres casos. Tot sembla indicar que Núria i Ester no perceben les equivalències entre aquestes condicions.

Pel que fa a coherència entre les definicions errònies, Ester i Núria havent triat la (g) que es refereix a la suma de 2 a un nombre qualsevol, no han triat la (j) que parla d'una sèrie de nombres que van de 2 en 2 i que totes dues han donat per certa. En el grup classe un 43 % ha triat la (g) com a errònia i no ha triat la (j). Està clar que no perceben la relació que hi ha entre elles, "sempre s'obté un nombre parell al sumar 2 a un nombre qualssevol" depèn del tipus de nombre (parell o senar) i en el cas de "una sèrie de nombres que van de 2 en 2 és una col·lecció de parells" està

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Aril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	---------	---------

clar que depèn de si el primer és parell o no i és evident la relació de sumar 2. Així ens tornem a trobar amb la incapacitat de reconèixer les equivalències entre atributs.

Entre quatre de les definicions correctes expressades simbòlicament $n+n$, $2n$, $2n-2$, $n(n+1)$ hi ha relacions de validesa, $n+n$ i $2n$ són expressions equivalents, $2n-2$ està relacionada amb $2n$ per ser parells consecutius; també tenim que $2n+1$ i $n+(n+1)$ són equivalents i són el següent de $2n$ per tant són imparells.

En aquest cas Ester i Núria trien com a correctes $2n$ i $2n-2$ però es deixen $n+n$, el que ens diu que no veuen la relació entre suma de dos nombres iguals i el doble d'un nombre, en canvi Laura es deixa $n \cdot (n+1)$ (està dins el 0,05% que ho ha fet) havent triat $n+n$, $2n$, $2n-2$ i no havent triat $2n+1$, el que vol dir que per un cantó sap distingir molt bé parell d'imparell tanmateix no s'adona que al multiplicar dos nombres consecutius un d'ells serà parell i per tant el producte inclourà el factor dos i el resultat serà parell.

Resultat 4.2.6. El canvi de representació no és dominat per tothom com es podria imaginar. L'alumnat no associa normalment relacions expressades verbalment amb les corresponents expressions generalitzades i escrites algebraicament. Els comportaments observats mostren nivells molt diferenciats. El fet de reconèixer la validesa de definicions no es tradueix en conèixer formes representacionals diferents

En el cas de coherència per generalització volem veure si el fet de reconèixer definicions com a certes (o errònies) es tradueix en el seu reconeixement com a expressions simbòliques o generals. La relació que hi ha entre les definicions i les expressions és la següent:

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

Definició verbal	Definició algebraica	Coherència	No coherència
Sempre s'obté un número parell al sumar 2 a un nombre qualssevol	$n+2$	Ester/Laura/Núria Grup classe 93,8%	
Un nombre parell és el que es pot descomposar en suma de dos nombres iguals	$n+n$	Laura Grup classe 66%	Núria /Ester
Parell vol dir doble que un altre número	$2n+1$ $2n$	Ester/Laura Grup classe 63 %	Núria
Al sumar dos números consecutius s'obté un número parell	$n+(n+1)$	Núria/Laura/Ester Grup classe 90,7%	
Un sèrie de números que van de 2 en 2 és una col·lecció de parells.	$2n-2$	Laura Grup classe 44,6%	Ester/Núria

Veiem doncs que Laura mostra coherència en tots els casos mentres que Ester i Núria mostren no generalitzar diversos casos, especialment crític es el de no reconèixer $n+n$ com a expressió de sumar dos nombres iguals, més greu en el cas de Núria que no reconeix $2n$ com a doble d'un nombre. Es evident que els nivells són molt diferents entre les tres alumnes pel que fa a aquest criteri, però sembla coincidir amb el fet d' un domini matemàtic previ d' una d' elles.

Resultat 4.2.7. L'alumnat no resol en general situacions de completesa de condicions necessàries i suficients. Els estudiants de professor consideren com a més complex allò que no saben resoldre.

Pel que fa a la completesa, es a dir identificar el valor de condició necessària i suficient en el cas de les definicions verbals és on els resultats són pitjors. Totes tres

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Aril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	---------	---------

creuen que la " *Totes les potències de dos són parells i viceversa*" és una definició és correcta sense adonar-se que el *viceversa* implica que tot parell ha de ser potència de 2 cosa que és senzilla de veure que no és certa a partir de contra - exemples.

Ester i Núria creuen que "*Una sèrie de números que van de 2 en 2 és una col·lecció de parells*" és certa sense plantejar-se que ho és **si i només si** el primer nombre de la sèrie és parell . Ester i Laura trien com a certa "*Un número és parell si es pot descompondre en suma de números parells*" sense tenir en compte que hi ha més casos de nombres - els imparells- que al ser sumats també donen parell.

Es interessant el fet que a l'hora de triar la definició més clara, Núria en tria una d'incorrecta per no adonar-se que 8 és el doble de 4. Laura tria la de fer grups de 2 i Ester la del residu zero al dividir per 2.

Pel que fa a la que consideren més complicada, Laura i Núria en trien una d'incorrecta, (b) i (d) respectivament, el que sembla en el cas de Núria és que la complexitat l'ha atribuït al redactat per que ella mateixa diu que la (d) es incorrecta. També és curiós el cas d'Ester que tria la (e) en que es defineix parell com suma de nombres iguals, i que no ha seleccionat en la seva expressió simbòlica.

Pel que fa a la concepció de meitat d'un polígon hi ha força diferències entre les tres persones observades. Pel que fa a la divisió de la figura en dos parts equivalents (on no es demana que sigui en dos parts connexes), Laura (fig.4.2.1) dona quatre solucions que es correspon amb el número de models que tenia fets el full, no es sap si n'hauria fet més encara que pel tipus de particions sembla probable que si. Les seves solucions són dels tipus esmentats en la descripció de la tasca i

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

cal destacar que els seus dissenys mostren una intenció clara d'afavorir la comprovació a l'espectador.

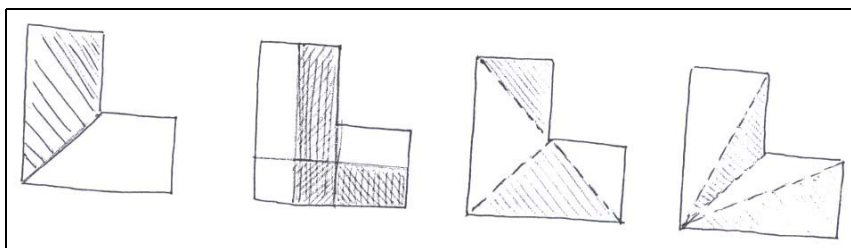


Fig. 4.2.1. Laura dona solucions amb un criteri que es pot generalitzar

Núria (fig. 4.2.2) només dona dues solucions correctes, una d'elles la que separa les parts en un sol traç i una altra en dos parts connexes; una tercera solució que dona és incorrecta i s'aprecia clarament que les dues parts no poden tenir la mateixa superfície.

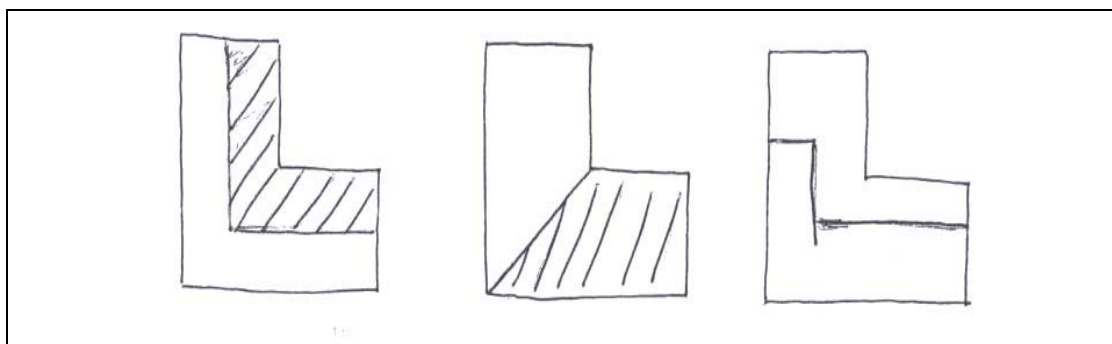


Figura 4.2.2. Núria no troba cap "regla". Només n'incerta el de tall únic.

En el cas d'Ester (fig. 4.2.3) la resposta és molt pobre, només dona una solució, que és comú a les tres persones.

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Aril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	---------	---------

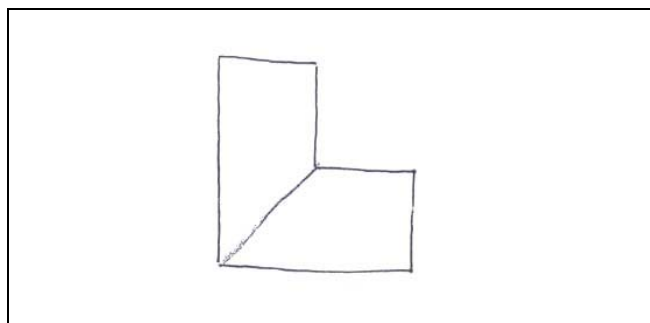


Figura 4.2.3. Ester només dona la solució més evident.

En el cas de les meitats simètriques (fig. 4.2.4), el comportament de Laura i Núria és molt semblant, només reconeixen un eix de simetria en el rectangle i en el quadrat, encerten el del triangle isòsceles i erren en el triangle rectangle. Ester presenta pitjor nivell doncs no reconeix el triangle isòsceles. En conjunt l'existència de meitats simètriques no iguals està poc assolit.

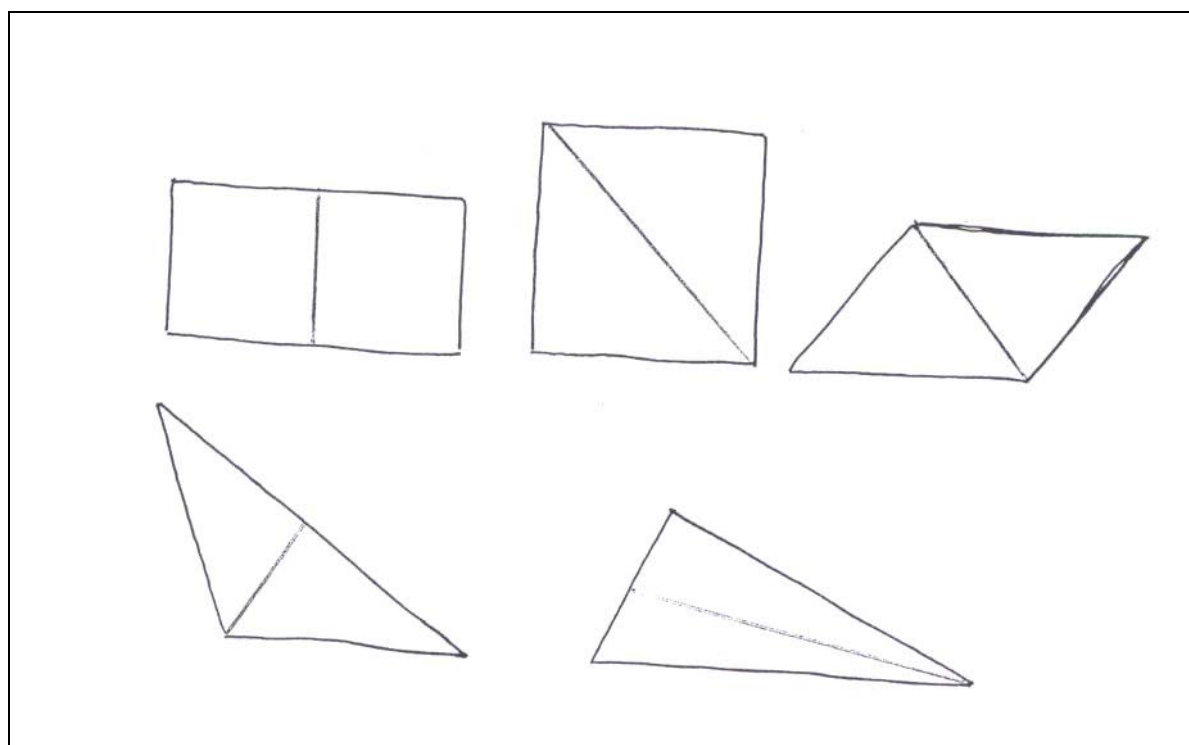


Figura 4.2.4. Eixos de simetria donats per Laura. Mostra els mateixos errors que Núria

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

Resultat 4.2.8. Pel que fa a l'anàlisi del discurs els alumnes, inicialment, es mostren amb un coneixement matemàtic feble centrat en la construcció d'entitats sense passar a nivells gaire més elevats d'elaboració.

En el cas del discurs tenim que pel que fa a l'ús del coneixement matemàtic, Núria i Ester construeixen entitats matemàtiques a un nivell no molt elevat, ja que només busquen exemples adients (majoritàriament en forma justificativa de la incorrecció o incompletesa d'una definició de nombre parell), i sovint només un exemple.

Es incorrecte que s'obté un número parell al sumar dos a un n° qualsevol per que si tu sumes dos al tres el número serà imparell (Núria 21-9-99/1).

Es incorrecte que una sèrie de n° que van de 2 en 2 és una col·lecció de parells per que si tu sumes 1+2 obtens 3 (Núria 21-9-99/1).

Al sumar 2 nombres consecutius s'obté un parell es incorrecta per que un dels nombres és imparell, 2+3=5 (Ester 21-9-99/1)

Laura, en canvi, explicita i/o identifica diferències explicant alguns elements comuns o no comuns que distingeixen els conceptes de parells i senars

no sempre, només s'obté si sumem 2 a un número parell, per que si es imparell s'obté un número imparell (Laura 21-9-99/1).

En el cas d'una sèrie de nombres que van de 2 en 2, el fet de ser una sèrie de parells depèn de si el primer es parell o no ho és (Laura 21-9-99/1)

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Aril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	---------	---------

Núria, a més, elabora i reconeix propietats quan usa contra - exemples per il·lustrar definicions errònies, la qual cosa no han fet els altres.

Parell vol dir doble que un altre numero es incorrecta per que 8 no es el doble de 2 (Núria 21-9-99/1)

En resum, l'activitat inicial d'aquest bloc mostra les grans dificultats de l'alumnat en la caracterització de definicions i estructures conceptuais.

L'alumnat té recursos parcials als exemples, amb argumentacions centrades en afirmacions i menys ús dels contraexemples per a justificar situacions de no certesa.

Aquest resultat sorprèn si pensem que les situacions proposades reflexionen sobre nombres parells.

4.3. Activitat 2. Significació matemàtica i didàctica com a contingut professional.

Inicialment el nostre objectiu es obtenir informació, encara que sigui molt parcial sobre el posicionament i percepció inicial dels alumnes des del punt de vista del contingut pedagògic fent que generin una activitat sobre un element procedimental, des del punt de vista del format hem privilegiat el text escrit en que s'analitzarà el seu discurs. Per això els proposem una tasca en la que volem veure el tipus d'incorporació conceptual que fa després d'indicar un treball a l'aula sobre les possibles definicions i significacions de parell i senar. Així mateix volem veure l'ús que es fa d'aquests significats en la proposta de propietats com

imparell + imparell = parell.

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

Consideracions sobre la Trajectòria hipotètica de l'activitat.

El plantejament de la proposta enunciada és volgudament imprecís, "**Proposar una activitat per alumnes de Primària per veure que la suma de dos imparells dona parell**" el que implica, per part dels alumnes de mestre, la selecció i adaptació a la activitat d'un element de contingut a un nivell determinat. No es demana de manera explícita que demostrï o justifiqui als alumnes de primària la propietat, no es diu el nivell al que caldria fer-ho i tampoc s'insinuen recursos concrets per plantejar l'activitat. Es vol veure també quina de les maneres d'entendre els conceptes de parell i d'imparell es tria com a millor per a treballar amb els alumnes de Primària, quin sentit es dona a **veure** i també quins elements lligats al coneixement pedagògic professional introdueixen (ús de materials, situacions, protagonisme dels alumnes, demostració de l'assumpció del seu paper com a docent,...). Sabem per experiència que no tenen una idea ben formulada i assumida del que es una propietat i el seu valor.

Anàlisi retrospectiva.

Analitzar aquesta activitat comporta tenir en compte aspectes matemàtics i didàctics. Una propietat pot ser entesa com una condició que té un cert àmbit de validesa, en aquest cas concret si és cert o no que al sumar dos nombres imparells s'obté sempre un nombre parell i també és un patró, es a dir, generalitza una condició observada en diversos casos particulars. A partir de les observacions realitzades, arribem al següent :

Resultat 4.3.1. Pel que fa a la comprovació de la validesa de propietats el comportament no ha estat homogeni i, en aquest aspecte les tres persones de la mostra ,reflecteixen el comportament del grup classe. Des de conformar-se amb veure la propietat per un únic exemple numèric, la majoria, fins a fer una seqüència de tasques que portava d'un cas particular a la quasi-generalització.

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

Al dissenyar la activitat per alumnes de Primària el comportament de les tres estudiants pel que fa a la necessitat de comprovar l'àmbit de validesa ha estat diferent. Núria es conforma amb comprovar la certesa amb dos exemples, l'un és de nombres iguals i l'altre de nombres imparells diferents ; Laura parteix d'un exemple concret i proposa la comprovació en més casos però sense propòsit de generalitzar, també com Núria contempla sumes de dos nombres diferents però mai de dos imparells iguals. Aquest comportament és el de la majoria del grup classe (un 79 % d'alumnes) .

El cas d'Ester (fig. 4.3.1) difereix molt dels altres pel que fa a la necessitat d'arribar a generalitzar. Comença per partir d'un cas concret, després repeteix més exemples, parla de descobriment i finalment proposa una acció en la que dona una manera d'argumentar en general basada en la visualització de fer parelles d'objectes (aquest comportament, amb variants, ha estat seguit per una minoria del grup-classe, un 20 % dels alumnes).

3. Es continuaria fent amb els nens de la classe i descobririen sempre que la suma de dos nombres imparells sempre dona un nombre parell.

4. Després es podrien fer conjunts agafant els elements de dos en dos i es veuria que de cada grup que representa un nombre imparell sobra un element i a l'altre grup també però al sumar aquests dos nombres imparells ja no sobra ningun i tenim com a resultat un nombre parell.

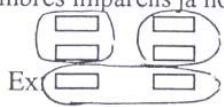


Fig. 4.3.1. La idea d'Ester de fer parelles dels elements sobrants es pot generalitzar

El problema principal de l'Ester es que s'ha limitat a considerar el cas de dos nombres imparells iguals, tot i això el procés que ha seguit es pot traslladar al cas general. Però no es fa conscient d'aquest fet.

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

Resultat 4.3.2. Majoritàriament hi ha hagut un canvi en el significat de nombre parell que va ser considerat prioritari en el qüestionari inicial, doncs s'ha prioritzat la idea de parell com a nombre amb el que es possible fer un número exacte de grups de dos (dues de les tres persones analitzades i un 60 % del grup classe). *Creiem que s'ha produït una adaptació al context pedagògic. També creiem que la necessitat de proposar un context entenedor i realista ha condicionat l'elecció de la definició.* El lligam entre els conceptes clau (suma, igualtat i parell) que han establert en la proposta és força semblant en la concepció de suma- reunió- i en la de parell- grups de 2- però és diferent pel que fa al valor de la igualtat . En aquest darrer cas les interpretacions (significats) han estat diversos: d'acció, de bijecció i com a resultat d'una operació.

En la propietat tractada podem observar els lligams que s'ha establert entre els elements implicats: imparell, parell, suma i igualtat, així com el procés que es proposa, es a dir, com s'ha interpretat la suma ?, quins significats de parell i imparell s'ha posat en joc ?, quin ha estat el sentit de la igualtat ? . En quan a la funcionalitat, quin lligam s'ha establert entre la propietat i la definició de parell o imparell triada?. Els comportaments han estat diferents en els tres casos, en concret tenim que en el cas de l'Ester que ja comença per proposar-se demostrar i no només entendre o comprovar

Mitjançant una activitat demostrar als nens que una suma de nombres imparells dona un nombre parell (Ester 5-10-99/2)

El significat de suma comença per una reunió

Hauran d'agafar cadascun una goma de la capsa (el dibuix reflexa el fet de posar-les juntes) i després faran la suma de les gomes que tenen

I després reflexa l'esquema de situació inicial, canvi i situació final

Quatre nens més agafaran una goma cadascú i les posaran dos en un grup amb un del d'abans...

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

Pel que fa al significat de parell i imparell utilitza referències a fer un número exacte o no de grups de 2, es a dir, la definició (a) de l'activitat anterior quan ella havia triat la (f : residu de dividir per 2 és zero) com a més clara, malgrat que pugui semblar que es refereix als residus els gràfics i el text reflexa clarament la força que vol donar al fet d'agrupar per parelles

Després es podrien fer conjunts agafant els elements de dos en dos irepresenta a un nombre imparell sobra un element.... (Ester 5-10-99/2)

Es interessant considerar, respecte al canvi que ha fet, el que va triar la (f) com a més clara i la (e) : ...es pot descomposar en dos nombres iguals) com a més complicada i en tota la acció que descriu els nombres que suma són iguals.

La igualtat s'expressa en l'acció i te sentit de resultat d'una operació de sumar. També es important destacar el fet que en l'exercici 4 utilitza la relació del tipus $a=b$ i $c=d$ aleshores $a+c = b+d$

Pel que fa a Núria comença parlant de comprovar

Amb l'objectiu de comprovar això, els nens faran una activitat esportiva amb l'ús de pilotes i anelles al gimnàs. (Núria 5-10-99/2)

el sentit que dona a la suma és el de reunió

..que set pilotes del grup B i nou de l'equip A donen....(Núria 5-10-99/2)

La definició associada a parell és la d'aparellament i també fer grups de 2 i la d'imparell està lligada a sobrar-ne un després de fer grups de 2

Les 8 anelles del grup A estan dividides en dos grups de quatre disposades en fila fent parelles de dos en dos d'aquesta manera els nens percebran que no sobra ninguna anella, ja que totes estan aparellades i per tant, formen un n° parell .

Comprovarà que sobra una anella que no té pilota, així els dos grups comproven que tenien un nombre imparell de pilotes. (Núria 5-10-99/2)

Set 99		Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

En aquest aspecte també **s'ha produït un canvi** doncs ella havia triat la definició (j) incompleta i que es referia a una sèrie de nombres que van de 2 en 2, que ella probablement va lligar amb la sèrie de parells sense parar compte de que podia ser també la d'imparells. Cal considerar que la idea de parell com a grup de 2, parella, està lligat a la propietat d'una manera clara doncs la parella que genera al unir els sobrants dels dos grups dona una argumentació per generalitzar la propietat encara que ella no aprofita bé per generalitzar-la.

La igualtat es relaciona amb la bijectivitat entre les pilotes i les anelles

Veuran que dona un nombre parell al tenir ja totes les pilotes parella...

Finalment, Laura no fa explícita la seva intenció, encara que al final diu

Contar les punxes que formen les dues figures juntes i adonar-se'n de que sempre dona un nombre parell (Laura 5-10-99/2)

El significat de parell és el de fer grups de 2 i el de sumar és el de reunió

Agafar una figura i unir-la amb un altra d'un color diferent fent moltes parelles

Al considerar la definició triada es veu que es manté en la que havia considerat més senzilla (cal tenir en compte que ella havia localitzat totes les correctes), per tant en aquest cas no hi ha canvi de posicionament.

Resultat 4.3.3. En la representació gràfica de nombre parell trobem comportaments ben diferents, però en els tres casos es considera important aquest aspecte (com un 50% del grup classe). Dos de les persones proposen accions basades en representacions gràfiques i la tercera, encara que no les reflexa gràficament en la proposta, descriu una acció basada en la distribució per parelles col·locades rectangularment.

Set 99		Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

Un altre aspecte a considerar en la anàlisi és la interpretació o visualització que proposen del concepte de parell i/o de la propietat i també de quina manera estableixen una relació explícita entre el concepte i l'acció en que es basa l'activitat. Aquí s'integren aspectes matemàtics lligats a la representació amb aspectes didàctics de presa de decisions i dels tipus de facilitadors que s'ofereixen per a la comprensió de la propietat.

En el cas de Núria es troba una intencionalitat de visualització encara que no fa cap gràfic ni dibuix

Les vuit anelles del grup A estan dividides en dos grups de quatre disposades en fila fent parelles de dos en dos...D 'aquesta manera, els nens percebran que no falta ni sobra cap anella ja que totes estan aparellades. (Núria 5-10-99/ 2)

La metàfora d'aparellament s'adiu a la propietat que es vol mostrar, també la usa per justificar les seves afirmacions

Els alumnes comprovaran que tenien un nombre parell de pilotes parell ja que no sobra ni falta cap per llançar a les anelles a l'igual que tampoc sobren ni falten anelles (Núria 5-10-99/2)

Ester mostra una sensibilitat didàctica al representar la situació dibuixant els elements que han de manipular els nens de Primària i ho fa en disposició del tipus $2n$ i també al triar un significat de parell que no és el que ella havia designat com a més senzill, sinó un que està més adaptat a les possibilitats de comprensió de la canalla. (Veure figura 4.2.6).

En el cas de Laura la visualització no és gaire adient a la propietat i als conceptes implicats.

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

Retallar en cada cartolina figures que continguin un nombre imparell de punxes, com per exemple triangles, estels de conc punxes, etc.....agafar una figura i unir-la amb un altra de color diferent, fent moltes parelles (Laura 5-10-99/2)

Analitzant el discurs podem comprovar que només Núria, amb les seves diverses exemplificacions, identifica entitats matemàtiques explicitant diferents significats del contingut. En efecte, es vol reconèixer parell com a grup de dos

Les 8 anelles del grup A estan dividides en dos grups de quatre disposades en fila fent parelles de dos en dos d'aquesta manera els nens percebran que no sobra ninguna anella, ja que totes estan aparellades i per tant, formen un n° parell (5-10-99/2)

I fins i tot manifesta la idea de parell relacionat amb el residu zero al dividir per dos

...els alumnes comprovaran que tenien un nombre de pilotes parell ja que no sobra ni falta cap per llançar a les anelles al igual que tampoc sobren ni falten anelles.(Núria 5-10-99/2)

Però, a més, identifica diferències quan explica elements no comuns quan distingeix entre parell i senar, al·ludint al fet que l'alumnat "veurà" que el nombre imparell és un més que el parell anterior (imparell com desaparellat per mitjà de correspondència un a un)

El grup A te 9 pilotes, un cop ha encertat vuit de les nou pilotes que te a les seves vuit anelles, veurà que li sobra una pilota que no ha pogut col·locar a cap anella.....així els dos grups comproven que tenien un n° imparell de pilotes, ja que cada grup te una pilota sense parella.(Núria 5-10-99/2)

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

Pel que fa al coneixement interpretatiu estratègic mostrat en l'activitat, Núria i Laura consideren conscientment materials, com a element central del disseny de l'activitat proposada,

Amb l'objectiu de comprovar això, els nens faran una activitat esportiva amb l'ús de pilotes i anelles en el gimnàs. (Núria 5-10-99/2)

Laura, en particular, vol incorporar l'ús de materials, utilitzant un dibuix fet a terra formant part d'un joc en el que –de forma excessivament sofisticada- no arriba a mostrar la propietat demanada .

Núria considerem que reconeix el valor dialèctic de l'acció corresponent realització de l'activitat, quan es situa com si anés a fer classe de debò, perquè utilitza la primera persona, cosa que la majoria no fa.

Primer, divideixo els nens.....col·loco vuit anelles per grup...(Núria 5-10-99/2).

En resum, l'alumnat mostra com a posició inicial aritmètica feble la visió de que el material manipulatiu és l'element clau de l'acció de classe que cal incorporar.

En l'organització del contingut a la proposta inicial realitzada podem parlar de sensibilitat didàctica només en un dels tres casos observats. La manca de cura sobre com atacar la complexitat fa veure les mancances de contingut matemàtic. L'alumnat no té apropiats diversos significats de les relacions de duplicació i la noció de doble.

No es mostra claredat en el procés i valor de relacions matemàtiques aparentment elementals, com és pensar quin és el focus de l'argumentació matemàtica que podria expressar-se per

$$s + s = 2n + 1 + 2m + 1 = 2(n + m) + 2 = 2(n + m + 1) .$$

Set 99		Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

4.4. Activitat 3. Sobre la rellevància del contingut matemàtic.

Després d'un mes de treball on s'ha insistit en la conceptualització i en la transversalitat de les idees de doble i meitat, l'objectiu d'aquesta activitat és veure el progrés experimentat pels alumnes a nivell matemàtic i a nivell didàctic.

Anàlisi de propostes d'avaluació realitzades.

En aquest moment de la seqüència, quan s'ha acabat la unitat 1, s'aprofita per a reconèixer el valor de l'avaluació, com diu Mason (1988), "*hom mostra el que sap si sap preguntar sobre allò de forma adient*". Per això s'ha escollit com a activitat individual el disseny d'una prova que hipotèticament es passaria al propi grup classe i hauria de servir per avaluar els coneixements adquirits durant la primera unitat. Les instruccions de l'encàrrec han estat dissenyar una prova que fos factible respondre en una hora o hora i mitja i que avalués els continguts més importants de la unitat desenvolupada a l'aula de formació. No es va donar cap instrucció més, en part per comprovar si sentien la necessitat de precisar el que volien avaluar, com ho valorarien, si feien una prova que avalués tot el contingut o només una part, si prenen mesures de disseny de la prova per que fos intel·ligible, el registre de llenguatge utilitzat, previsió de puntuació, etc.

Consideracions sobre la Trajectòria hipotètica de l'activitat.

Aquesta prova s'analitzarà des del punt de comprovar el grau i el tipus d'incorporació del coneixement matemàtic, la verbalització i la simbolització, el valor relacional del contingut i les connexions que estableixen entre elements de contingut. Pel que fa al coneixement didàctic es vol veure què entenen per prova i/o avaluació i reconèixer els graus de complexitat de la prova dissenyada.

Anàlisi retrospectiva.

En base a les observacions i dades obtingudes del treball dels alumnes, reconeixem el següent:

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

Resultat 4.4.1. L'alumnat proposa proves desequilibrades pel que fa al tipus de continguts presentats i també pel que fa als nivells de complexitat. També les tres propostes són ben diferents en els dos aspectes. Malgrat que el llenguatge de la prova es adient hi ha una manca gairebé total de gràfics, tot i que aquest aspecte del llenguatge ha estat abastament treballat i emfasitzat. Les proves tenen un format clàssic, no mostren cap innovació respecte al que consideren de la seva experiència personal, i a més es poden considerar proves simplistes i memorístiques.

Seguint la proposta de (Gimenez i Fortuny, 1993) per analitzar la prova des del punt de vista de l'equilibri, s'ha usat l'esquema següent:

Tipus de contingut	Nivell baix	Nivell mitjà	Nivell alt
Conceptes Estructures	Anomenar conceptes N1, N2 E1, E3	Identificar conceptes N1, N3, N5 E2a, E2b L4	Fer mapes conceptuals
Algorismes Tec. instrumentals	Seguir instruccions donades	Aplicar algorismes de càlcul N4 E4 L3	Dissenyar programes
Resolució de problemes	Exercici L5	Problema tancat N6	Situació o problema obert N5
Llenguatges i Visualització	Construcció E5, E6 L1, L4	Interpretació N4, N5	Pensament qualitatiu
Raonament i demostració	Inferència directa Demostració d'un pas L2	Inferència indirecta Demostració de 2 passos	Mètode absurd Demostració de 3 passos

Figura 4.4.1. Classificació d'ítems de les proves.

N Núria, E Ester, L Laura

Els números es corresponen amb els ítems proposats de les seves proves respectives

(Fig.4.4.4, 4.4.5, 4.4.6)

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

Com es pot veure es tracta de proves desequilibrades doncs el tercer nivell es inexistent llevat d'una de les activitats proposades per Núria i tampoc apareixen preguntes de raonament llevat d'un cas en Laura. La prova de Núria és la més equilibrada de les tres analitzades doncs hi ha preguntes de tots tres nivells, abundant més les de segon nivell. Pel que fa a les tipologies de qüestions, es decanta per les relacionades amb els conceptes i en menor mesura pels problemes, no proposa cap pregunta de raonament però cobreix els altres quatre aspectes.

Laura reparteix les preguntes a parts iguals entre el primer i el segon nivell, però les distribueix de manera que apareixen tots els tipus de contingut (conceptes, algorismes, problemes, llenguatge i raonament).

Ester també reparteix les preguntes en els dos primers nivells però n'hi ha més del primer nivell i les distribueix en només tres tipus, conceptes (la meitat de la prova), algorismes i llenguatge:

Explica els conceptes de simetria i translació i fes un dibuix (Laura 13-9-99/3).

Parteix aquestes figures: a) que els talls siguin simètrics; b) en dues parts iguals però que els talls siguin simètrics. (Ester 13-9-99/3).

El llenguatge gràfic només apareix en el cas d'Ester (fig. 4.4.2) en que usa les representacions sense anomenar les figures.

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

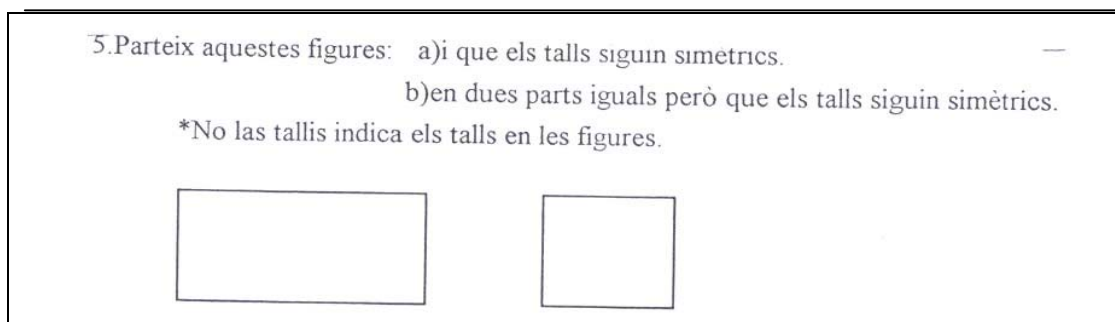


Figura 4.4.2. Representació d'Ester

però es tracta de dibuixos il·lustratius i simples, cal tenir en compte que la qüestió de la representació ha estat abastament tractada a les sessions de la unitat i, a més, s'hi ha dedicat èmfasi especial.

Donen molta importància a definir i identificar conceptes:

Digues si es certa o falsa aquesta expressió i raona-ho "Qualsevol potència de dos sempre és parell". (Laura 13-9-99/3).

Definir els conceptes de múltiple i divisor. (Núria 13-9-99/3).

Reconeix quins donen un nombre parell. (Ester 13-9-99/3).

També a demanar explicacions però lligades a la memorització:

Escriu totes expressions que coneguis per representar un número parell. (Laura 13-9-99/3).

Des del punt de vista del coneixement didàctic les tres persones han optat per una prova tipus qüestionari amb 5 o 6 preguntes. Cap de les tres ha introduït res que faci pensar que les diverses preguntes tenen diferent puntuació. El llenguatge dels enunciats està a nivell dels companys i companyes de classe però alguns enunciats no estan gaire ben redactats:

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

Definir els conceptes de :múltiple i divisor. Posar quatre exemples de nombres que siguin múltiples i divisors de dos .(Núria 13-9-99/3)

Pel que fa al format de la prova no han introduït cap innovació, es tracta de qüestionaris amb preguntes molt directes :

Descompon aquests nombres en forma de potències de 2: 11, 16, 300.(Laura 13-9-99/3).

Expressa amb una fórmula l'àrea de: trapezi, triangle, rectangle.(Ester 13-9-99/3).

Les tres proves es poden realitzar, la més complexa de respondre és la de la Núria que segurament precisa més d'una hora per que la resta del grup classe la respongui. Tant Ester com Laura plantegen proves simplistes i, a més, la majoria de qüestions varen ser plantejades a les classes gairebé en els mateixos termes, només Núria va més enllà lligant qüestions més simples i convertint-ho en una pregunta més complexa.

Resultat 4.4.2. Es formulen poc consistents, de manera que no s'estableixen relacions conceptuals ni tampoc connexions amb la realitat i l'ensenyament, tanmateix aquests aspectes van ser tractats en la unitat. L'ordre de les preguntes està més relacionat amb el desenvolupament de la unitat realitzada que amb la dificultat de les tasques.

Al comparar les tres propostes és evident que Núria ha fet un esforç per proposar qüestions que continguessin en un mateix enunciat una evolució des de tasques més senzilles com a prèvies a d'altres més complexes que ampliaven les peticions, per exemple:

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

Si els costats d'un quadrat mesuren 3cm cada un, trobeu la seva diagonal. Anomeneu i expliqueu el mètode que heu utilitzat per trobar-la. Quina importància té la seva diagonal alhora de duplicar-lo? (Núria 13-9-99/3).

L'ordre en que ha posat les preguntes, a part de correspondre's amb l'ordre en que varen ser tractats els ítems corresponents, gairebé comporta un ordre creixent de dificultat. En el cas de Laura totes les preguntes tenen un enunciat que recull només una tasca, l'ordenació no segueix un criteri de dificultat només té relació amb l'ordre en que varen ser tractats els ítems a classe.

Ester proposa, en diverses preguntes, dues qüestions alhora però sense voluntat de lligar-les:

Busca tres situacions .a) que es resolguin utilitzant potències de 2; b) on apareguin sèries o col·leccions de nombres que vagin augmentant de 2 en 2.(Ester 13-9-99/3).

Segueix l'esquema temporal del desenvolupament del tema a classe, però no ordena les preguntes per dificultat creixent.

Tot i tenint en compte que es tracta de la primera unitat del curs sorprèn el poc ús de connexions conceptuals, només una de les tres persones analitzades, Núria, proposa una pregunta en la que la diagonal d'un quadrat es relaciona es relaciona amb la obtenció d'un altre quadrat d'àrea doble i també lliga la simetria amb la duplicació de triangles.

Laura perd la ocasió (en la pregunta 5) de relacionar l'àrea de mig cub amb l'àrea del cub d'aresta meitat, en la pregunta de simetria que fa només demana explicar i fer un dibuix, no lliga amb la repetició de formes ni amb la duplicació. Ester, tot i proposant dos preguntes sobre parells no els relaciona ni amb els imparells,

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

quan demana exemples no especifica si els vol matemàtics o reals. Ni Núria ni Laura demanen exemples “situacions” malgrat que això va ser tractat amb extensió i intensitat a les sessions de classe.

Resultat 4.4.3. Hi ha coincidència en la detecció dels continguts més rellevants de la unitat (des del punt de vista del formador). No hi ha gaire diversitat en els continguts abordats de tal manera que la geometria, malgrat ocupar la meitat del temps de la unitat, no es tractada com l'aritmètica. Només en un cas la prova és més diversa i fins i tot dominen els continguts geomètrics.

Pel que fa a la importància donada als diferents continguts integrants del tema, des del punt de vista del formador han estat:

	Preguntes en que els han tractat		
Continguts considerats importants pel formador	Núria	Ester	Laura
Parell i senar : concepte, representacions, propietats, aplicacions	2	2	1,2
Potències de 2 i d'$1/2$. Descomposició de nombres naturals com a suma de potències de 2.	1	3, 4	3
Simetria axial. Translacions. Girs .	5	5	4
Duplicar com a mètode de resolució: alguns casos interessants	3	6	-
Partir un cub en dos parts iguals. Cub d'aresta meitat. Cub d'àrea meitat.	6	-	5
Altres continguts	3,4,5	1	

Figura 4.4.3. Ítems considerats importants per les alumnes .

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

Les tres persones de la mostra han reconegut la importància d'aquests ítems doncs totes tres han tocat en la prova (figures 4.4.4, 4.4.5 i 4.4.6), quatre dels cinc punts anteriors. En cap cas s'ha plantejat una prova que avaluï la globalitat en dues de les preguntes del tema.

PROVA ESCRITA SOBRE EL TEMA

1. Buscar tres nombres que siguin **potències pures** i que només es puguin descomposar com a **potències de dos**. Aquests nombres, seran parells o senars? Per què (son parells o senars) ?
2. Definir els conceptes : **múltiple** i **divisor**. Possar quatre exemples de nombres que siguin múltiples i divisors de dos.
3. Digueu quines són les propietats de les diagonals d'un rectangle i en què es diferencien amb les diagonals d'un quadrat. Digueu també quina funció realitzen totes en comú .
4. Si els costats d'un quadrat medeixen 3 cm cada un, trobeu la seva diagonal . Nombreu i expliqueu el mètode que heu utilitzat per trobar-la. Quina importància té la seva diagonal alhora de duplicar – lo ?
5. De quantes formes puc partir un triangle equilàter en dues parts iguals de tal manera que si les superposo una a sobre de l'altre coincideixin? Com se'n diu d'aquest fenomen? Puc duplicar el triangle amb aquest mètode?
6. Partiu un cub en dues parts iguals pel seu costat. Calculeu les seves àrees i volums si el costat del cub medeix 4cm . Digueu si l'àrea i el volum de les figures resultants de la partició son la meitat de l'àrea i volum del cub.

Figura 4.4.4. Prova proposada per Núria

MATEMÀTIQUES I

- ① Enuncieu totes les propietats dels nombres naturals que conegueu.
- ② Digueu-ne de què serveix el sistema de posició decimal i de què serveix el sistema de posició hexadecimal.
- ③ Digueu-ne de què serveix el sistema de posició hexadecimal i de què serveix el sistema de posició decimal.
- ④ Digueu-ne de què serveix el sistema de posició hexadecimal i de què serveix el sistema de posició decimal.
- ⑤ Digueu-ne de què serveix el sistema de posició hexadecimal i de què serveix el sistema de posició decimal.

Figura 4.4.5. Prova proposada per Laura

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

Text de la prova proposada per Laura:

1. Escribe todas las expresiones que consigas para representar un número par.
2. Dices si es cierta o falsa esta expresión y razona-lo: Cualquiera potencia de dos siempre es un número par.
3. Descompone estos números en forma de suma de potencias de dos: 11, 16, 300.
4. Explica el concepto de simetría, traslación y haz un dibujo.
5. Encuentra el área de un prisma triangular que resulta de dividir un cubo en dos partes iguales, sabiendo que cada arista del cubo mide 3cm.

EXAMEN

-Doble i meitat-

1. Posa tres exemples de situacions on trobis els conceptes de doble i meitat
2. a) Explica que són els nombres parells i els senars.
b) Reconeix quins donaran un nombre parell i perquè.

1). $n+n$	5). $2n$
2). $n+2$	6). $2n+2$
3). $2n+1$	7). $2n-1$
4). $n \cdot n$	
3. Busca 3 situacions: a) que es resolguin utilitzant potències de 2.
b) on apareguin sèries o col·leccions de nombres que vagin augmentant de 2 en 2.
4. Descomposa els nombres del 20 al 30 en forma de suma de potències *diverses*.
5. Parteix aquestes figures: a) i que els talls siguin simètrics.
b) en dues parts iguals però que els talls siguin simètrics.
*No las talls indica els talls en les figures.

6. Expressa amb una fórmula l'àrea del

a) trapecio
b) triangle
c) rectangle

Figura 4.4.6. Prova proposada per Ester.

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

La persona que ha fet una prova més diversa ha estat Núria, doncs a part de tractar tots aquests punts ha introduït qüestions al voltant de la divisió d'un polígon per la meitat i de la seva duplicació. En la seva proposta, a més, dominen les qüestions de geometria per sobre de les d'aritmètica.

En el cas de Laura i Ester repeteixen continguts en dues de les preguntes, parells i senars o potències de 2, respectivament. Per tant la seva prova no és tant diversa com la de Núria. Laura no tracta cap aspecte de geometria plana relacionada amb les àrees i Ester no tracta aspectes de geometria de l'espai.

Resultat 4.4.4. Des del punt de vista del discurs, es manté un baix nivell en l'ús del coneixent matemàtic. S'identifiquen diferències però no s'elaboren propietats ni es generalitza.

Laura, en aquesta activitat construeix entitats quan es reconeix el fet que la meitat d'un cub pot ser un prisma rectangular. Tanmateix estableix la relació entre la part i el tot pel procés de divisió. En la seva proposta hi ha l'intent de reconèixer lligams entre àrea, volum i equivalència d'una figura, com s'havia treballat a classe.

...troba l'àrea d'un prisma rectangular que resulta de dividir un cub en dos parts iguals...(Laura 13-10-99/3)

Laura, si bé, intenta treballar la relació doble - meitat, la pregunta que proposa no fa èmfasi en la diferència entre la meitat de l'àrea del cub i del mig cub, que imaginem que vol indicar. També identifica gèneres diversos o registres d'expressió quan demana que es considerin diverses notacions simbòliques.

... escriu totes les expressions que coneguis per representar un nombre parell(Laura 13-10-99/3).

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

Ester només identifica diferències en el contingut matemàtic quan explica elements comuns o no comuns

parteix aquestes dues figures en dues parts iguals però que els talls siguin simètrics (Ester 13-10-99/3)

Posa tres exemples on trobis els conceptes de doble i meitat(13-9-99/3)

Parteix aquestes figures a) i que els talls siguin simètrics, b) en dues parts iguals però que els talls siguin simètrics

En canvi Núria arriba a reconèixer la rellevància de certes relacions matemàtiques quan demana quina és la importància de la diagonal d'un quadrat a l'hora de duplicar-lo.

En resum, podem afirmar que l'alumnat no interpreta situacions complexes i incorpora amb preferència les situacions que domina per la seva experiència personal. Es veuen algunes millores pel que fa a l'ús de sistemes representatius. Pel que fa a la prova com a instrument no reflecteix la rellevància de relacions conceptuals estudiades. Els alumnes mostren la pobresa de relacions i connexions matemàtiques, que unit a la manca d'experiències prèvies, no els permet presentar propostes avaluatives engrescadores, sinó clàssiques.

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

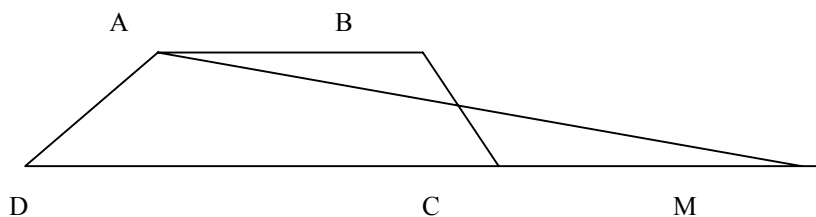
4.5. Activitat 4. L'autoregulació del contingut matemàtic.

En aquesta activitat es pretén esbrinar el grau d'assoliment dels coneixements matemàtics després de finalitzar la segona unitat del programa (Igual i diferent). S'ha escollit el format de qüestionari escrit i s'ha plantejat de manera que els mateixos estudiants poguessin adonar-se dels aspectes on la seva comprensió era insuficient o bé hi havia falta d'aplicabilitat dels conceptes i relacions matemàtiques treballats. El qüestionari, està format per 10 preguntes:

1. Digues, breument, quin és el significat del signe igual en cadascuna de les següents expressions:
a) $17 \times (10 - 3) = 119$; b) $y = 3x$; c) $\frac{3}{4} = 18/24$.
2. Escribeu, usant parèntesi si cal, l'expressió aritmètica que correspon al càlcul mental següent:

$$137 - 85 \qquad \qquad \qquad 85 \rightarrow 100 \rightarrow 137$$

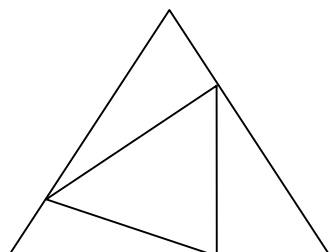
$$\qquad \qquad \qquad +15 \quad +37$$
3. Donats dos nombres naturals (enters positius) **a** i **b**, tots dos diferents de zero, es pot dir amb seguretat quin dels dos nombres **a + b**, **a · b** serà més gran?. Per què?.
4. Al fer una divisió, com ara $534 : 23$, justifica que quan diem “cap a 2” estem fent ús del fet que la divisió és l'operació inversa de la multiplicació.
5. Diferències essencials entre romboide i trapezi
6. De tots els romboïdes de perímetre 30 cm, digues les mides (aproximadament) del que tindrà un àrea més gran.
7. Justifica que el trapezi ABCD i el triangle AMD tenen la mateixa àrea.



8. Amb un full rectangular de 20 cm per 30 cm hi ha dues possibilitats de fer un prisma quadrangular (sense les bases). Totes dues donen prismes d'igual àrea lateral. Què passa amb les àrees totals? I amb els volums
9. Donat un rectangle de 4 x 6 quadres, dividir-lo en 5 o 6 parts **diferents** i expressar cadascuna com una fracció del rectangle total.

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

10. Donat un triangle equilàter, se'n forma un altre unint els punts com es veu en el dibuix (cada costat s'ha dividit prèviament en 3 parts iguals). Donar una justificació de que el triangle obtingut és equilàter. Expressar la seva àrea com a fracció del gran. Donar la mida del costat del nou triangle respecte el costat del triangle inicial..



No està dissenyat com a prova d'avaluació dels coneixements adquirits, per tant la distribució de les preguntes no pretén cobrir la varietat completa de tipus de continguts i nivells (Gimenez i Fortuny, 1993)

Consideracions sobre la Trajectòria hipotètica de l'activitat.

La distribució dels tipus de continguts i nivells de complexitat de la proposta és la següent:

Tipus de contingut	Nivell baix	Nivell mitjà	Nivell alt
Conceptual	Identificació de diferències (5)	Significat d'un objecte matemàtic (1)	Justificació argument. sobre relacions conceptuais (10a)
Algorismes i tècniques instrumentals			Reconèixer una propietat en forma generalitzada (3)
Resolució de problemes		Problema tancat de maximització(6) Problema on cal establir una relació argumentativa no immediata (10b,c)	Problema obert(8)
Llenguatges i representacions		Identificar formes representacionals simbòliques d'una operació (2)	Problema obert on s'haurà de controlar el resultat visualment (9)
Raonament i demostració	Justificació argumentativa d'una relació entre operacions (4)	(3), (8) Justificació argumentativa d'una propietat (7)	

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

Amb això es vol veure com es produeixen les connexions, i quin és el nivell de relacions matemàtiques que estableixen. El fet que apareguin més situacions geomètriques hauria de promoure l'establiment de més relacions. Com es veu en el quadre anterior alguns nivells no s'han cobert ja que s'ha donat prioritat a la descoberta de dificultats en la comprensió i en l'aplicació dels coneixements per tant s'ha proposat principalment tasques de nivells mitjà i alt.

S'ha de destacar que entre les qüestions proposades n'hi ha algunes en les que s'esperaven errors i dubtes, les de tercer nivell de tots els tipus i les de raonament de segon nivell. Algunes es donen per quasi segur que no presentaran dificultats, són les de primer nivell i dues del segon nivell relacionades amb conceptes i un dels problemes que s'havia treballat en part a classe (6).

Anàlisi retrospectiva

A continuació mostrem alguns resultats corresponents a l'alumnat observat :

Resultat 4.5.1. Majoritàriament hi ha dificultats en relacionar conceptes quan es tracta d'argumentar la relació. També dues de les tres persones tenen dificultats en identificar les diferències entre dos polígons. Pel que fa a la identificació dels significats del signe igual que han resolt correctament hi ha més similituds entre elles.

En les preguntes de contingut conceptual hi ha grans diferències entre les tres persones de la mostra. Laura destaca pel seu millor domini matemàtic en els tres nivells de complexitat. Diu les diferències essencials entre dues figures il·lustrant la resposta amb un dibuix de les mateixes on indica simbòlicament els angles iguals que no anomena en la resposta escrita (veure fig. 4.5.1). Distingeix entre els tres

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

significats d'un objecte matemàtic (la igualtat), i raona l'equivalència d'àrees de dues figures geomètriques.

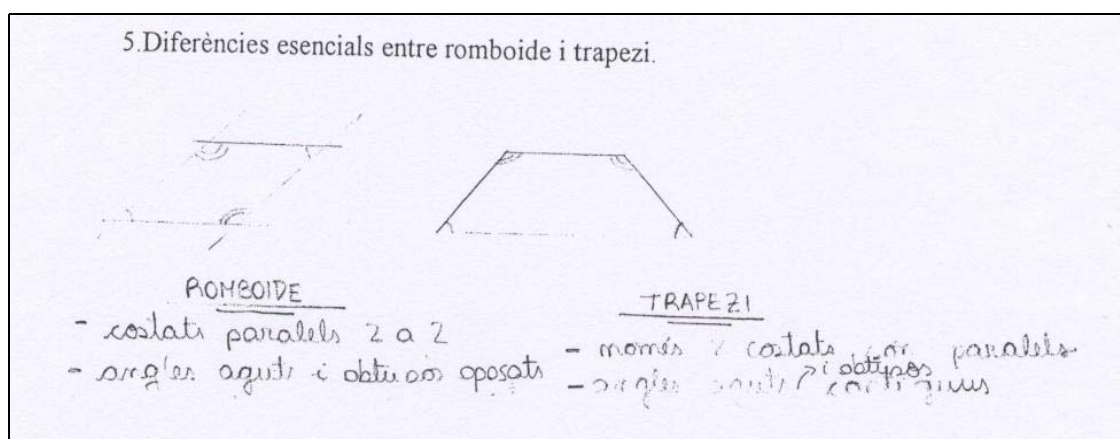


Figura 4.5.1. Laura malgrat dir les diferències no explicita la igualtat o la suplementarietat dels angles.

Ester no completa les diferències en el primer cas, deixant-se angles i/o diagonals, distingeix entre els tres significats d'iguals però on més es diferencia de la Laura és en el tercer nivell on per argumentar (veure fig. 4.5.2) una igualtat pren mides en el gràfic i així justifica una igualtat de triangles.

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

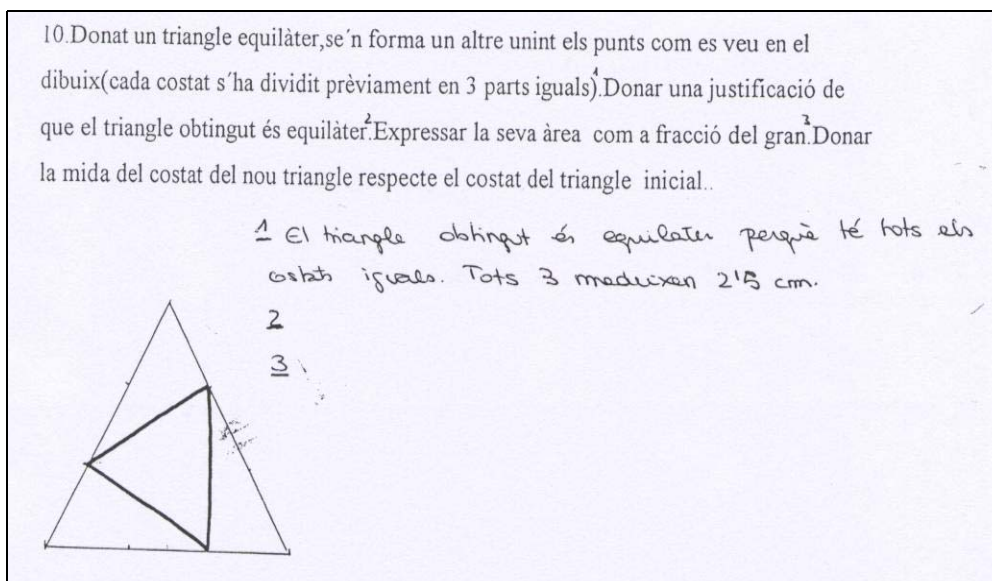


Figura 4.5.2. Ester no es capaç de trobar arguments i recorre a mesurar.

Núria és la que té més dificultats en respondre correctament. Només dona una diferència entre les figures i en l'altra confon simètric amb igual, confon el significat de relació o funció amb el d'identitat i, finalment, no sap argumentar de cap manera la igualtat de les figures (veure fig.4.5.3.).

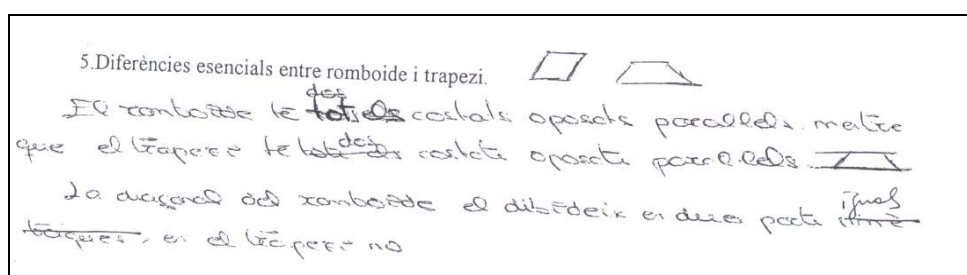


Figura 4.5.3. Núria no ha superat el concepte de simetria, encara el confon amb meitat d'igual forma.

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

Resultat 4.5.2. En la resolució de problemes, es mostren grans diferències entre l'alumnat. En el cas de problemes on cal argumentar no donen raonaments sinó descripcions de les figures i quan es tracta d'un problema obert no tenen en compte tota la informació de que disposen.

Les diferències entre Laura i les altres dues persones són grans també en la resolució de problemes. Laura sap com resoldre els problemes proposats i fa gràfics geomètrics clars i explícits encara que comet errors inesperats com confondre el costat oblic d'un romboide amb la seva altura. En el problema de geometria de l'espai (veure fig. 4.5.4) raona bé però calcula malament una àrea d'una figura senzilla.

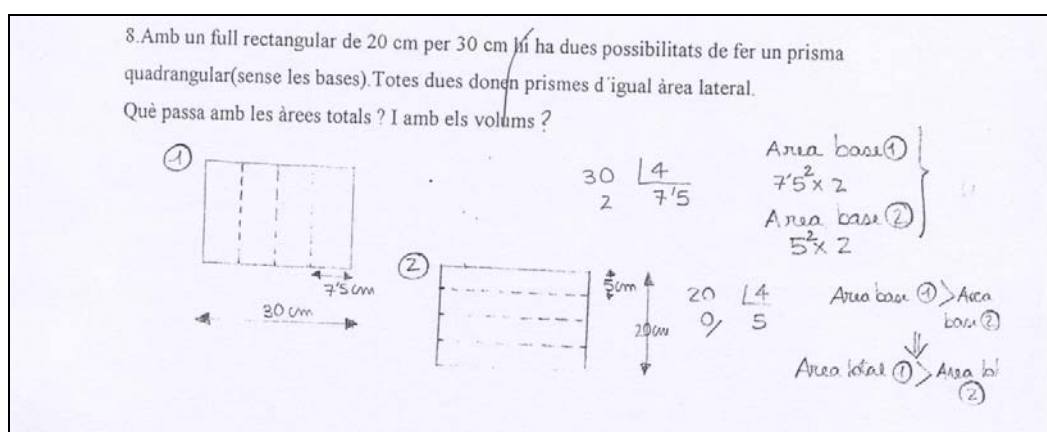


Figura 4.5.4. Laura respon a la pregunta sobre les àrees però no sobre els volums.

Ester no resol els problemes llevat del de geometria de l'espai en el que intenta respondre però no es sap com ho fa i la resposta és al revés del que seria correcte. Cosa semblant passa amb Núria que intenta resoldre però argumenta prenent mides en els dibuixos i confon el costat oblic d'un romboide amb la seva altura (veure fig. 4.5.5). Cap de les dues acaba cap problema.

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

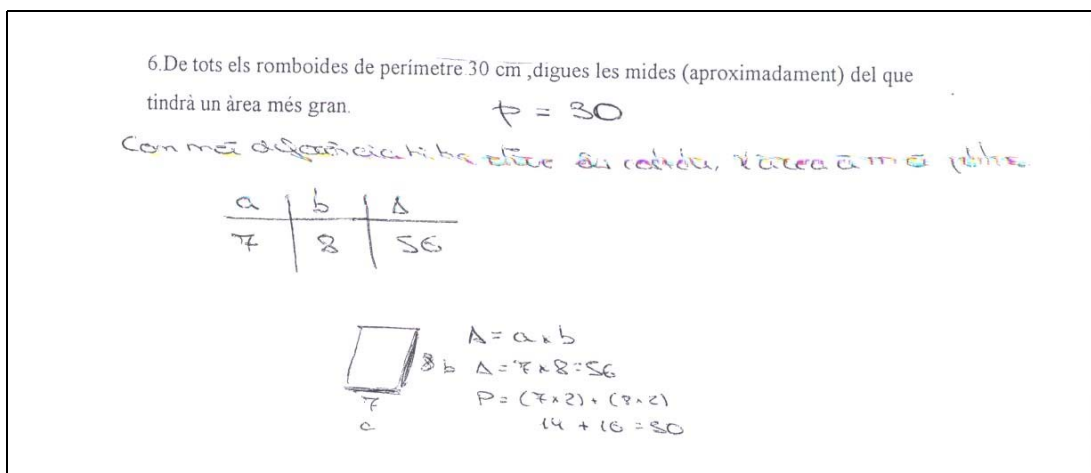


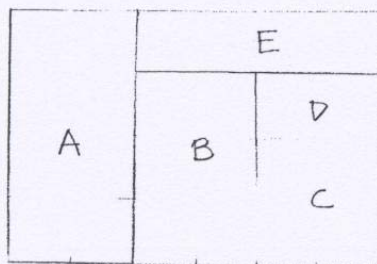
Figura 4.5.5. Núria encerta el raonament inicial però pren el costat oblic al calcular l'àrea.

Resultat 4.5.3. No hi ha domini de les representacions simbòliques lligades a processos de càlcul mental, les gràfiques de les fraccions són millors però s'obvia la comprovació de la validesa del gràfic. Es millor en el cas de les representacions geomètriques lligades a la resolució de problemes.

Els pitjors resultat es donen en les qüestions de representació de conceptes i relacions, on cap de les tres sap representar el fet de comptar de n a m com $m - n$ i només Ester representa gràfica i simbòlicament la divisió d'un rectangle en 5 parts desiguals, Laura ho intenta però no sap resoldre completament la situació i Núria posa $\frac{1}{2}$ en una part que val $\frac{3}{8}$ i repeteix dos cops una fracció, com es veu a continuació.

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

9. Donat un rectangle de 4 x 6 quadres, dividir-lo en 5 o 6 parts diferents i expressar cadascuna com una fracció del rectangle total.



$$C = \frac{1}{6}$$

$$A = \frac{1}{3}$$

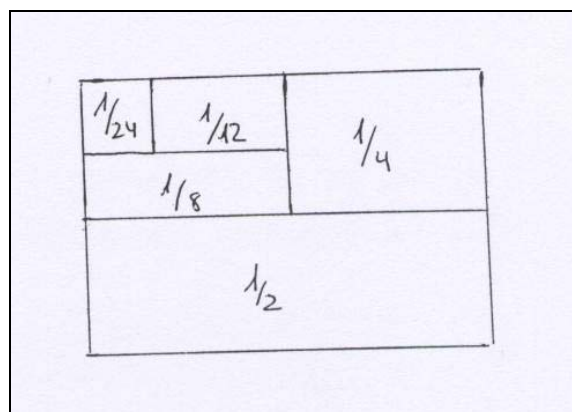
$$D = \frac{1}{12}$$

$$B = \frac{1}{4}$$

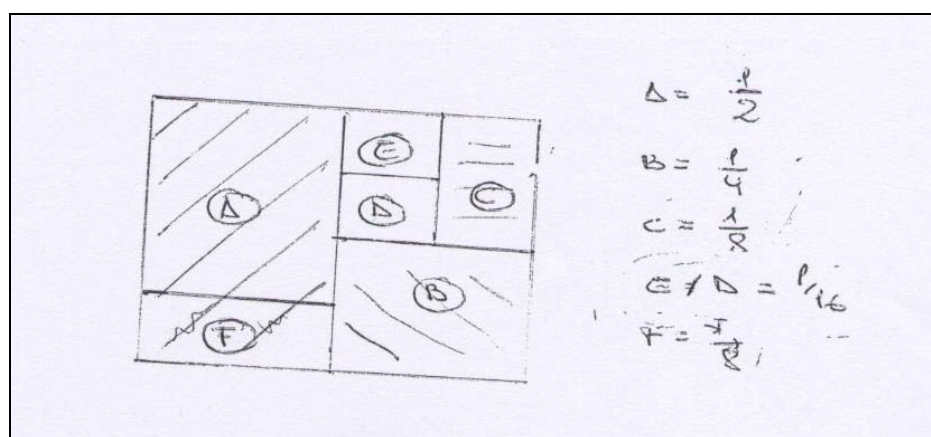
$$E = \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{2+1}{12} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

Laura



Ester



$$A = \frac{1}{2}$$

$$B = \frac{1}{4}$$

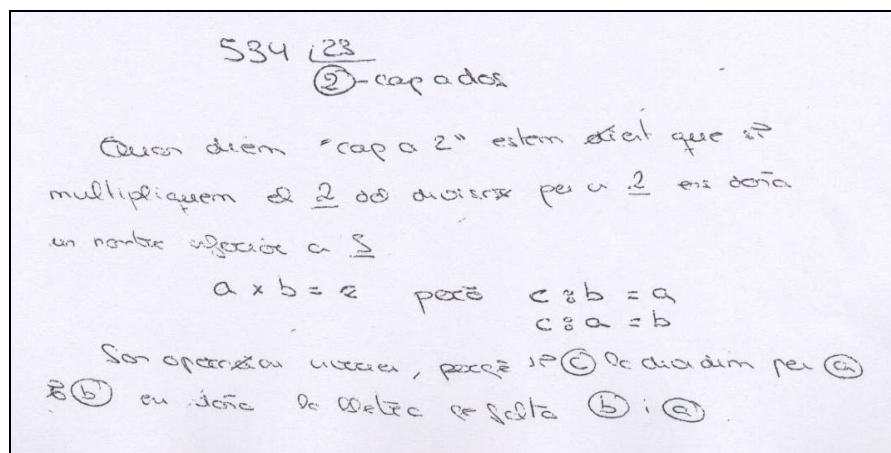
$$C = \frac{1}{8}$$

$$E = D = \frac{1}{16}$$

$$F = \frac{1}{8}$$

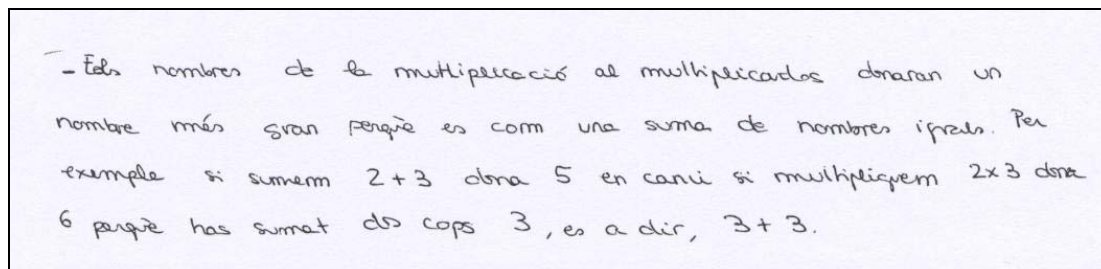
Núria

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------



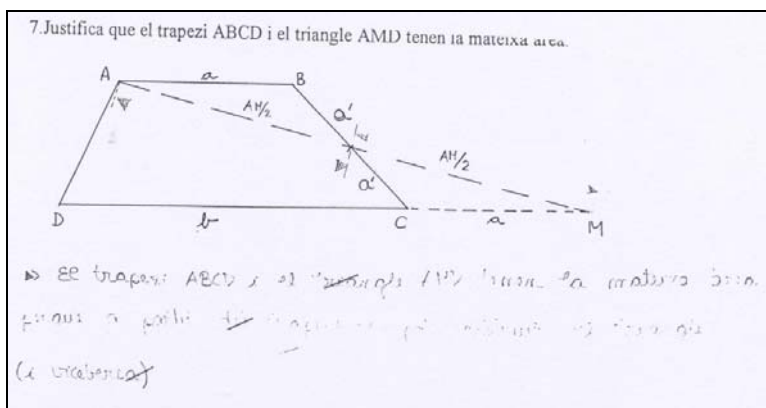
Núria

Ester argumenta correctament al justificar una relació entre operacions (veure fig. 4.5.6), Núria ho fa de manera menys completa i Laura no argumenta només aclareix el significat d'un terme .

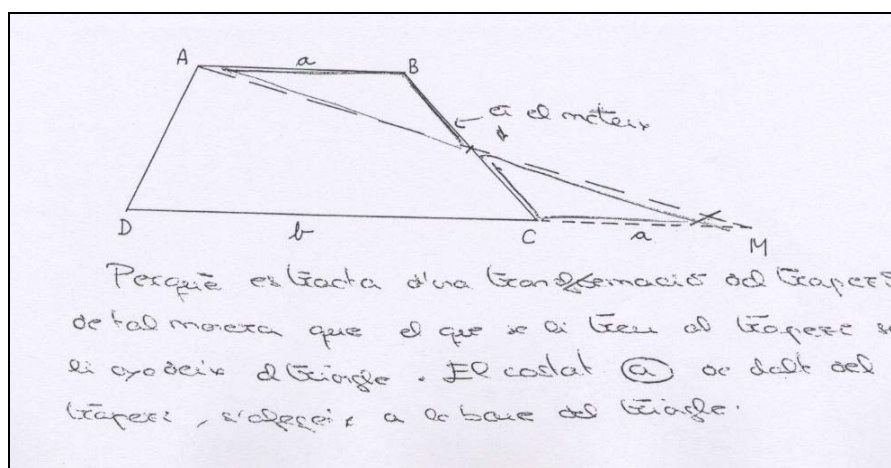
Figura 4.5.6. Resposta d'Ester a la pregunta de qui serà més gran $a+b$ o $a \cdot b$

En el reconeixement d'una propietat donada en forma generalitzada, Laura argumenta i exemplifica, Núria respon correctament però l'argument és fals i sembla que no entén la pregunta i Ester dona una resposta incorrecta i argumenta malament amb exemples no adients:

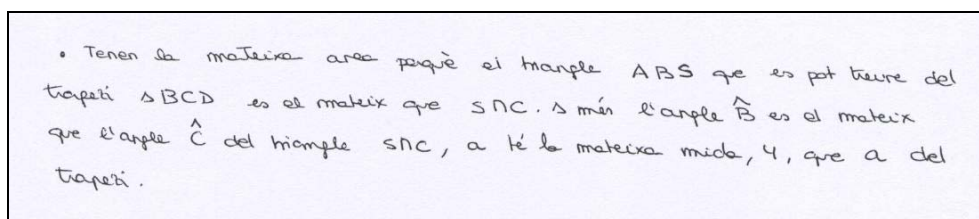
Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------



Laura

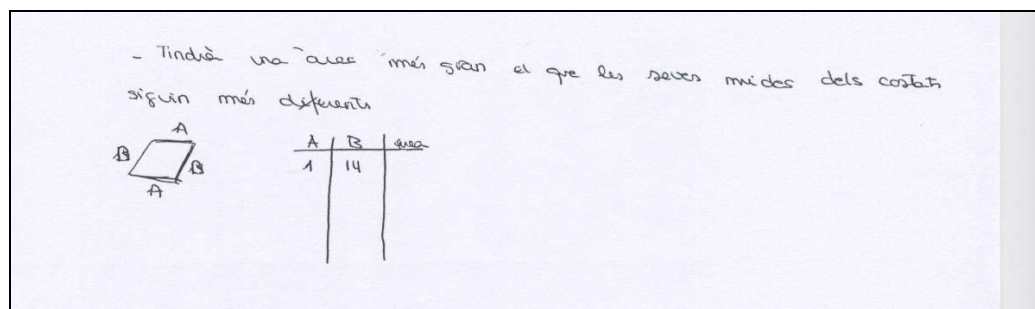


Núria

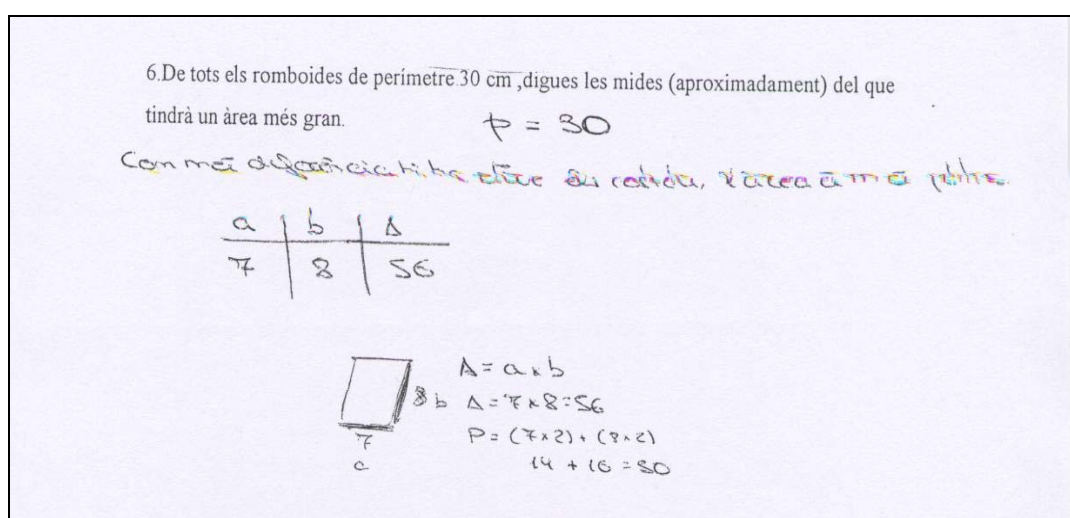


Ester

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------



Ester



Núria

Resultat 4.5.5. Pel que fa al discurs, només una de les estudiants arriba a mostrar diferències i les altres es mantenen en la construcció d'entitats.

Ester construeix entitats quan intenta explicar la relació entre multiplicació i divisió expressant que d'una operació s'obté l'altra i al mateix temps que l'una és l'invers de l'altra..

Quan diem "cap a 2" estem fent ús del fet que la multiplicació es la operació inversa de la divisió per que estem buscant un número que multiplicat per

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

23 doni 53 i aquest numero és el 2,,es a dir, d'aquesta divisió $53:23=2$ podem treure la multiplicació $2 \times 23 = 52$..(Ester 10-99/ 4)

Núria identifica entitats matemàtiques elementals quan explicita el significat del triangle equilàter a partir dels costats i angles, mentres que Laura i Ester les identifiquen quan reconeixen objectes matemàtics i, per exemple *distingeixen tres significats diferents del signe =*

..és equilàter per que els seus costats tenen la mateixa mida i al igual que te els seus costats iguals te els seus angles iguals (Núria 10-99/4)

Núria i Ester mostren elements que relacionen conceptes tractats a classe, i avaluats a la prova en diferents parts del text, per mitjà de considerar les diferències

...la suma i la multiplicació tenen la propietat commutativa...



el romboide te tots dos costats oposats paral·lels, mentre que el trapezi te dos costats oposats paral·lels (Núria 10-99/4)

la diagonal del romboide el divideix en dos parts iguals i en el trapezi no (Núria 11-99/4)

tenen la mateixa àrea per que el triangle ABS que es pot treure del trapezi ABCD es el mateix que SMC...(Ester10-99/4).

El romboide te tots els costats paral·lels i el trapezi només dos(Ester 10-99/4)

i també en algun cas, es mostraven les diferències per a justificar una equivalència d'àrees

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

Es tracta d'una transformació del trapezi de tal manera que el que se li treu al trapezi se li afegeix al triangle, el costat de dalt del trapezi s'afegeix a la base del triangle (Núria 11-99/4)

Laura va més enllà, ja que explica diferències quan valora significats diferents i Ester identifica gèneres diversos quan usa notacions simbòliques.

no es pot dir, per que només que un del dos nombres sigui l'1 això implicaria que la suma doni un nombre mes gran que la multiplicació (Laura 10-99/4).

el triangle ABS que es pot treure del trapezi ABCD.... (Ester 10-99/4).

4.6. Activitat 5. Sobre el valor professional del coneixement matemàtic i didàctic.

En aquesta activitat es vol obtenir informació sobre l'ús del coneixement matemàtic especialment pel que fa a l'elaboració i reconeixement de propietats, l'ús de diversos registres d'expressió i veure si es relacionen explícitament formes de coneixement matemàtic. També, des del punt de vista didàctic, es vol saber si hi ha hagut millora en els aspectes relacionats amb el disseny d'una prova d'avaluació, es vol veure el tipus i nivell de les qüestions proposades, el format de la prova i els comentaris per a l'avaluació amb la consideració de prioritats dels coneixements.

Consideracions sobre la Trajectòria hipotètica de l'activitat.

S'escull un element procedimental, es tracta de que facin una proposta de prova sobre un dels temes tractats (Dependència). La proposta està feta amb una sèrie de condicions:

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

- a) Cal explicitar els coneixements que es volen avaluar, precisant-los tan com sigui possible.
- b) S'ha d'incloure les solucions detallades a cadascuna de les qüestions o problemes que es proposin.
- c) S'ha de fer una valoració de les respostes possibles especificant, en cada pregunta allò que es considera essencial i si es tindrà en compte respostes incompletes o alternatives.
- d) La prova s'ha de poder fer en 1 hora o 1 ½ hores, no s'ha d'avaluar el global del tema només alguns dels continguts que es considerin rellevants.

Anàlisi retrospectiva

A continuació mostrem alguns resultats corresponents a l'alumnat observat inicialment.

Resultat 4.6.1. Malgrat les diferències personals el procés de treball fa possible reconèixer la incorporació de complexitat de propostes i en dos casos apareixen les de tercer nivell i una de les persones presenta una prova complexa i amb diversitat de tipus i nivells. Les activitats pertanyen a diversos tipus de continguts lligades principalment a llenguatges, resolució de problemes i a tècniques instrumentals.

Ester només proposa continguts de problemes i de llenguatges i representació. Núria presenta una prova més diversa pel que fa al tipus de continguts, els toca tots llevat de raonament i demostració, però es limita als dos primers nivells. Vol valorar conceptes però d'una manera superficial, Laura presenta la major diversitat de tipus de continguts i de nivells de complexitat ja que toca tots els tipus i els tres nivells i inclou 11 de les 15 possibilitats de la classificació.

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

Els tipus de continguts de les proves presentades per l'alumnat, segons la classificació de Gimenez i Fortuny (1993), són ben diferents entre les tres persones analitzades:

1. CRITERIS

Els coneixements a avaluar són les funcions.

Es vol saber si saben reconèixer que una magnitud està relacionada amb una altra quan en depèn. Es vol comprovar si saben representar gràficament i expressar la dependència que es descriu en un problema. També es vol comprovar que saben que l'àrea d'un quadrat depèn de la longitud del costat.

2. PREGUNTES (PROVA):

2.1. Un ramader vol tancar un tros rectangular d'un prat de la seva propietat i disposa de 80 metres de filferro.

2.1.1. De què depèn l'àrea del terreny? Posa dos exemples de com pot tancar la seva propietat amb 80 metres de filferro amb àrees diferents.

2.1.2. Si considerem x la longitud d'un dels costats del rectangle, quan farà l'altre costat? Per tant, expressa la funció de l'àrea.

2.1.3. Digues l'interval de la funció.

2.2. Fixat en la dependència, $A = X^2 + 40X$ A (és l'àrea) X (és la longitud d'un costat)

2.2.1. Quina serà l'àrea del terreny tancat si el costat X fa 8'5 metres?

2.2.2. Si l'àrea és $A = 351 \text{ m}^2$, quina serà la longitud del costat X ?

2.2.3. Si ens diuen que l'àrea del terreny és més gran que 375 m^2 , que podem dir de la longitud del costat X ? Fes la gràfica.

2.2.4. Per a quin valor de X serà màxima l'àrea?

Figura 4.6.1. Prova proposada per Ester.

Ester (veure fig. 4.6.1.) indica que vol comprovar si saben representar i expressar dependències i controla un cas particular de relació com a dependència. Mentre que Núria (veure fig. 4.6.2.) considera com a clau la diferència entre tipus de relacions i fa èmfasi en la regla de tres i la proporcionalitat. Laura (veure fig. 4.6.3.) fa una construcció més completa introduint elements conceptuals diferents, representacions diferents i tipus de funcions diferents.

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

1. Coneixements a avaluar : Proporcionalitat directa

Es pretén saber si es reconeix que dues variables/magnituds són directament proporcionals. Es preté que diferenciïn la proporcionalitat directa de la inversa. Veure que la regla de tres engloba tots aquells problemes en què hi ha dues quantitats que corresponen a dues magnituds que poden ser directa o inversament proporcionals i segons això la regla de tres serà directa o inversa.

2. Prova

2.1. 1 kg de pomes costa 99 pts, quan costaran 3 Kg ? Són directament proporcionals aquestes variables ? Serveix-te d'una tabla per exemplificar la teva resposta.

2.2. Digues si les següents magnituds mantenen una relació directa o inversament proporcional :

- el pes d'un pollastre i el seu import
- el nombre de treballadors en una obra i el temps que triguen en fer la feina.
- La velocitat d'un vehicle i el temps que passa al recórrer un camí
- La velocitat d'un vehicle i el camí que recor.

2.3. Aplica la regla de tres en la resolució d'aquest problema relacionat amb una de les dues últimes oracions de l'exercici anterior. Digues quin tipus de proporcionalitat hi ha:

- Un automòvil que circula a 50 km/h triga 5 hores en arribar al seu destí. Ouan hauria trigat si hagués anat a 100 km/h ?

Figura 4.6.2. Prova proposada per Núria.

I. Criterios a evaluar

Entender y aplicar con soltura el concepto de dependencia y sus formas de expresión en forma de funciones y de tabla de valores.
 Reconocer los elementos que constituyen una dependencia (las variables, la constante de proporcionalidad...)
 Encontrar las relaciones matemáticas entre las variables, y poder establecer la fórmula de una función.

II. Ejercicios

Un paleta hace en 2 horas 3 metros de pared.

¿Qué magnitud es la variable independiente? ¿Y la independiente?

Complete la tabla siguiente:

Tiempo (h)	1	2		4	5
Longitud (m)		3	4,5		

Haz una gráfica.

¿Se trata de una función continua? ¿Por qué?

¿Cuánto vale la constante de proporcionalidad?

Escribe la fórmula de la función.

La gráfica de la siguiente función representa el coste de una llamada telefónica desde una cabina según su duración. Cuando empieza la comunicación caen las primeras monedas; y cuando se cumple el minuto 3 el aparato se traga más.

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

a) Identifica la variable independiente y la dependiente.
 b) ¿Es una función la relación entre estas variables?
 c) ¿Cuánto vale una llamada de 8 minutos?, ¿y una de 7?, ¿y una de 2?
 d) Si sólo dispongo de 75 pesetas para llamar, ¿durante cuánto tiempo podré hablar?
 e) ¿Es posible que pueda gastarme exactamente 50 pesetas?
 f) ¿Por qué crees que hay trozos de la gráfica que no están unidos?, ¿los podemos unir?

© Los alumnos de un centro formularon la siguiente pregunta: ¿debe influir el nombre de hermanos en la nota de matemáticas?

a) Expresa tu opinión sobre la pregunta. En el caso de haber relación, indica que considerarías como causa (variable independiente) y como efecto (variable dependiente) y de que tipo sería la relación.
 b) Estos alumnos para hacer un estudio recogieron las calificaciones y el número de hermanos de 12 alumnos de su clase al azar. Los datos fueron los siguientes:

Calificación	2,5	2,5	3	4	5	5,25	5,5	5,5	5,75	6	7	9
Número de hermanos	4	1	2	7	3	3	3	4	3	2	4	2

Dibuja la nube de puntos de esta distribución bidimensional, sobre unos ejes cartesianos.
 c) Une mediante una recta el mayor número de puntos posibles de la gráfica que has dibujado y di cuál crees que es la función que representa la recta que acabas de formar.
 d) ¿Para una alumna que tiene 5 hermanos, cuál crees que sería la calificación que podríamos esperar?
 e) Calcula la calificación que debería sacar cada uno de los 12 alumnos en cuestión.

Figura 4.6.3. Prova proposada per Laura.

Ester només proposa continguts de problemes i de llenguatges i representació. En el cas de problemes en proposa del tres nivells (exercicis 2.2.1, 2.2.2 / problema tancat 2.2.4. / problema obert 2.1.1.) i en el cas de llenguatges en proposa del primer i segon nivells (representació simbòlica 2.1.2. / interpretació de representacions 2.1.3., 2.2.3.).

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

Tipus de continguts	Nivell baix	Nivell mitjà	Nivell alt
Conceptes i estructures conceptuais			
	1 / 3	2a / 2b	
Algorismes i tècniques instrumentals			
		4	
Resolució de problemes	2.2.1 2.2.2	2.2.4	2.1.1
Llenguatges i representacions	2.1.2	2.1.3 2.2.3	
	5 / 6		
Raonament i demostració			

Figura 4.6.4. Distribució activitats de la prova d'Ester. Inclouent la distribució de la prova de l'activitat 3

Núria presenta una prova més diversa pel que fa al tipus de continguts, els toca tots llevat de raonament i demostració, però es limita als dos primers nivells, especialment al primer. Avalua continguts conceptuals de primer nivell (anomenar conceptes 2.3.b) i de segon nivell (identificar conceptes 2.1.b, 2.2), algorismes de segon nivell (aplicar algorisme de càlcul 2.3.a), problemes de primer nivell (exercicis 2.1.a, 2.3.c) i llenguatges de primer nivell (fer una taula 2.1.c):

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

Tipus de continguts	Nivell baix	Nivell mitjà	Nivell alt
Conceptes i estructures conceptuais	2.3.b	2.1.b 2.2	
	1 / 2	1 / 3 / 5	
Algorismes i tècniques instrumentals		2.3.a	
		4	
Resolució de problemes	2.1.a 2.3.c		
		6	5
Llenguatges i representacions	2.1.c		
		4	
Raonament i demostració			

Figura 4.6.5. Distribució activitats de la prova de Núria. Inclouent la distribució de la prova de l'activitat 3

Laura presenta la major diversitat de tipus de continguts i de nivells de complexitat ja que toca tots els tipus i els tres nivells i inclou 11 de les 15 possibilitats de la classificació. Proposa qüestions conceptuals de primer nivell (anomenar conceptes 1 a, 2 a), de segon nivell (identificar conceptes 1d,2b,3 a);

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

d'algorismes i tècniques instrumentals dels tres nivells (seguir instruccions 1b, aplicar algorismes de càlcul 1e, 3e, dissenyar mètode de càlcul 3c) ; proposa problemes de primer nivell (exercicis 2c, 2d, 3b) i de segon nivell (problema tancat 2e); en llenguatges i representació trobem els tres nivells (construcció 1c, 1f, interpretació 2c, pensament qualitatiu 3c, 3d) i en raonament només trobem el primer nivell (inferència directa 2f):

Tipus de continguts	Nivell baix	Nivell mitjà	Nivell alt
Conceptes i estructures conceptuais	1a 2a	1d 2b 3a	
		4	
Algorismes i tècniques instrumentals	1b	1e 3e	3c
		3	
Resolució de problemes	2c,d 3	2e	
	5		
Llenguatges i representacions	1c,f	2c	3c,d
	1 / 4		
Raonament demostració	2f		
	2		

Figura 4.6.6. Distribució activitats de la prova de Laura Incloent la distribució de la prova de l'activitat 3

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

El nivell global de les proves proposades es doncs ben divers, Núria proposa una prova simple pel que fa a la dificultat independentment de l'aspecte triat, la proporcionalitat directa, que tracta sobretot a nivell conceptual. Vol valorar conceptes però es queda amb una visió poc integradora del treball realitzat. Comparant-la amb l'anterior prova que dissenyada per ella, les propostes d'activitats són de menor nivell de complexitat però sembla que pretén ser molt concreta i precisa en l'avaluació de la idea de proporcionalitat directa i es vol centrar en això.

Ester planteja un tema diferent, una funció quadràtica concreta, la que relaciona el costat d'un quadrat i la seva àrea. Resulta més complexa que la de Núria per l'ús del llenguatge simbòlic que fa i per plantejar més qüestions de segon i tercer nivell que ella. Valora aspectes més operacionals que conceptuals a diferència de la primera prova més centrada en conceptes carregant només en problemes i llenguatges. Sembla que valora l'aspecte representacional i algorítmic del tema per sobre de la conceptualització. El temps per realitzar-la seria suficient.

Laura planteja una prova més llarga i complexa que les altres dues persones. El nivell dels llenguatges i tècniques matemàtiques és molt més elevat, fins i tot, sense anomenar-ho demana una recta de regressió. Aquesta proposta de prova és molt més cohesionada que l'anterior, sembla que domina el tema i es capaç de fer preguntes molt més complexes sobre el mateix. En aquest cas el temps per resoldre-la podria no ser suficient (segons les condicions inicials de l'encàrrec).

Resultat 4.6.2. Pel que fa al discurs desenvolupat es valoren significats i es constaten moltes més reflexions que en activitats anteriors per part de tothom. Sembla que el tema de dependència fa que es relacioni més elements de contingut. Així mateix s'estableixen connexions no sols des de la perspectiva del contingut matemàtic sinó també per incloure elements

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

estratègic-didàctics i s'identifiquen elements de negociació que havien aparegut poc anteriorment.

Pel que fa a l'ús del coneixement matemàtic, Núria identifica identitats matemàtiques ja que explica un significat d'un concepte

segons això la regla de tres serà directa o inversa (Núria 01-00/5)

Les magnituds són directament proporcionals ja que si multipliquem un nombre de la primera columna per 2,3,...el seu corresponent a la segona columna de la taula també quedarà multiplicat per tal nombre (01-00/5)

Tant Núria com Laura construeixen entitats quan estableixen incusions i classificacions

veure que la regla de tres engloba tots aquells problemes en que hi ha dues quantitats que corresponen a dues magnituds que poden ser directament o inversament proporcionals...(Núria 01-00/5)

o quan busquen exemples adients com Laura que proposa una situació del cost d'una trucada telefònica o bé l'estudi d'una possible dependència entre número de germans i nota d'examen.

Núria i Laura reconeixen diferències quan expliquen elements comuns o no comuns

el fet que augmenti una significa la reducció de l'altra (si una es redueix a la tercera part, l'altra queda multiplicada pel triple). (Núria 01-00/5)

es essencial que vegin que l'automòbil al circular a més velocitat triga menys temps -si la velocitat ha estat multiplicada per dos, el temps ha estat dividit per dos (Núria 01-00/5)

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

el alumno sepa interpretar una gráfica de una función correctamente por muy distinta que sea en su forma de las funciones para ellos mas comunes(Laura01-00/5).

Laura també ho fa quan representa de maneres diverses

es imprescindible que se comprenda que una tabla de valores puede ser representada mediante una función(01-00/5).

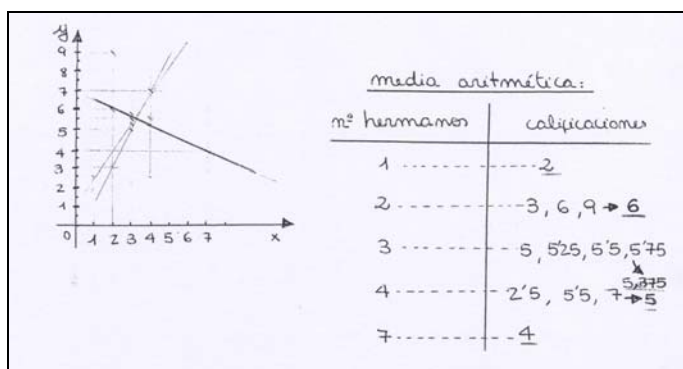


Figura 4.6.7.Representacions diverses de Laura.

I quan valora significats diferents

es importante hacer un estudio de la dependència entre casos que realmente puedan mantener una dependència(Laura 01-00/5)

por otro lado considero que esta dependència es mas bien estadística (Laura 01-00/5).

Tant Núria com Laura contrasten observacions

Es pretén saber si es reconeix que dues variables/magnituds són directament proporcionals, es perdé que diferenciïn la proporcionalitat directa de la inversa(Núria 01-00/5)

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

Hay trozos de la gráfica que no están unidos ya que cada tres minutos el precio aumenta necesariamente 15 pesetas. (Laura 01-00/5).

Ester reconeix propietats quan fa generalitzacions

es vol comprovar que saben que l'àrea d'un quadrat depen de la longitud del costat (Ester 01-00/5)

es important ..l'àrea no es costat per costat sinó base per altura (Ester 01-00/5)

o bé quan usa metàfores

la gràfica pot ajudar a deduir.. (Ester 01-00/5).

Ester identifica gèneres diversos quan usa notacions simbòliques per descriure funcions posant la fórmula i la gràfica, també quan remarca

fixa't en la dependència $A = -x^2 + 40x$ A és l'àrea, x és la longitud d'un costat. (01-00/5).

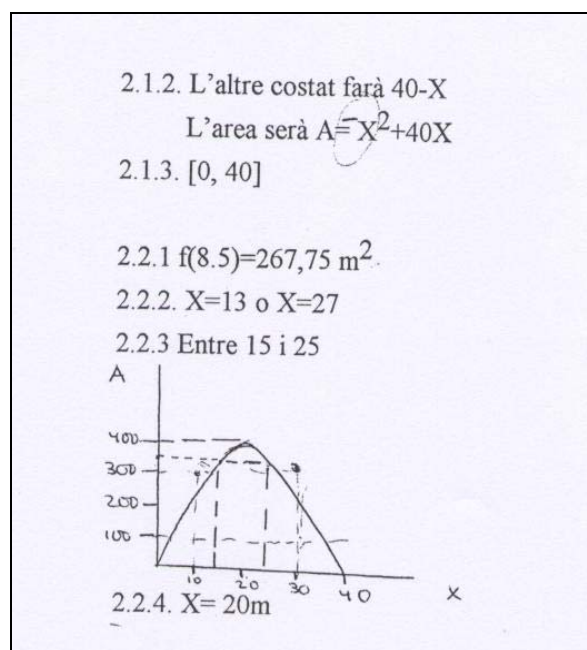


Figura 4.6.8. Ester usa notacions simbòliques.

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

També relaciona explícitament formes de coneixement matemàtic quan explicita la utilitat d'un canvi de representació

es vol comprovar si saben representar gràficament i expressar la dependència que es descriu en un problema(Ester 01-00/5).

o també quan explica estratègies

la gràfica pot ajudar a deduir que per que A estigui per sobre de 375 cal que estigui comprés entre 15 i 25.(Ester 01-00/5).

Respecte del coneixement interpretatiu estratègic, Laura te en compte el fet de tractar nocions matemàtiques quan usa esquemes relacionals dels continguts dins de les matemàtiques:

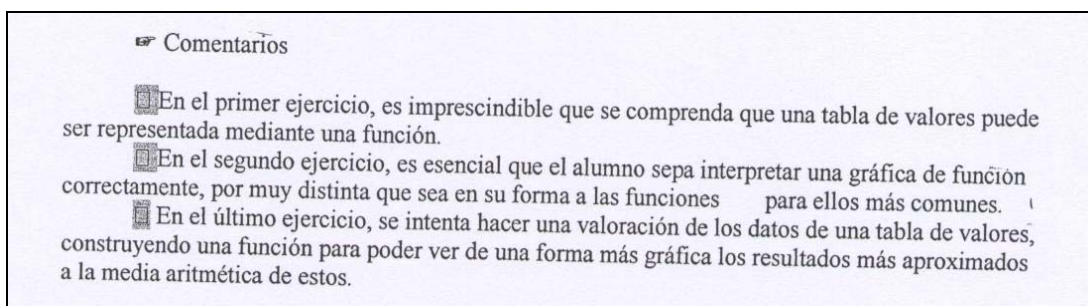


Figura 4.6.9. Laura usa esquemes relacionals.

Ester, en canvi ho fa identificant processos significatius

es vol saber si saben reconèixer que una magnitud està relacionada amb una altra quan en depèn.. representar gràficament ..i expressar la dependència que es descriu(Ester 01-00/5).

També identifica elements del disseny d'aprenentatge quan planifica tots els aspectes de l'avaluació d'una manera clara i progressiva

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

Es important que siguin conscients que l'àrea del terreny tancat dependrà de la forma del rectangle, malgrat que el perímetre sigui 80m, com que hi ha diverses possibilitats d'exemples és essencial que s'adonin que l'àrea depèn de la forma...(Ester 01-00/5).

Totes tres consideren els elements propis del currículum quan reconeixen finalitat i objectius d'activitats

es pretén saber si es reconeix que dues variables. magnituds són directament proporcionals..(Núria 01-00/5)

els coneixements a avaluar son les funcions(Ester 01-00/5).

quan fa al·lusions implícites al contingut

veure que la regla de tres engloba tots aquells problemes.....(Núria 01-00/5)

o quan mostra coherència entre activitat i contingut

es essencial que vegin que l'automòbil al circular.....es la mateixa proporció però amb la operació inversa (Núria 01-00/5)

a l'identificarà elements claus en la seqüència del contingut

reconèixer que una magnitud està relacionada amb una altra...representar gràficament.. expressar..(Ester 01-00/5).

encontrar las relaciones matemáticas entre las variables y poder establecer la fórmula de una función(Laura 01-00/5).

I també establint relacions instructives associades a diverses facetes del concepte

si ens diuen que l'àrea del terreny és més gran que 375 m², que podem dir de la longitud del costat x? Fes la gràfica.(Ester 01-00/5)

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

A més de tot l'anterior Ester reconeix els elements funcionals de tasques educatives i estils instructius diversos quan utilitza situacions obertes

posa dos exemples de cómo pot tancar la seva propietat amb 80 metres de filferro amb àrees diferents.(Ester 01-00/5).

Ester identifica elements que articulen la negociació de significats quan atribueix intencions negociadores a l'activitat

quan farà l'altre costat? Per tant expressa la funció de l'àrea.(Ester 01-00/5).

Ester també té en compte les relacions professor-alumne quan explicita el progrés que vol que faci l'alumnat

*es vol saber si saben reconèixer que una magnitud està relacionada...representar gràficament...expressar...(Ester 01-00/5).
és important que siguin que s'adonin que l'àrea depèn de la forma i no del perímetre(01-00/5).*

És important considerar que Laura ha realitzat preguntes molt assenyades basades en la funció graonada que no s'acostuma a utilitzar. El que sorprèn es que no faci esment del valor que això té i el seu interès.

Laura ,per tant , es mostra amb una seguretat matemàtica basada en la presentació de situacions però no formula arguments del valor corresponent. Com si fos que "sap el que cal fer" però no el valor epistemològic corresponent.

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

4.7. Activitat 6. L'alumnat i les connexions. Anàlisi d'una activitat d'avaluació interna

L'objectiu de l'anàlisi d'aquesta activitat és obtenir informació del grau d'assoliment dels coneixements matemàtics després del treball realitzat en la primera assignatura del curs. Interessa especialment comprovar la capacitat d'aplicar el coneixement matemàtic a la resolució de problemes i a l'argumentació; també l'estat de la conceptualització d'alguns ítems fonamentals. També es vol analitzar el grau de comprensió i valor que es dona al coneixement didàctic treballat.

Es tracta d'una activitat en format de prova proposada als alumnes al final del primer quadrimestre per avaluar l'assignatura Didàctica de les Matemàtiques I. L'activitat té dues parts, una que es refereix a continguts matemàtics tractats en els temes **Doble i meitat i Igual i diferent**, i l'altra de continguts didàctics tractats d'una manera específica en els temes **Recursos i contextos i Actuació professional**, però que havien estat exemplificats en els temes matemàtics de manera transversal (veure capítol 3, apartat 3.4).

La part de la prova corresponent al contingut matemàtic (de la que hi havia dos models) és la següent :

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

1. De nombres parells n'hi ha de dues classes:

Els que són suma de dos nombres parells iguals, per exemple 36, 24, 28, ...

Els que són suma de dos imparells iguals, per exemple 34, 38, 10, ...

Dels nombres del grup a en direm **doblement parells** o múltiples de 4, dels del grup b en direm parells **simples**.

Observa el que es pot fer amb els nombres del grup b :

$$34 = 17 + 17 = 8 + 9 + 8 + 9 = 8 + 8 + 9 + 9 = 7 + 8 + 9 + 10$$

$$38 = 19 + 19 = 9 + 10 + 9 + 10 = 8 + 9 + 10 + 11$$

a) Escriu 6 parells simples de 3 xifres i descompon-los en suma de 4 nombres consecutius .

b) Redacta una regla general per fer-ho i justifica-la.

2. En una bossa hi ha 5 boles amb un número cadascuna: 1, 2, 3, 5 i 7. Es juga de la manera següent.

El jugador A treu dues boles i multiplica els nombres; si surt senar guanya un punt. L'altre jugador B fa el mateix i guanya un punt si li surt parell.

Després d'unes 50 tirades, a) Quina quantitat aproximada de punts tindrà cada jugador?. b) Raona la resposta.

3. a) Representar les següents fraccions en un polígon: $1/6$, $2/3$, $1/42$, $1/21$.

b) Quina és la fracció que falta per completar el polígon?. Expressa-la simplificada.

c) Donar la relació que hi ha entre les parelles de fraccions següents:

$1/6$ i $2/3$; $1/42$ i $1/21$; $2/3$ i la fracció de l'apartat a).

d) Expressar com a suma o diferència de les parts:

$1/6$; $1/2$; la fracció de l'apartat a).

4. Un quadrilàter té dos costats iguals de longitud 5 cm i que formen un angle de 70° , els altres dos costats també són iguals i de longitud 8 cm i formen un angle de 45° . Calcular els dos angles restants i justificar la resposta.

5. Dibuixar a mida real, un trapezi de 42 cm^2 d'àrea. Transformar-lo gràficament en un triangle que no tingui cap eix de simetria.

6. Escriu, en cada cas indicat per un numeret, quina propietat i de quina operació s'està aplicant:

$$a) \quad 34 = 2 \cdot 17 = 2 \cdot (8 + 9) = 2 \cdot (8 + 7 + 2) = 2 \cdot 8 + 2 \cdot 7 + 2 \cdot 2 = 8 + 8 + 7 + 7 + 2 + 2.$$

(1) (2) (3)

$$b) \quad 2 \cdot 32 \cdot 9,5 = 64 \cdot 9,5 = 32 \cdot 19 = 19 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 38 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2.$$

(4) (5) (6)

7. Posar el significat del signe = en cada expressió matemàtica:

a) $(18 + 12) \cdot 25 = 25 \cdot (18 + 12)$

b) $159 + 37 - 22 = 174$

c) $1 \text{ h } 18 \text{ min} = 78 \text{ min}$

d) $180 : 6 = 360 : 12$

e) $5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^3$

f) $\frac{3}{4} = 6/8$

Figura 4.7.1. Prova model B

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

Els continguts inclosos en la prova es corresponen amb alguns dels més rellevants de l'assignatura, inclouen: aplicacions del concepte de parell a situacions de divisibilitat, potències de 2, combinatòria i descomposicions de nombres en suma de consecutius; representació i establiment de relacions entre fraccions; caracterització de quadrilàters; construcció de quadrilàters d'una àrea determinada i transformació posterior en triangles equivalents; reconeixement de propietats de les operacions i reconeixement de significats del signe igual.

En alguns casos es vol veure fins a quin punt comprenen els conceptes de manera que possibiliti l'ús dels mateixos per resoldre situacions més complexes. Per exemple:

En la pregunta 1 cal entendre que un múltiple de 2 no té per que ser-ho de 4 i com això implica que serà suma de dos imparells, cal saber també que un imparell és suma de consecutius i com això justifica la regla per descompondre un nombre parell en suma de consecutius. En un altre cas el coneixement de diverses definicions de nombre parell han de servir per definir correctament un nombre múltiple de tres o d'un nombre no múltiple de tres. En les preguntes de geometria es necessari saber les implicacions de determinades propietats dels polígons pel que fa a la seva forma i unicitat, també cal saber construir un quadrilàter d'una àrea determinada i usar mètodes de transformació de polígons mantenint l'àrea. Pel que fa a les propietats de les operacions aritmètiques i els significats del signe igual la demanda es centra en el reconeixement més que en l'aplicació.

Consideracions sobre la Trajectòria hipotètica de l'activitat.

Pel que fa al tipus i complexitat d'activitats proposades en la prova seguint la classificació de (Giménez i Fortuny, 1993) tenim una distribució que toca totes les tipologies de contingut i els tres nivells de complexitat, encara que no cobreix totes quinze opcions. Per les dues opcions de prova tenim la distribució següent:

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

Conceptes i estructures	1a	6a,b 7	1c
Algorismes i tècniques	1b 3d	2b 3b	3c 5b
Problemes		4	2a
Llenguatge i representacions	3a 5a		
Raonament i demostració	4	1d 2b	

Prova B

Conceptes i estructures		1a,b 6a,b 7	2b,c
Algorismes i tècniques	3d	3b	3c 5b
Problemes		4	
Llenguatge i representacions	2a,c 3a 5a		
Raonament i demostració	1b 2d	4	

Prova A

Figura 4.7.2. Distribució dels ítems de les proves segons tipus i grau de complexitat.

La part corresponent al contingut didàctic té un caràcter aplicat: es donen dues activitats extretes de llibres de text de Primària i es demana analitzar els contextos de les mateixes, proposar-ne d'altres adients als continguts que tracten i a les edats, es demana la proposta de recursos gràfics o materials per facilitar la comprensió dels alumnes que es podrien usar en els casos concrets i valorar el tipus d'enfocament didàctic que impliquen les activitats del text.

En els cas dels contextos es volia determinar si els analitzaven en relació a que es tractés de situacions comprensibles i properes als alumnes de Primària i també, en menor mesura en aquest moment de la assignatura, si eren adients als continguts que es proposava treballar. En el cas dels significats es volia veure si s'acceptaven els que proposava l'activitat per que es consideraven adients al nivell dels alumnes i al context i en el cas de les representacions, a part de veure les que coneixien, es volia conèixer el valor que se'ls hi donava.

Mostrem, a continuació els dos models proposats per aquesta part didàctica:

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

4 Dividend de 3 xifres *4rt V-V*

Aquests tres esquiroles es preparen per a l'hivern. Han recollit 423 pinyes i se les volen repartir en parts iguals.

$$\begin{array}{r} 423 \overline{) 1} \\ 1 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 423 \overline{) 12} \\ 12 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 423 \overline{) 12} \\ 12 \\ \hline 03 \end{array}$$

Com que la primera cifra del dividend (4) és més gran que el divisor (3), comencem la divisió posant la primera cifra.

Era en tot moment més de 100 a cada un.

A cada esquiral li corresponen 141 pinyes.

Dividix i fes la prova de cada operació:

$$\begin{array}{r} 864 \overline{) 3} \\ 3 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 525 \overline{) 4} \\ 4 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 743 \overline{) 6} \\ 6 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 942 \overline{) 5} \\ 5 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 293 \overline{) 3} \\ 3 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 946 \overline{) 8} \\ 8 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 800 \overline{) 7} \\ 7 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 537 \overline{) 2} \\ 2 \\ \hline 0 \end{array}$$

Quants durcs són 755 pessetes?

Quants recipients de 5 l necessitem per envasar 575 l d'aigua?

A un restaurant es van fer servir 744 oues en 6 dies. Si cada dia es van fer servir el mateix nombre d'oues, quants oues es van consumir cada dia?

A una classe hi ha 31 nens. Quanta equips de 3 alumnes podem formar? I si les volem agrupar per parelles? Què significa la resta?

Activitat : Dividend de 3 xifres. 4rt.

5. Analitzar el context que serveix de presentació.
 6. Proposar-en un altre.
 7. Materials manipulatius que es podrien usar per facilitar la comprensió.
 8. Els 4 exercicis del final plantejen situacions de dividir. Dir en cada cas si correspon al significat de repartir o d'agrupar.

5 EL TETRAEDRE REGULAR *6è*

Els egipcis construïen piràmides sota de base quadrada.

També les podien haver construït amb base triangular.

El tetraedre és una piràmide amb les quatre cares triangulars.
 El tetraedre regular és un tetraedre en què les cares són triangles equil·laterals iguals.
 Té 4 cares, 4 vèrtexs i 6 arestes.

per practicar

6. Indica els políedres que corresponen a tetraedres regulars.

7. Col·loca aquests dibuixos i retalla'ls. Intenta construir un tetraedre regular amb cadascun d'ells. Amb quins ho pots fer? Fes enganxar les cares amb cinta adhesiva.

A

Activitat : El tetraedre regular. 6è.

1. Proposa un context més proper per treballar els continguts que es tracten en aquesta activitat.
 2. Materials didàctics que es podrien usar per facilitar la comprensió d'aquests continguts.
 3. Quins problemes de realització pot presentar l'exercici 7? Com es podrien resoldre?
 4. Quin és l'enfoc d'ensenyament que es promou en aquesta pàgina? Justificar-ho.

Figura 4.7.3. Model A

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

Anàlisi retrospectiva

A continuació mostrem alguns resultats corresponents a l'alumnat observat .

Resultat 4.7.1. En situació d'examen, l'alumnat mostra un nivell baix en l'adquisició i ús del coneixement matemàtic, en una d' elles trobem grans diferències , especialment en la resolució de problemes i l'argumentació. El coneixement en situacions geomètriques és força pobre malgrat el temps dedicat en el treball a l'aula.

Aplicant una escala de 0 a 3 a les respostes de les tres persones en cadascun dels ítems avaluats i agrupant les puntuacions per tipus d'activitat, el primer que destaca és la baixa puntuació obtinguda per les tres persones, el segon les diferències de puntuació en els diversos tipus d'activitats :

Tipus	Puntuació màxima	Puntuació Ester	Puntuació Laura	Puntuació Núria
Conceptes	12	9	6	4,5
Algorismes	18	7	14	9
Problemes	6	2	3	2
Llenguatge	6	3	6	4
Raonament	9	6	4	0
Total	51	27	33	19,5

. Ester destaca en les activitats de conceptes i estructures conceptuais, analitza amb més detall els resultats i les afirmacions, hom veu que Ester té clara la distinció parell-senars pel seu contingut i la seva representació:

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

La regla general seria que es divideix entre 2 el parell simple i dona dos nombres imparells i a partir d'aquí es fa la suma dels nombres consecutius perquè un imparell sempre és la suma de dos consecutius $n + n + 1$. (Ester 01-00/6)

i Laura en algorismes:

Per aconseguir parells simples de 3 xifres que es puguin descompondre en sumands de quatre nombres consecutius, cal : Calcular el nombre a descompondre, sumant dos nombres imparells iguals superiors a 51 (inclòs) per que siguin de 3 xifres....., el quocient que trobem..... (Laura 01-00/6)

Les puntuacions obtingudes en problemes són especialment baixes i en raonament només Ester arriba més de la meitat de la puntuació. De les tres persones Núria és la que menys coneixements matemàtics ha incorporat i només Laura sobrepassa la meitat de punts possibles.

Si tenim en compte els resultats obtinguts per nivells de complexitat de les activitats, veiem que la major part de les puntuacions provenen de les activitats de primer i segon nivell i que Laura destaca de les altres dues persones en tots els nivells, especialment de Núria que mostra puntuacions molt baixes en tots tres.

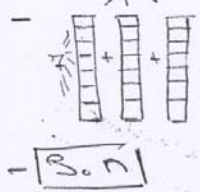
Nivells de complexitat	P. Total		P. Ester		P. Laura		P. Núria	
Baix	18	35,2%	10	55,5%	13	72,2%	7	38,8%
Mitjà	21	41,1%	13	61,9%	13	61,9%	6	28,5%
Alt	12	23,6%	4	33,3%	7	58,3%	6	28,5%
Total	51	100%	27	53%	33	64,7%	19	37,2%


Figura 4.7.6. Puntuacions obtingudes per les alumnes en la prova , segons complexitat

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

Núria es capaç de donar dues definicions de nombre múltiple de tres seguint el model de dues definicions de parell que ha sabut adaptar al cas de múltiple de tres, i també de donar-ne dues de nombres no múltiples de tres negant les anteriors. També representa gràficament i simbòlicament els dos tipus de nombres veure fig. 4.7.6.). Cal tenir en compte que, expressament, aquesta qüestió no s'havia plantejat a l'aula per tenir la ocasió de comprovar si eren capaços d'usar els coneixements adquirits en el cas de parells i senars.

2- a) $7 \times 3 = 21$ és múltiple de 3






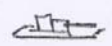
3 perlatges x 9 albes a cadascun
27 és múltiple de 3
perquè es pot dividir en 9 grups de 3

b) Un múltiple de 3 és tot aquell nombre que s'obté de multiplicar 3 per un altre nombre.
 $9 = 3 \times 3$ és un altre nombre.
 Un múltiple de 3 és aquell nombre que es pot dividir en 3 parts iguals.
 $12 \begin{smallmatrix} 4 \\ 4 \\ 4 \end{smallmatrix}$ $4 \times 3 = 12$

c) Són aquells nombres que s'obtenen de multiplicar dos nombres qualssevol que no siguin 3.
 $2 \times 1 = 2$ $7 \times 1 = 7$ $2 \times 4 = 8$ $13 \times 1 = 13$

És aquell nombre que no es pot descompondre en 3 parts iguals.

$3n+1$ 11 

$3n+2$ 

Perlatges amb 9 albes + 2 a una alba

Figura 4.7.6. Definicions de Núria

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

Ester justifica una regla d'obtenció de nombres parells no múltiples de 4, encara que de manera incompleta però no és capaç d'expressar una relació multiplicativa entre fraccions senzilles i només ho fa en un cas sense dir d'on ho ha tret, diu:

2/3 són 4/6 per expressar la relació entre 1/6 i 2/3

1/21 són 2/42

2/3 són 7 vegades 2/21 (Ester 10-00/6)

Laura sí sap expressar les relacions multiplicatives:

$4 \times 1/6 = 2/3$; $4/6 = 2/3$

la relació es que 2/3 són 4 vegades 1/6 (Laura 01-00/6)

però en canvi no sap transformar un trapezi en un triangle d'igual àrea i no simètric:

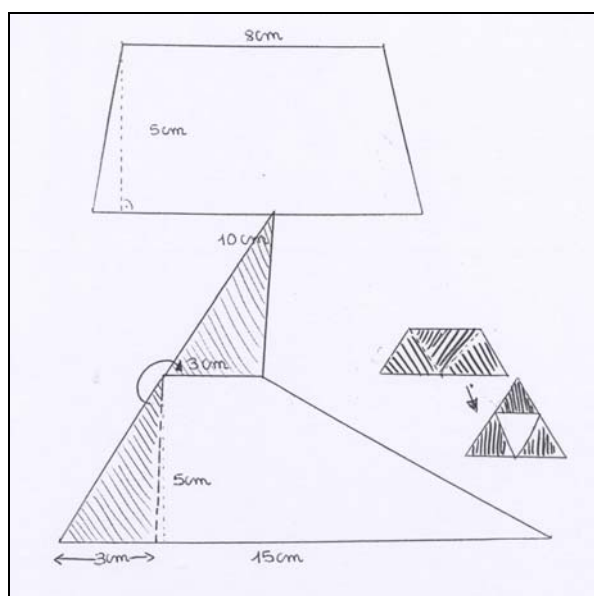


Figura 4.7.7. Resposta de Laura a la transformació del trapezi en triangle, mantenint l'àrea.

Es interessant destacar les respostes de les qüestions de geometria (preguntes 4 i 5 de la prova): A la pregunta de com són els costats d'un quadrilàter en que les diagonals es tallen mútuament per la meitat, Núria diu que són iguals i la raó que dona és que

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

En els quadrilàters de costats de llargada diferent no formen angles rectes, si mirem si les diagonals del quadrat i el rombe son per on es pot doblegar la figura i obtenir simetria, veurem que si; però en les diagonals d'un rectangle, per exemple, no aconseguim simetria.

Pel que fa a dibuixar un rombe de 42 cm^2 d'àrea i transformar-lo en un triangle que tingui un eix de simetria, no respon.

En el cas d'Ester i Laura, la resposta a la pregunta 4 (veure enunciat més amunt) tenim que Ester fa un dibuix correcte i aplica les propietats del triangles isòsceles, però confon, en la formulació de la propietat, angles i costats, diu "com que en un triangle la suma dels seus costats és 180 graus"

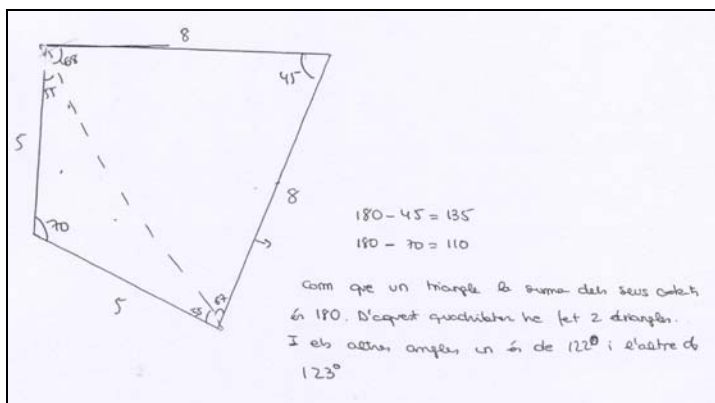


Figura 4.7.8. Ester utilitza les propietats dels triangles isòsceles.

en canvi Laura calcula usant equacions per obtenir els angles però no sap veure el paper que tenen els parells de costat iguals en el quadrilàter:

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

En la pregunta on es demana de transformar un trapezi de 42cm^2 d'àrea en un triangle sense cap eix de simetria Ester no respon i Laura no sap trobar el triangle equivalent :

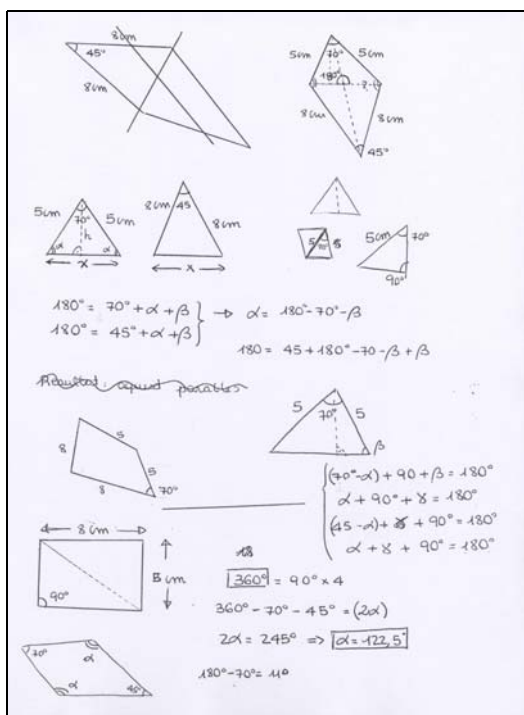


Figura 4.7.9. Laura no usa la condició de triangle isòscelel.

En la pregunta de reconeixement de significats del signe igual (número 7 de la prova), només Ester encerta totes les possibilitats mentres que Núria i Laura no reconeixen les identitats ni les equivalències de mesura.

Resultat 4.7.2. L'alumnat mostra un comportament feble pel que fa als contextos, no es situa en una activitat matemàtica, no en reconeix el valor en relació a l'aprenentatge matemàtic, només com a motivació. No es mostra crític davant de contextos poc adients, només en un cas dels tres hi ha indicis

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

de valoració. En quan a les representacions no es passa d'un nivell superficial sense concedir-los-hi més que un paper de suport a l'aprenentatge.

Les respostes de la part didàctica s'analitzen tenint en compte els aspectes que es pretenia avaluar en la prova : el reconeixement i diferenciació de **significats**, l'anàlisi i proposta de **contextos** per a continguts concrets, les **representacions gràfiques o materials** proposades per facilitar la comprensió i la **detecció** d'enfocs pedagògics en propostes d'activitats elaborades.

En la pregunta on es planteja la distinció entre situacions de divisió a partir del significat de la mateixa, Núria dona respostes adients en tres dels quatre casos però davant de dos significats iguals reacciona de manera diferent, diu que " *Quants duros són 755 pessetes?* es correspon amb la interpretació de la divisió com la formació de grups iguals, en canvi davant de "*Quants recipients de 5 litres es necessita per envasar 575 litres d'aigua?*" respon que es tracta de repartir. En particular això vol dir que Núria no es capaç d'adonar-se de l'equivalència de significats de les situacions proposades. Com en els alumnes de Primària, les situacions de líquids relacionades amb divisió o fraccions presenten més dificultats que les situacions discretes o relacionades amb sòlids. Identifiquem les situacions de líquids com a situacions de repartir en recipients, confusió que indica la potència verbal d'ús de repartir relacionat amb begudes.

En el cas de Laura no hi ha resposta a la pregunta que tracta de la detecció de situacions no adients per alumnes de quart de Primària on es planteja un significat de piràmide que no s'adapta a les possibilitats dels alumnes (veure figura 4.7.3).

Ester posa objeccions al plantejament de l'activitat amb raonaments del tipus:

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

No tenen assolides les figures que formen les piràmides, no es adient per que els nens no tenen encara un domini de l'espai

Es a dir, no capta en absolut que l'inapropiat és plantejar el concepte a partir d'una definició i dibuixos en perspectiva de les piràmides, unit al fet de tenir un vocabulari massa tècnic encara i no donar contextos concrets.

En el cas d'una tasca per alumnes de 4rt curs de Primària on es pretén introduir l'algorisme de dividir amb un dividend de 3 xifres i un divisor d'una xifra i en un context de repartiment (veure figura 4.7.4), Núria troba correcte el que sigui un repartiment i que es produeixi començant per la xifra "alta", diu a més que "es un context que dona molt de sí ...pot fer que el fet de dividir no el consideri tan aïllat de la seva vida quotidiana". Això mostra un conformisme total amb la proposta del text sense plantejar-se cap crítica a si és adient des del punt de vista de possibilitar la comprensió o la descoberta per part de l'alumne o la situació forma part de la realitat de l'alumne de Primària.

Ester, en canvi, no està d'acord amb els exemples presentats de contextos per introduir l'algorisme de multiplicar per dues xifres (veure figura 4.7.6) per que diu que no son quotidians pels nens de cicle mitjà. Ella proposa el càlcul d'ous de un número determinat de dotzenes o qualsevol altre context centrat amb el menjar que considera més proper. De manera coherent planteja situacions d'estudi de capsos (envasos de menjar, medecines,...) en el cas de treballar amb piràmides. El cas de Laura es ben diferent de les altres dues persones, doncs no analitza ni proposa cap context.

En les preguntes que demanaven materials adients per facilitar la comprensió dels alumnes o be de representacions gràfiques, les respostes també són diverses. Núria proposa, en el cas de geometria, que els alumnes elaborin figures amb

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

cartolina o paper, també que portin objectes de casa que s'hi assemblin. Laura proposa que portin caps de casa en forma de políedre o que s'observin els objectes del carrer. L'única que parla de representacions gràfiques, Ester, pel tema de la multiplicació, no fa cap dibuix ni descripció de les mateixes. Totes tres fan propostes de materials però no diuen res de com utilitzar-los.

La darrera qüestió està relacionada amb la detecció de l'enfoc didàctic d'una de les activitats que es proposen, tot i els inconvenients de fer-ho només a partir d'un full del llibre s'ha pensat que era interessant veure quins arguments donaven per justificar la seva classificació. Núria diu que en l'activitat del tetraedre regular (veure figura 4.7.4):

Podria ser empirista per que es parteix de situacions i contextos reals, al igual que realista. Si aconseguim una matematització vertical, l'enfoc serà realista, haurem passat d'allò concret a la idea abstracta que hi ha darrera de tot això. Si no arribem a l'abstracció continuarà sent empirista, el nen ho farà tot de manera informal.

El que ens diu, en aquest moment del curs, el que Núria considera treballar a partir de la realitat. Laura no respon a aquesta pregunta i Ester mostra, en aquest cas, que no ha entès la pregunta o que no s'ha vist en cor de donar una opinió raonada sobre aquesta qüestió, doncs diu de l'activitat de la multiplicació per nombres de dues xifres (veure figura 4.7.6.) el següent:

Es un ensenyament vertical per que primer exposen una situació, després unes altres amb altres dificultats per tal que el nen arribi al concepte abstracte del que se li està ensenyant (Ester 01-00/6).

Resultat 4.7.3. L'anàlisi del discurs mostra que s'arriba a reconèixer propietats i s'expliciten diferències pel que fa al contingut matemàtic tant en el cas de potències com en el de característiques dels quadrilàters.

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

En el cas dels aspectes de coneixement interpretatiu-estratègic només una de les persones analitzades reconeix elements cognitius com és el paper de l' infant en la construcció del coneixement.

Respecte a l'ús del coneixement matemàtic Núria i Ester identifiquen elements matemàtics quan expliciten un significat matemàtic o quan reconeixen objectes matemàtics

un múltiple de tres es tot aquell nombre que s'obtingué de multiplicar tres amb algun altre nombre.....un múltiple de tres és aquell nombre que es pot dividir en tres parts iguals(Núria 01-00/6)

el signe igual expressa una equivalència(Ester01-00/6)

Núria explica continguts quan diu que:

si a un parell li sumes o li restes 1 el resultat serà sempre un nombre imparell(Núria 01-00/6)

Tant la Núria com la Laura expliciten diferències, Núria quan explica elements comuns o no comuns, explica equivalències en un context o quan representa de maneres diverses:

en les potències un nombre serà parell si la base és un nombre parell(2,4,6,8) si la base és un nombre imparell(3 elevat a n) el resultat serà imparell (Núria 01-00/6)

en canvi en un quadrilàter de costats de llargada diferent les diagonals no formen angle recte (Núria01-00/6)

les diagonals del quadrat i el rombe són el lloc per on es pot doblegar la figura i obtenir simetria veurem que tenen els costats iguals en els dos casos, per exemple en el rectangle no aconseguim simetria (Núria 01-00/6)
escriu $3n+1$ o $3n+2$ per representar nombres no múltiples de 3 (01-00/6)

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

Laura reconeix la rellevància de certes relacions matemàtiques

en (Laura 01-00/6) relaciona fraccions a partir de relacions multiplicatives

Tant Núria com Laura elaboren i reconeixen propietats, Núria quan usa metàfores a un dibuix de llibres de 3 prestatges per portar a la idea de múltiple de 3 i Laura quan fa generalitzacions

per aconseguir parells simples de 3 xifres que es puguin descomposar en sumands de 4 nombres consecutius cal....(Laura 01-00/6)..

Laura, a més identifica gèneres diversos quan minimitza expressions ja que redueix expressions de tipus algebraic senzilles relacionades amb angles.

Ester pel que fa al coneixement interpretatiu-estratègic identifica el marc de referència de l'entorn, relacionant i valorant representacions i procurant argumentar i fonamentar decisions instructives

el context que planteja no es adequat per cicle mitjà per que els temes que tracta encara no els dominen(Ester 01-00/6)

a aquesta edat els nens no tenen assolits tots els conceptes geomètrics que surten en aquestes activitats(01-00/6)..

els contextos son més adients pels nens del entorns rurals(01-00/6).

I també considera els elements propis del currículum al usar materials

també podrien utilitzar objectes que tinguin a casa o a l'escola amb aquestes formes (Ester 01-00/6).

4.8. Sobre els resultats al Macrocycle 1

Com s'havia explicat inicialment, explicitarem els resultats observats experimentalment en base als 3 aspectes (a) significació, representacions i complexitat dels conceptes matemàtics (parells i senars, doble i meitat, igual i

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

diferent, dependència) (b) rellevància i ús de contextos, connexions i relacions conceptuals (internes i externes) (c) grau i tipus d'incorporació conceptual en les propostes hipotètiques sobre la pràctica.

Activitat inicial.

Aprofitant que es pensa que hi ha un coneixement naïf sobre el que és definició, s'enfronta l'estudiant amb una situació de definició. Es mobilitza la idea de que la definició no és única, té formes representatives diferents i ve donada per atributs i exemples. En aquesta activitat es mostra els coneixements febles inicials sobre les definicions en el cas de parells i senars. Es mostra la incompletesa, el no reconeixement dels possibles atributs equivalents, la dificultat en reconèixer representacions simbòliques equivalents i connexions entre elles. Tanmateix es constaten diferències individuals.

Activitat 2

En plantejar quina de les maneres d'entendre els conceptes de parell i d'imparell es tria com a millor per a treballar amb els alumnes de Primària, i com es duu a terme un procés que permeti construir una propietat aritmètica, es força a tenir una visió professional de l'acció matemàtica i es promou donar sentit a dita propietat. Han hagut d'escenificar el significat que consideraven més adient. El fet que l'activitat es plantegi imprecisa i oberta, permet que ells estableixin connexions. Valoren majoritàriament un o diversos significats. S'incorporen definicions de parell que no havien estat considerades ni havien estat reconegudes. En algun cas (no tots) es constaten els casos particulars com a diferents dels processos de generalització.

Creiem que s'ha produït una adaptació al context pedagògic. El lligam entre els conceptes clau (suma, igualtat i parell) que han establert en la proposta és força

semblant en la concepció de suma- reunió- i en la de parell- grups de 2- però és diferent pel que fa a l'igual.

En dos dels tres casos analitzats trien elements visuals com a manera de considerar formes de indicar els significats. Així, s'estableix una idea de connexió com a diferents formes de representació. Potser s'ha privilegiat aquest tipus de "connexió" per la necessitat de fer evident la propietat.

Activitat 3.

L'activitat de proposta d'una prova associada a un tema matemàtic (doble i meitat) promou que el futur docent s'impliqui, decideixi la importància dels continguts i situacions sobre els aspectes del contingut. En les activitats proposades, es formulen poques tipologies de continguts, normalment amb preguntes simplistes i fonamentalment de nivell baix. Només una de les estudiants arriba a un tercer nivell i amb una diversitat de continguts interessant i diferents tipus de contingut.

El format prova no sembla haver provocat fórmules noves. Les proves tenen un format clàssic, hi ha una manca gairebé total de gràfics, tot i que aquest aspecte del llenguatge ha estat abundantment treballat i emfasitzat. Totes les persones analitzades han detectat continguts rellevants. No han sentit la necessitat de representacions gràfiques més que com a forma de dibuix que ajuda a entendre l'enunciat.

Apareixen relacions conceptuals (meitat del costat- meitat d'àrea - meitat de volum) però com que no demanen les argumentacions corresponents, no es fomenta la consciència de dites relacions. Es formulen activitats poc consistents, de manera que no s'estableixen relacions conceptuals ni tampoc es connecta amb la realitat i l'ensenyament, tanmateix aquests aspectes van ser tractats en la unitat. L'ordre de les preguntes està més relacionat amb el desenvolupament de la unitat

realitzada que amb la dificultat de les tasques. Des del punt de vista del discurs, es manté un baix nivell en l'ús del coneixent matemàtic. S'identifiquen diferències però no s'elaboren propietats ni es generalitza.

Pel que fa a les connexions, només una de les estudiants analitzades mostra preguntes, no només accions, ans demana una connexió entre significacions d'un concepte (diagonal d'un quadrat i duplicació de l'àrea del mateix). Una altra, intenta mostrar la diferència entre partir en dues parts iguals o en dues parts simètriques però ho redacta malament.

Activitat 4.

El format de qüestionari escrit s'ha plantejat de manera que els mateixos estudiants poguessin adonar-se dels aspectes on la seva comprensió era insuficient o bé hi havia falta d'aplicabilitat dels conceptes i relacions matemàtiques treballats. No hi ha domini de les representacions simbòliques lligades a processos de càlcul mental, en el cas de les figures geomètriques i de les fraccions són millors però en aquest darrer cas s'obvia la comprovació de la validesa del gràfic.

Majoritàriament hi ha dificultats en relacionar conceptes quan es tracta d'argumentar la relació. També dues de les tres persones tenen dificultats en identificar diferències. Pel que fa a la identificació dels significats del signe igual que han resolt correctament hi ha més similituds entre elles. Quan es demanen argumentacions, es fan descripcions i no es consideren totes les informacions dels enunciats. És a dir, no s'estableix les relacions desitjades entre propietats matemàtiques, i les condicions necessàries i suficients que les defineixen.

Pel que fa a les connexions la descripció d'un procés de càlcul mental en operació aritmètica no ha estat reconeguda per cap de les tres estudiants. Pel que fa

a com es resol una situació inductiva de càlcul particular, no s'estableix una relació funcional com s'esperaria, sinó tan sols es calcula i generalitza sobre casos particulars. En les justificacions i processos de generalització s'obtenen els pitjors resultats. Segueix sense haver reconeixement de la necessitat d'argumentar completament i en la generalització no es tenen en compte els casos particulars o contraexemples. Pel que fa al discurs, només una de les estudiants arriba a mostrar diferències i les altres es mantenen en la construcció d'entitats.

Activitat 5.

En aquesta segona activitat dedicada a la proposta d'una prova associada a un contingut matemàtic (dependència), s'ha demanat, a part del text de la prova, que s'expliciti els continguts que es vol avaluar, les solucions detallades i la valoració de les respostes, en el sentit de fer explícit allò que es considera essencial. El fet de triar els continguts ha permès veure que hi ha en els tres casos una atribució correcta de significats que inclou representacions diverses del concepte. Els tipus de continguts proposats i el grau de complexitat mostren major tendència cap a la proposta de problemes i es dona més importància als llenguatges. Malgrat les diferències personals el procés fa possible reconèixer la incorporació de diversitat de propostes de contingut diferent.

Pel que fa al discurs desenvolupat es valoren significats i es constaten moltes més reflexions. També es relaciona més elements de contingut. Així mateix s'estableixen connexions no sols des de la perspectiva del contingut matemàtic sinó també per incloure elements estratègic -didàctics i s'identifiquen elements de negociació que havien aparegut poc anteriorment.

Activitat 6

Tenint en compte els aspectes que es pretenia avaluar en la prova : el reconeixement i diferenciació de significats, l'anàlisi i proposta de contextos per a continguts concrets, les representacions gràfiques o materials proposades per facilitar la comprensió i la detecció d'enfocaments pedagògics en propostes d'activitats elaborades, l'alumnat mostra un nivell baix en l'adquisició i ús del coneixement matemàtic, especialment en la resolució de problemes i l'argumentació. El coneixement geomètric es inferior a l'aritmètic malgrat el temps dedicat en el treball a l'aula. Creiem que una part de les diferències de nivell que es troba respecte de l'activitat anterior es deu a que es tractava d'una situació d'examen final de l'assignatura.

Les tres persones analitzades mostren nivells molt diferents en coneixement matemàtic, malgrat tot es donen alguns indicis d'avenços en el sentit de la transferència de coneixement. L'alumnat mostra un comportament molt divers pel que fa als contextos; no reconeix cap valor en relació a l'aprenentatge matemàtic, només com a motivació. No es mostra crític davant de contextos poc adients, només en un cas dels tres hi ha indicis de valoració. En quan a les representacions no es passa d'un nivell superficial sense concedir-los-hi més que un paper de suport a l'aprenentatge. S'arriba a reconèixer propietats i s'expliciten diferències pel que fa al contingut matemàtic. En el cas dels aspectes de coneixement interpretatiu -estratègic només una de les persones analitzades reconeix elements relacionats amb l'aprenentatge i la instrucció.

A mode de conclusió

En suma, observem que, **pel que fa a la significació matemàtica**, notem un *progrés cap al reconeixement d'un major nombre de significats dels conceptes treballats*, desigual forma d'enfrontar les representacions segons el grau de

coneixement o familiaritat amb els conceptes implicats. Pel que fa a les connexions, relacions conceptuais i ús de contextos, *hi ha algunes relacions conceptuais observades* com per exemple es reconeix parells i senars, però fonamentalment, no abans de la quarta activitat considerada.

De forma gràfica, representem l'evolució de les tres persones, assignant puntuacions als graus més elevats de producció en el contingut pel que fa a l'anàlisi del discurs. Així hem atorgat un punt per a cada component observada (veure pàg. 113-114)

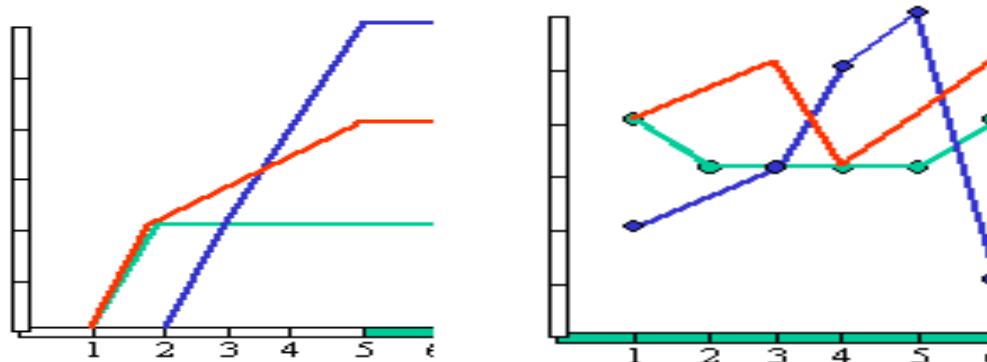


Figura 4.8.1. Evolució del coneixement segons l'anàlisi del discurs de les estudiants.

A l'esquerra es mostra l'evolució en l'aspecte matemàtic que acabem de descriure, i a gràfica de la dreta, s'indica l'evolució en el didàctic-estratègic que s'explica a continuació.

Pel que fa a la component estratègica, constatem que el disseny d'algunes activitats forcen explícitament a l'establiment de connexions i ús de contextos, per exemple la formulació de proves. Així, a l'activitat 5, cap al final del semestre poden veure's més clarament el grau i tipus diferent de connexió. En activitats proposades per la formadora, tot i haver estat establertes les connexions, no es fan evidents tan clarament. *Pel que fa a l'intencionalitat sobre la pràctica professional i incorporació*

de components instruccionals, s'observen millores a partir de l'activitat 5. Les preguntes que es fan s'aboquen cap a trobar exemples, buscar raons, etc. Tanmateix, en aquest semestre no hi ha hagut un èmfasi especial sobre el contingut didàctic. Amb prou feina no s'ha parlat de currículum, només a nivell introductori i els infants no són totalment presents a les propostes que es fan.

No oblidem que, durant el primer semestre de formació, no s'ha vist encara psicologia evolutiva, didàctica general es troba al segon semestre... Aquests aspectes canviaran de segur amb nous plans d'estudi com els actuals a la nostra facultat, on les didàctiques específiques no precediran a les matèries d'introduccions educatives generals.

Pel que fa a les apreciacions professionals en la component actitudinal, encara *no ha hagut temps suficient per desmuntar una idea clàssica sobre les definicions* i les visions prototípiques de les mateixes. Costa incorporar la multiplicitat i equivalència de propietats sobre les que es pot definir. En aquest macrocicle, no es constaten posicionaments declarats sobre les matemàtiques com a pràctica social.

Capítol 5

Segona anàlisi del procés de formació

Macrocycle 2

Tots junts, i també cadascun, tenim davant nostre el repte d'anar-nos fent el nostre propi mètode, no d'ensenyar sinó de fer possible que els nens i les nenes aprenguin de veritat.

Ma. Antònia Canals.

El contingut d'aquest capítol es correspon amb la fase de l'experimentació a l'aula tal com es descriu en el capítol 2 -experiment d'ensenyament- del macrocycle 2 que correspon a la segona assignatura del curs de formació. Per començar es justifica l'elecció de microcycles per a l'anàlisi. Es justifiquen les tasques corresponents en funció dels continguts professionals implicats i l'objectiu en termes de la recerca. És a dir, què esperem que ens aportï per a definir millor les trajectòries. (5.1.)

A continuació es presenta les sessions de classe concretes amb els seus continguts de formació, les Trhifi de referència per l'anàlisi i els mini-instruments emprats (5.2. a 5.6.). La part més extensa consisteix en la descripció de les activitats, les consideracions sobre la trajectòria hipotètica corresponent i una primera anàlisi de les produccions dels alumnes estudiats.

Al final del capítol s'analitzen els resultats obtinguts en tot el macrocycle 2, incloent el que es deriva de l'anàlisi del primer macrocycle (5.7). Cal tenir en compte que els alumnes són els mateixos del primer macrocycle i, per tant, tindrem el punt de partida en l'estat que es descriu al final del capítol 4 i que es completa en el capítol present.

Finalment es planteja la representativitat i generabilitat de l'anàlisi realitzada (5.8.).

5.1. Experimentació a l'aula. Macrocycle 2.

La segona anàlisi del procés es produeix sobre una sèrie de microcicles corresponents al Macrocycle 2. Els que s'ha triat són els següents:

- (7) Sobre la construcció conceptual a l'escola. El cas de la introducció de conceptes.
- (8) Constatació de posicionaments i creences professionals. Activitat d'elaboració i síntesi.
- (9) Integració de coneixements. Valoració de seqüències d'aprenentatge en llibres de text.
- (10) Sobre el valor dels dissenys instructius. Anàlisi de propostes de programació.
- (11) Anàlisi de resultats en l'avaluació sumativa del procés.

Aquestes activitats han estat triades per que permeten obtenir informació sobre el progrés que es pugui produir en els mateixos aspectes que els referits en (4.1.), es a dir en (a) la atribució de significats, en la representativitat dels conceptes i en el grau de complexitat de la conceptualització, (b) l'evolució de la rellevància dels contextos, en l'ús de les connexions i de les relacions conceptuais, i molt important en aquest segon macrocycle d'aspectes més implicats en la intencionalitat sobre la pràctica com es (c) el grau i tipus d'incorporació conceptual que mostren els alumnes en la planificació hipotètica sobre la pràctica.

Per tal de concretar, mostrem un quadre amb les activitats escollides on consta el contingut principal de formació així com l'element fonamental que es

considerarà en l'anàlisi de les TRHIFI, que ens permetrà l'anàlisi posterior retrospectiva:

Activitat	Contingut	Anàlisi Trhifi	Mini-instruments
7. Construcció conceptual a l'escola	Atributs del concepte de centena. Definicions equivalents. Significació de centena. Representacions del concepte. Elements a tenir en compte en l'elaboració d'una seqüència d'introducció d'un concepte.	Connexió de conceptes i integració coneixement matemàtic i didàctic. Consideració d'atributs crítics i jerarquització entre ells. Ús d'exemples prototipus i ús de materials manipulatius.	Disseny de seqüència de construcció d'un concepte.
8. Posicionaments i creences professionals	Coneixements de tipus didàctic i professional. Caracterització dels enfocaments de l'ensenyament de les matemàtiques. Connexions entre aspectes conceptuals relatives als aspectes matemàtics, estratègics i professionals.	Posicionament davant l'ensenyament i de l'aprenentatge de les matemàtiques. Tipus de concepció social dels paper de les matemàtiques. Implicació personal com a docent.	Document de posicionament personal sobre l'ensenyament de les matemàtiques, el procés d'aprenentatge i el paper de l mestre/a.
9. Valoració de seqüències d'aprenentatge	Detecció dels continguts essencials que es treballen en les diverses tasques dels llibres de text i de la metodologia. Valoració de seqüències d'aprenentatge Propostes de treball del sentit numèric.	Posicionament pedagògic i la integració de coneixement didàctic professional. Evidència dels models de coneixement i d'apreciacions sobre ensenyar i aprendre. Aspectes del coneixement estratègic – instructiu incorporats.	Revisió i anàlisi de propostes de programació alienes.

<p>10.</p> <p>Anàlisi de propostes de programació</p>	<p>Elements d'una proposta de programació. Justificació de la concreció dels diversos aspectes. Contexts i representacions per a la facilitació. Coherència entre continguts, objectius i activitats. Valor del context.</p>	<p>Tractament conceptual i de significació de la unitat de programació. Integració de coneixement matemàtic, especialment conceptes, representacions i relacions conceptuais amb contextos i connexions adients.</p>	<p>Disseny intencional d'una sessió de classe per alumnes de primària amb tema i curs determinats.</p>
<p>11.</p> <p>Avaluació sumativa del procés</p>	<p>Significats, representació i connexions conceptuais. Valor de la contextualització. Argumentació i connexió de propietats. Incorporació conceptual a la intenció sobre la pràctica.</p>	<p>Classificació de significacions. Establiment de relacions i connexions i el seu valor didàctic. Identificació de tipus de dificultats en l'establiment de relacions conceptuais. Grau i tipus d'incorporació de coneixement matemàtic, rellevància de les representacions.</p>	<p>Resposta a situacions problemàtiques en format de prova d'avaluació.</p>

Figura 5.1.1. Microcicles i Trhifi que s'analitzaran en el macrocycle 2.

En l'anàlisi de les situacions que es fa als apartats següents, es descriu cadascuna d'elles, presentant les trajectòries hipotètiques com a objectiu de la recerca, i fent l'anàlisi retrospectiva, explicitant en forma de resultats les diferències i similituds entre les tres alumnes considerades. Les conclusions corresponents al macrocycle 2, es presentaran en base a tres aspectes de la formació inicial citats al començament d'aquest apartat :

- (a) significació, representacions i complexitat dels conceptes matemàtics;
- (b) rellevància de l'ús de contextos, connexions i relacions conceptuais;
- (c) grau i tipus d'incorporació conceptual en les propostes sobre la pràctica

5.2. Activitat 7. Sobre la construcció conceptual a l'escola. El cas de la introducció de conceptes

L'objectiu d'aquesta activitat és obtenir informació de com usen conjuntament el coneixement matemàtic i didàctic per a dissenyar una seqüència de construcció del concepte de centena per alumnes de primer cicle de Primària.

L'activitat proposada als alumnes de mestre no requeria arribar al detall de totes les tasques i situacions d'aprenentatge ni detalls de temporalització, atenció a la diversitat, etc, sinó que es tractava de definir a grans trets els aspectes relacionats amb la tria de significats, representacions i connexions entre les diversos continguts implicats.

Consideracions sobre la Trajectòria hipotètica de l'activitat.

Aquesta activitat es especialment interessant per la possibilitat que ofereix de connectar conceptes i integrar coneixement matemàtic i didàctic. Es vol veure quins atributs es consideren del concepte (Hershkowitz,1990) i si usen exemples prototipus per iniciar-lo, també si consideren els atributs crítics i quina jerarquia estableixen entre ells.

En segon lloc, ens proposem observar quina interpretació i significats tracten prioritàriament (Leinhardt i Greeno, 1986) i com els connecten. De fet, molts cops redueixen el treball a un sol tipus de significació i representació de la centena, com és la quantitat discreta.

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

La idea que tenen de centena és de deu desenes. Sabem que amb això s'oblida que cent és 99 i un, el següent de 99., etc i potser cal privilegiar algun d'aquests aspectes ordinals i d'aproximació sobre el fet de l'estructura decimal.

Anàlisi retrospectiva

En base a les observacions i dades obtingudes del treball dels alumnes, reconeixem el següent:

Resultat 5.2.1. Les tres persones proposen diversos significats prototípics que apareixen temporalment. Només una d'elles explicita la necessitat que els alumnes vegin la desena simultàniament com cent unitats, deu desenes i la tercera xifra de la quantitat com a síntesi conceptual establint relacions conceptuais. Mentre alguns detallen el procés de construcció de la centena de manera que es resolen els possibles salts entre significats, altres no ho expliciten. Es detalla més l'inici de la seqüència que la continuació. Tothom preveu l'ús de materials manipulatius i com introduir les representacions simbòliques.

En la seqüència del contingut de la proposta de Núria trobem com passar del 99+1 al cent a través de l'agrupació en desenes (nou unitats més una en fan deu, que resulta ser una altra desena, i que unida a les nou anteriors fa deu desenes) introduint aleshores la paraula i el símbol de cent.

Ester introdueix el cent com el següent del 99 per un procés de comptar i considerant que la paraula, i fins i tot el símbol, son coneguts per l'alumnat de segon de primària, passant després a sumar desenes i introduir el cent com a deu desenes. En el procés d'Ester, més detallat encara que el de Núria, queden relacionats els dos

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

significats, en canvi Núria deixa pendent la idea de 100 com a cent unitats que provindria de l'acció de comptar. Laura parla d'introduir el cent com a següent del 99 però no deixa clar com fer-ho, diu que els alumnes ho han de descobrir per ells mateixos però no diu què ni com. De les tres persones és la més imprecisa, donant més importància als continguts de la seqüència sense detallar-ne el significat.

Com es pot observar en els quadres següents (5.2.1, 5.2.2., 5.2.3), Ester estableix connexions en dos sentits entre significats i també entre significats i representacions, en canvi Núria i Laura no fan connexions dobles entre els significats i Laura ni tan sols amb les representacions.

Pel que fa al lligam amb els coneixements previs totes tres preveuen la revisió dels nombres de l'1 al 99 i del concepte de desena amb l'ús de materials manipulatius i representacions, per tal d'assegurar-ne la disponibilitat i per donar continuïtat a partir d'usar els mateixos recursos materials.

Només Ester i Núria preveuen introduir noves connexions amb coneixements previs durant el procés, fent que els alumnes de primària utilitzin el que saben sobre la sèrie anterior a les centenes, per exemple que poden usar la seqüència 10-19 per establir la 110-119, o bé imitar el pas del 19 al 20 per resoldre 199 -200. Això que en principi pot resultar interessant presentaria dificultats en el cas que no proposessin la manipulació amb materials com els blocs multibase (10) o l'àbac.

A continuació es mostren les seqüències de contingut que es considera que han planificat. És per tant una esquematització observada "des de fora" del que han realitzat les alumnes, indicant els coneixements previs considerats, atributs, representacions i significats.

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00

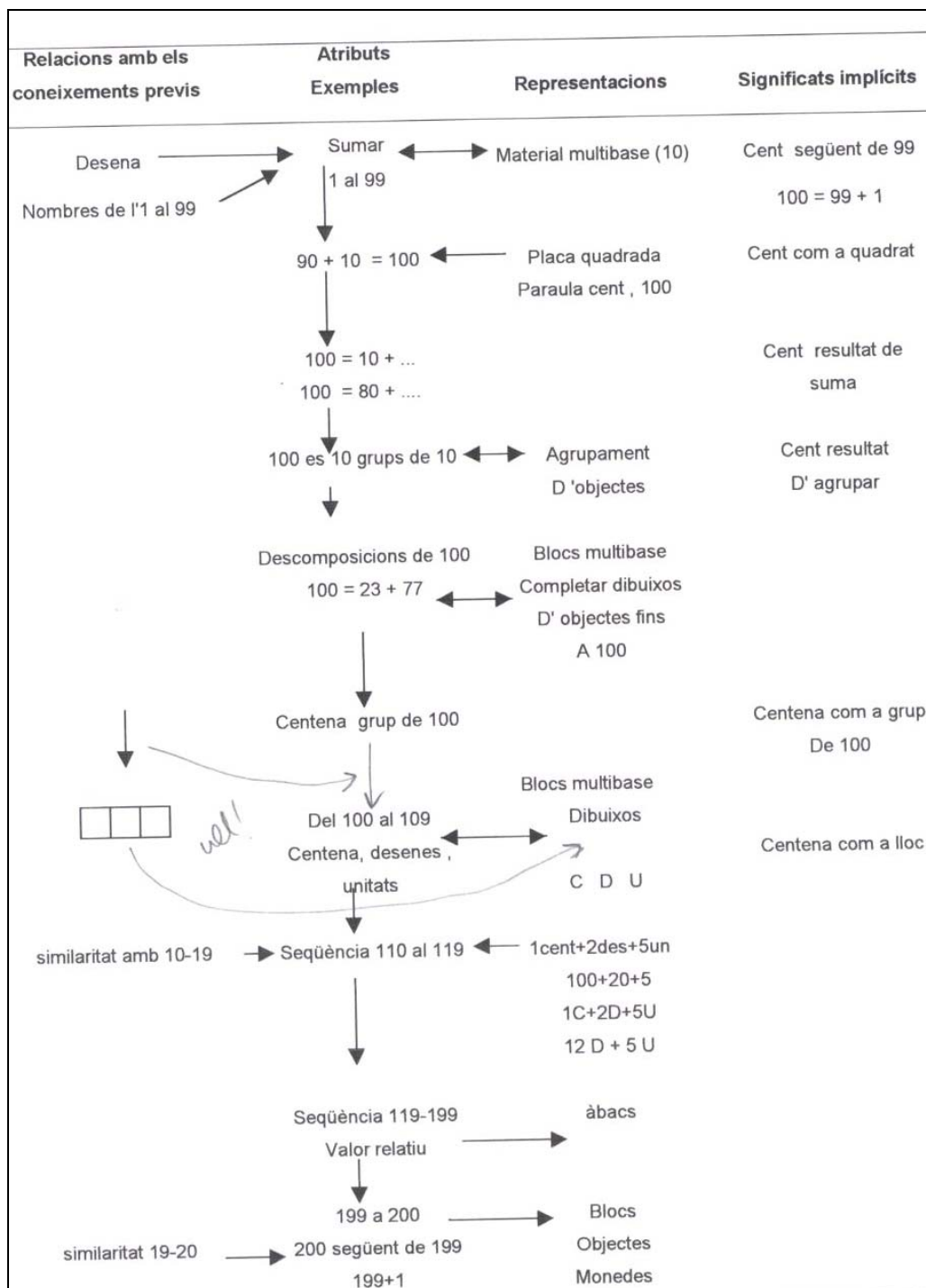


Figura 5.2.1. Seqüència d'aparició del contingut i connexions establertes a la planificació. Cas de Núria

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

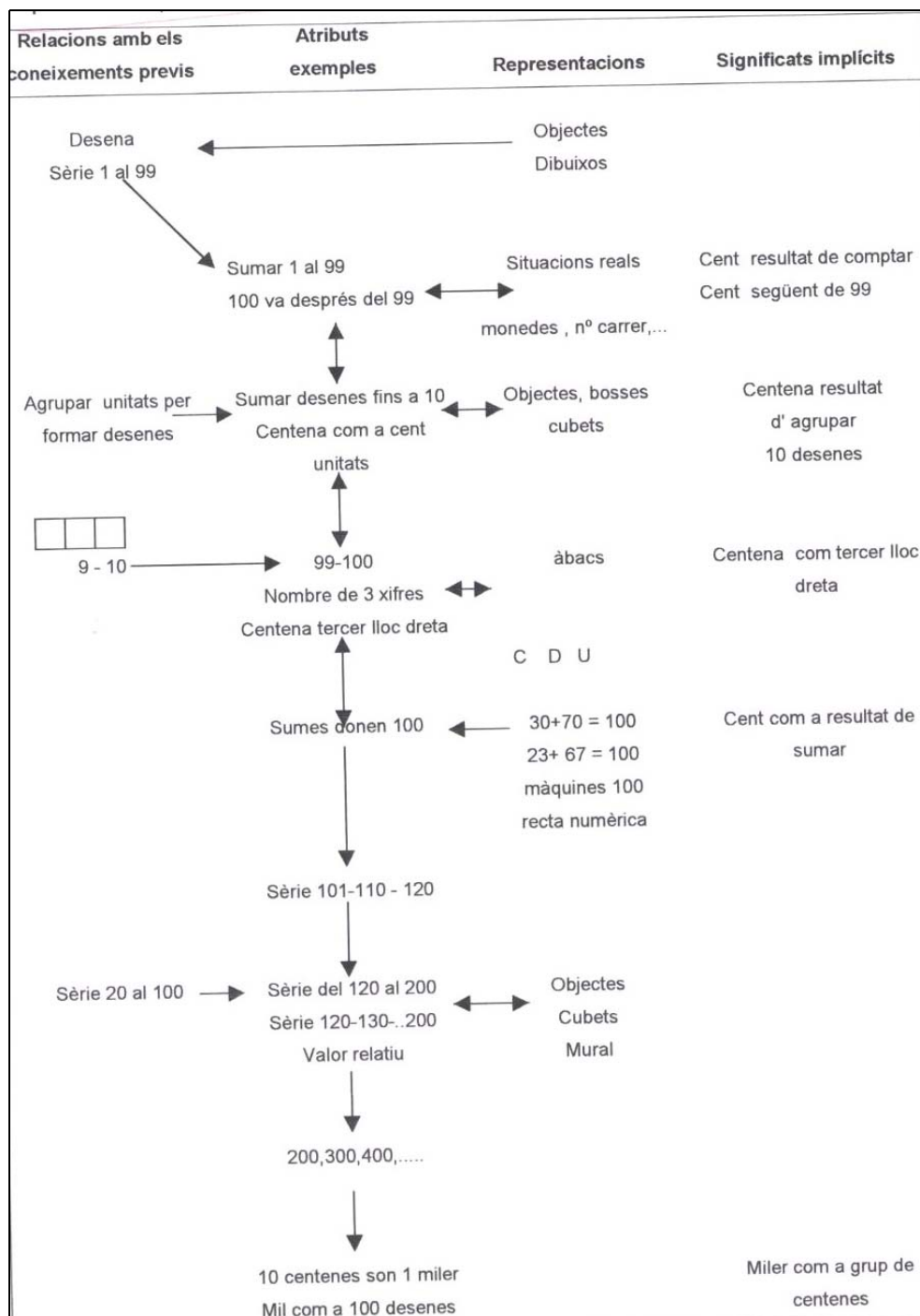


Figura 5.2.2. Seqüència d'aparició del contingut i connexions establertes a la planificació. Cas d'Ester

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

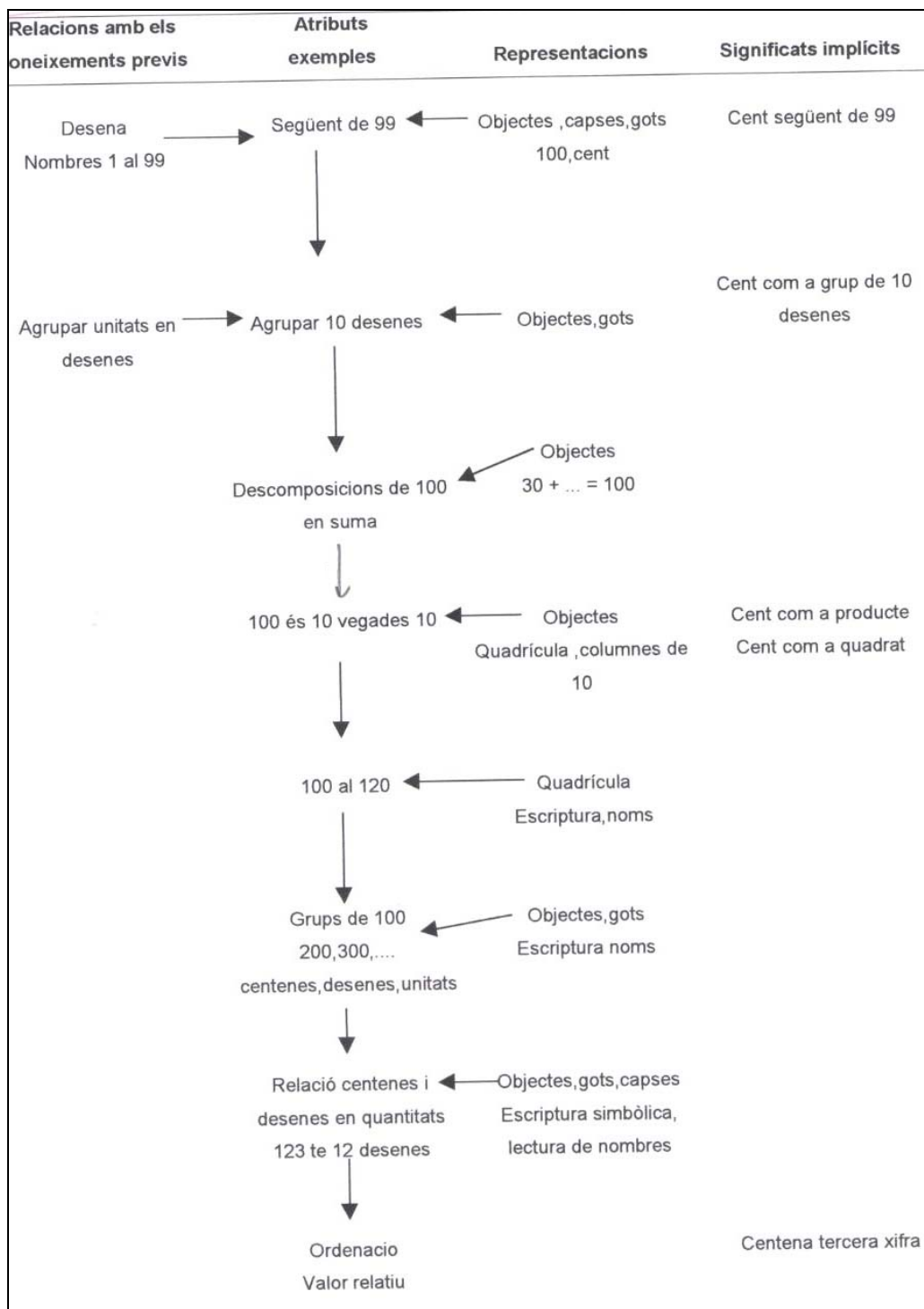


Figura 5.2.3. Seqüència d'aparició del contingut i connexions establertes a la planificació. Cas de Laura

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

Les tres seqüències globalment tenen un inici en el que es donen força connexions, encara que amb diversa mesura, pot ser es per la voluntat de motivar als alumnes de Primària, però més endavant es limiten a donar els segments numèrics per establir la seqüència. Les tres propostes arriben fins la tercera o quarta centena llevat d'Ester que dona idea de com arribar a introduir el miler, fins i tot concretant la importància de veure al mil com 100 desenes a més de 10 centenes.

Resultat 5.2.2. En pocs casos es mostra gran diferència en el nombre de significats de cent que es proposen. Els significats introduïts són majoritàriament additius, tanmateix una persona en proposa de diversos tipus. També hi ha gran diferència entre les representacions proposades a nivell manipulatiu, gràfic i simbòlic. Cal assenyalar que només apareix en un cas la recta numèrica i una altra de les persones proposa el quadrat (placa del multibase) com a representació del cent i la centena.

Núria i Ester ofereixen un ventall ampli de significats de cent, la majoria additius, i essent una bona part els prototípics. En el cas de Núria n'hi ha més de multiplicatius que en Ester. Laura només en proposa tres d'additius. En el cas de la centena on els esperables eren set, la diferència no es tant gran entre les tres persones, però també Laura no cobreix els mínims necessaris. (Veure fig. 5.2.4).

Pel que fa a les representacions, Núria ofereix materials manipulatius estructurats d'ús com els blocs i els àbacs, en canvi Ester treballa amb materials corrents (cigrons, xapes, bosses, capsos,...) i amb cubets encaixables. Segurament el tipus de materials porta a Núria a establir la placa com a representació de les centenes. Ester és la única que proposa la representació dels nombres en la recta i

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

només Núria presenta els diners com a material de treball per la simbologia i per tractar-se d'una cosa lligada a la vida quotidiana. En el cas de Laura trobem la proposta d'ús d'objectes quotidians per a representar els grups i els nombre i introdueix el paper quadriculat per simular el material multibase. A continuació quantifiquem els significats adoptats pels alumnes, en referència als que podrien haver considerat.

		FORMADOR	Núria	Laura	Ester
SIGNIFICATS DE 100	Additius	Següent de 99, llista ordenada	0	0	1
		Següent de 99, sumar 1	1	1	1
		Aplicar 9-10 a 99-100	0	0	1
		Afegir una desena a 9 desenes	0	1	0
		90+10	1	0	0
		Comptar de 10 en 10	0	0	0
		Suma de 10+90, 20+80,...anal. 10	1	1	1
	Posicionals	Sumes tipus 94+6,.....	1	0	1
		Primer nombre de 3 xifres	1	0	1
		Primer nombre amb dos zeros	0	0	1
		Lloc en recta numèrica	0	0	1
	Multiplicatius	10 grups de 10	1	0	1
		Quadrat (multibase)	1	0	0
		Moneda (o bitllet)	1	0	0
		Totals 14	8	3	9
SIGNIFICATS DE CENTENA	Additius	Grup de cent (comptant)	0	1	1
	Multiplicatius	Grup de 10 desenes	1	1	1
		Quadrat (multibase, quadrícula)	1	0	0
		10x10 (producte)	0	0	0
	Posicionals	Tercera xifra per la dreta	0	0	1
		Tercera columna a l'àbac	0	0	1
		Moneda o bitllet de 100	1	0	0
		Totals 7	3	2	4

Figura 5.2.4. Significats utilitzats per les 3 persones analitzades en relació als que el formador considera pel nivell donat.

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

Resultat 5.2.3. L'anàlisi del discurs mostra en un cas que es reconeixen diferències i es valoren significats. En el cas dels aspectes del coneixement interpretatiu -estratègic només una de les persones reconeix elements relacionats amb l'aprenentatge i la instrucció.

En analitzar el discurs de les activitats respecte a l'ús del coneixement matemàtic Núria *identifica objectes matemàtics* quan explicita un significat d'un contingut

100=90+10, següent de 99, 10 grups de 10 (04-00/11)

Explicita i/o identifica diferències quan representa de maneres diverses

representa de maneres diverses una quantitat (multibase, àbac, quadre) (04-00/11)

i també quan valora significats diferents

es important que el nen vegi que 100 es 10 grups de 10 (04-00/11)

és molt important el paper del 0 al mig de dues xifres tot i que no tingui en si cap valor i això s'ha de comunicar als alumnes (04-00/11).

Però cap d'elles arriba a establir el valor de relacions explícits, tot i que els mostren.

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

Respecte del coneixement interpretatiu estratègic Núria *identifica elements del disseny d'aprenentatge* quan planifica amb frases clares

primerament s'ha d'introduir el 100,...introduir la centena,...introducció de la segona centena,...(04-00/11)

en el curs anterior hem treballat els nombres de l'1 al 19 per tant no pot representar gaire problema la seqüència que va del 110 al 119 (04-00/11)

I quan utilitza exemples per recolzar afirmacions

el problema es troba en passar del 199 al 200 però crec que els alumnes ja tenen un referent en el pas del 19 al 20...(04-00/11).

Núria *considera els elements propis del currículum* quan fa al·lusions implícites al contingut

es convenient, abans de la seva introducció(centena), fer un repàs de la desena perquè ens la trobem en la centena (04-00/11)

també quan analitza l'ús de materials

el desavantatge de l'àbac respecte als blocs multibas.....(04-00/11)

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

per exemplificar-ho millor, sempre es poden fer representacions amb blocs multibase (04-00/11)

o quan estableix relacions instructives associades a diverses facetes del concepte

es poden fer descomposicions molt variades d'un nombre.....(04-00/11)

reconeix registres o formes instruccionalis quan imagina trets de la cultura de la classe)

el mestre veu si els seus alumnes distingeixen entre la desena representada per una línia i la unitat representada per un cub petit (04-00/11)

Identifica elements que articulen la negociació de significats quan atribueix intencions negociadores a l'activitat

entre el mestre i l'alumne també es poden practicar els canvis de representacions...(04-00/11)

Evoca les relacions entre professor i alumne quan explicita estratègies per possibilitar el raonament de l'alumne

podem fer una representació amb blocs multibase per que vegin que el 100 es descompon en 10 tires de desenes i....(04-00/11)

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00

5.3. Activitat 8. Constatació de posicionaments i apreciacions professionals. Activitat d'elaboració i síntesi.

Descripció de l'activitat

L'activitat que s'analitza és un document escrit amb format d'article que recull l'opinió personal de l'estudiant de mestre sobre una colla d'aspectes relacionats amb l'ensenyament i l'aprenentatge de les matemàtiques a nivell escolar. El document ha de basar-se en el posicionament personal sobre les raons d'ensenyar matemàtiques, el procés d'aprenentatge i l'enfoc del seu ensenyament i el paper de l mestre/a.

Prèviament a la elaboració individual del document es duen a terme una sèrie de tasques preparatòries. Es fixen quatre nuclis de discussió, cadascun d'ells acompanyat d'articles a llegir i un guió de discussió que proposa qüestions al voltant del tema plantejat. Els quatre nuclis són:

Nucli I: Per a què ensenyar matemàtiques?. Matemàtiques i societat.

Nucli II: Com s'aprenen les matemàtiques.

Nucli III: Com ensenyar matemàtiques.

Nucli IV: L'activitat matemàtica a l'escola. El paper del mestre/a.

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

Un exemple de lectures i guió de discussió ha estat el següent :

NUCLI III: CÒM ENSENYAR MATEMÀTIQUES.

Documents

1. Alsina, C i d'altres. *Ensenyar matemàtiques*. Graó. Capítol 3.
2. Treffers. *Los principios generales de la enseñanza y del aprendizaje*.

Qüestionari :

1. Quins són els aspectes que cal tenir en compte a l'hora d'ensenyar mates?.
2. Per què es recorda molt més el que s'ha descobert personalment que les explicacions?.
3. L'aprenentatge per imitació limita la capacitat de ser flexible (adaptar-se als canvis), com es pot justificar?.
4. Desavantatges d'explicar mates explicant o exposant els conceptes o relacions.
5. Quina és la importància de l'ús de materials manipulatius en l'ensenyament de la matemàtica a nivells elementals?.
6. Què vol dir i per què es fa l'ensenyament en espiral?.
7. Avantatges i inconvenients de distribuir els continguts per blocs (nombres, geometria, ..) o de manera periòdica (de tot en períodes setmanals o quizenals).
8. Com influeix el com s'ha après una cosa en l'ús que se'n fa?.
9. Com es té en compte en una programació el fet que els conceptes matemàtics no s'aprenen d'un cop?.
10. Quins factors cal tenir en compte al distribuir els continguts de l'etapa Primària durant els 6 cursos?.
11. Acció, reflexió, comunicació són trets característics d'un enfoc constructivista de l'ensenyament de les mates, com s'han d'entendre?.
12. Què es considera una seqüència correcta?.
13. Com afavorir la integració del coneixement matemàtic?.
14. Com es pot desenvolupar la creativitat matemàtica?.
15. De quina manera influeix la comunicació en l'aprenentatge de les matemàtiques?.
16. Tipus d'activitats matemàtiques (segons diversos criteris).
17. Defectes i virtuts de cada enfoc didàctic de l'educació matemàtica?.
18. Com tractar els errors d'aprenentatge?.

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00

Cada nucli es tracta setmanalment. Per cada nucli, es dona als alumnes: indicacions del treball previ a fer (veure un exemple al quadre següent)..

De manera més detallada les activitats a fer són:

- a) Lectura de cada document. Seleccionar les idees clau. Extraure el vocabulari nou. Anotar els dubtes de comprensió del contingut. Pensar exemples concrets per les idees importants. Anotar els desacords amb afirmacions que faci el document i les justificacions que es pensin. Pensar preguntes que es podrien plantejar per enriquir la discussió col·lectiva.*
- b) Lectura del qüestionari de discussió del nucli .Pensar respostes per fer aportacions a la sessió col·lectiva..*
- c) Participar en la discussió col·lectiva (es valorarà les aportacions d'opinió,de preguntes noves,exemples que concretin les propostes generals,...).*
- d) Resumir les idees més importants que s'hagin exposat durant la discussió.*
- e) Després de totes les sessions cal redactar un document personal que globalitzi tots els temes (veure instruccions més detallades al final del dossier).*

Després del treball i discussió corresponent a la lectura dels articles, es dona un temps per a redactar un informe, amb les orientacions que es descriuen a continuació.

DOCUMENT FINAL A ENTREGAR. Continguts i característiques

Tenint en compte els continguts dels articles i llibres treballats, les sessions de discussió col·lectives i la reflexió personal sobre tot plegat, elaborar un document-opinió sobre les temàtiques tractades. L'extensió màxima serà de 5 planes (impreses a doble espai i lletra 12 o 14).

Es important la coherència global del document,no cal dividir-lo en els 4 apartats de discussió.

Se li pot donar forma d'article, com per publicar-lo en una revista de didàctica de la matemàtica o d'educació en general. Posar-li un títol adient.

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

Cal dir que alguns articles no eren nous, sinó que havien estat recomanats com a lectures en relació a d'altres temes.

Consideracions sobre la Trajectòria hipotètica de l'activitat.

L'objectiu d'aquesta activitat era determinar quins coneixements de tipus didàctic i professional mostraven els alumnes i també quin era el posicionament davant l'ensenyament i de l'aprenentatge de les matemàtiques en un moment força avançat del curs. El més important en el treball amb els articles ha estat assegurar-ne la comprensió i extreure les idees principals. En relació amb els guions, que eren oberts, no es pretenia seguir cap ordre i tampoc exhaurir totes les qüestions plantejades.

Anàlisi retrospectiva

En base a les observacions i dades obtingudes del treball dels alumnes, reconeixem el següent:

Resultat 5.3.1. Tant els temes centrals com els aspectes més valorats són diferents. En totes tres persones es reconeixen els elements claus de les lectures: paper de les matemàtiques, procés d'ensenyament - aprenentatge i societat.

El títol i el desenvolupament del treball d'Ester suggereixen la importància que ella dona a l'adquisició de la **consciència sobre les pròpies posicions** pel que fa als ensenyants. Focalitza les creences en dos aspectes: les creences dels mestres sobre el paper de les **matemàtiques** en la **formació** de les persones i en el paper que juguen els elements **socials i polítics**. En el primer cas considera la influència

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

que té sobre el programa, la metodologia i els objectius de l'ensenyament de les matemàtiques i com això afecta a la motivació dels alumnes i a la possibilitat d'arribar a aprendre matemàtiques. En el segon cas dona molta importància a les concepcions socials i polítiques, que segons ella, afecten al desenvolupament personal (autonomia, esperit crític,...) dels alumnes i també a les peticions que la societat fa de l'escola i que condicionen el programa i els objectius de l'ensenyament matemàtic. Per altra banda considera un segon centre d'importància que és **l'alumne**. Considera essencial entendre les matemàtiques i per això la necessitat de tenir en compte els coneixements previs, els ajuts que cal donar als alumnes segons els diversos ritmes d'aprenentatge i la consideració dels interessos dels alumnes com a factor decisiu en la motivació.

Núria, en canvi, centra la seva disquisició en la **necessitat de tenir èxit** en la societat canviant, d'adaptar-se i respondre a les expectatives que aquesta té pel que fa als coneixements matemàtics dels seus individus. La problemàtica del **fracàs escolar** en matemàtiques, i per tant les seves implicacions socials que això comporta, és l'aspecte que Núria ha destacat més en el seu escrit i situa al **mestre** com a principal **factor desencadenant** del problema.

Així com Ester s'obliga a complir certes condicions per facilitar el desenvolupament personal als seus futurs alumnes, Núria desgrana els aspectes que segons ella produeixen el fracàs que entén com el no domini dels coneixements matemàtics caracteritzat per la no comprensió ni l'aplicació al món real.

Núria considera que el professorat **no assumeix les individualitats** i per tant no té en compte els alumnes menys capaços de prosperar matemàticament. Dintre d'aquestes no assumpcions troba també la necessitat de preparació suficient, que no aclareix de manera explícita si es matemàtica o pedagògica, la voluntat i la

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

capacitat de motivar. També valora negativament que el sistema escolar tingui mecanismes de regulació i control que "obliguin" al mestre a comportar-se d'acord amb l'enfoc i el currículum que les proves "requereixen".

Laura centra el seu text en el **canvi social** com un fet permanent i que condiciona, segons ella, la continua **adaptació de l'ensenyant** per respondre a les expectatives que demana la societat. Ella va més enllà que Núria que considera que la societat condiciona continguts i habilitats en el camp de l'ensenyament de les matemàtiques a l'escola. Al plantejar el canvi social continu, Laura, estableix la relació que aquest fet té amb la necessitat de que **desenvolupin capacitats genèriques** i permanentment **adaptables**. Estableix en aquest sentit les condicions que cal tenir en compte per atendre les noves demandes que la societat fa als seus ciutadans, unes es refereixen als continguts i d'altres a la metodologia d'ensenyament de les matemàtiques.

De les tres persones Laura és l'única que concreta alguns aspectes sobre els tipus d'activitats (complexes i diverses) i també esmenta el llenguatge com a eina per ajudar a la conceptualització.

Ester s'ha centrat en el primer nucli de discussió més que en cap altre especialment en l'article del paper social de les matemàtiques, i en menor grau en el quart nucli sobre el paper del mestre especialment en el text d'Alsina i d'altres(1995), els aspectes de com ensenyar matemàtiques no es concreten gens ni tampoc els dedicats a l'aprenentatge. Tampoc es veuen reflectides les discussions de classe.

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

Pel que fa a Núria, partint de la idea de que les matemàtiques assegurin en part l'èxit social, dedica la major part al paper del mestre en l'aconseguitment d'aquest èxit. Hi ha aspectes de la importància social de saber matemàtiques que tenen relació amb el text de NCTM (1992) i recull força aspectes del darrer qüestionari de discussió de classe.

Laura centra el text en el primer nucli basant-se en el text de NCTM i toca alguns aspectes del tercer. Pel que fa a la temàtica és molt incomplet, sembla que no ha fet les lectures i no s'ha plantejat donar una visió més coherent i treballada.

Al text d'Ester li manca coherència i un fil argumental clar. Sembla que l'enunciat d'una colla principis sigui el seu fil basat en quines haurien de ser les creences dels mestres pels efectes positius o negatius que tenen, fa seus els principis que enuncia i es sent condicionada a obrar (en intencions) en conseqüència. En el cas de Laura tenim un text molt curt, molt dispers, sense cap lligam argumental consistent. El registre és molt culte i no s'adiu gaire amb altres textos que hem recollit d'ella, el que fa pensar que ha reproduït frases alienes sense procurar donar -li un sentit més personal. Això es veu també en els exemples que posa que no estan a l'altura del text transcrit.

Resultat 5.3.2. Analitzant el text des de la interpretació de les matemàtiques com a pràctica social ens mostra tres tipus diferents de futur mestre. Pel que fa al grau d'implicació apareixen tres posicions diferenciades, des de l'assumpció del paper com a mestre fins a considerar el col·lectiu d'ensenyants com si no s'hi pertanyés, passant per una implicació més com alumne que com a mestre. Dues de les persones estableixen connexions de tipus classificatori centrades en els aspectes curriculars, i només una persona mostra més interconnexions.

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

En efecte, fent una anàlisi interpretativa que hem explicat al capítol 3 (veure pàg. 108) observem el seu text centrant-nos en les relacions que les tres alumnes mostren en relació al coneixement matemàtic, les seves apreciacions i valors que declaren, com veuen les relacions de poder i quin posicionament pedagògic declaren. Així, reconeixem algunes característiques significatives com les que exemplifiquem a continuació, i construïm un quadre global d'on situem a les tres alumnes en relació a la matemàtica i el seu aprenentatge com a procés social.

Ester supera la visió reflexiva (reflective practitioner de Schön, 1987), doncs al analitzar els seus aparents models de coneixement i creences sobre ensenyar i aprendre trobem elements (veure quadre. 5.3.1) que reflecteixen una aproximació a la idea que concep el coneixement com a una construcció social i s'apropa força a la idea que l'educació matemàtica pot ser una contribució important en la promoció de la justícia social.

Ester és el contrapunt de Núria, la primera situada en un nivell interrogatiu amb alguns aspectes que assenyalen una marcada tendència cap a un nivell crític implicatiu i la segona bàsicament en un nivell reflexiu tanmateix amb aspectes relacionats amb el posicionament pedagògic que caracteritzen el nivell conformista. Això darrer és cert especialment en el seu posicionament respecte a que els continguts es transmeten (veure quadre 5.3.1). En el cas de Núria, a més, es donen alguns trets del tipus interrogatiu relacionats amb que el coneixement no es una acumulació de sabers, sinó un esquema en el sentit de Skemp. Entre elles dues es troba Laura que presenta característiques del tipus reflexiu superant clarament el

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

conformista. Els exemples que Laura dona, en alguns casos fa pensar en no col·locar-la dins la posició interrogativa.

	Núria conformista	Núria - Laura reflexives	Ester en nivell interrogatiu	Ester en un nivell crític implicatiu
Relacions amb el Coneixement matemàtic		El docente se ve...empujado...a adaptación permanente. Laura	Per tant, cal plantejar-nos...nem de saber quines són les nostres opinions sobre la matèria...perquè es reflectirà a les nostres classes... Ester	...Recordo que... Doncs ara... t'ajuda en...com per exemple, també serveix per a... Ester
		Els treballadors...han de posseir més habilitats matemàtiques... atendre a les complexitats tecnològiques i atendre als nous canvis, per això han de tenir un aprenentatge permanent Núria		El mestre ha de fer que...entenguin... perquè és molt diferent entendre que saber matemàtiques...Ester
		Los contenidos deben responder tanto a las necesidades sociales como al desarrollo personal del alumno. Laura	Per a mi, les mates són molt creatives i poden desenvolupar moltes més habilitats Ester	Perquè el mestre no pot aïllar, quan està fent classes la seva concepció política i social, i aquesta es nota al ensenyar mates...Ester
		L'ensenyament no es pot separar de la realitat social i de l'època en que vivim... les mat no es poden desenganxar de la realitat d'avui en dia. Núria		
		"resulta difícil reflexionar independientemente sobre ambos términos [educación y cambio social] Laura	¿Com es manifesten aquests valors socials a les classes de matem...?... Ester	Depèn de com el mestre entengui les mates pot arribar a crear una separació entre aquestes i la realitat Ester
		La societat reclama individus crítics, amb decisió pròpia, que tinguin alternatives... integrar-se a la rapidesa a que es donen els canvis, i que siguin bons i qualificats treballadors... Núria		
		Promover la utilización y manejo de las NTIC que simplifican y facilitan la tarea. Núria	Promoure autonomia, autogestió, esperit crític, reflexió, desenvolupament del sentit espacial, quantificació, observació sistemàtica... Ester	Però no només influeix la concepció social que tingui el mestre a l'hora de programar la seqüència de continguts, sinó que també la societat demana...una sèrie d'aspectes... Ester
		Un nen japonès adquirirà valors i costums diferents als que adquirirà un nen europeu... Núria		

Figura 5.3.1a. Classificació dels alumnes de mestre segons el seu posicionament front les matemàtiques com a pràctica social

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

	Núria conformista	Núria - Laura reflexives	Ester en nivell interrogatiu	Ester en un nivell crític implicatiu
Aprecia-cions, creences i valors		<p>Diversificar al máximo el tipo de actividades, para cubrir... Laura</p> <p>"El problema no estriba tanto en adquirir tales o cuales habilidades precisas... sino como desarrollar capacidades genéricas permanentemente adaptables" Laura</p> <p>Molts mestres es plantegen objectius molt senzills... sense preocupar-se de si després els podrà aplicar... Núria</p> <p>Promover la utilización y profundización autónoma de conocimientos... Laura</p> <p>Com poden els professors oferir una educació matemàtica... arribar sense frustracions... integrar-se a la realitat d'avui? Núria</p> <p>El profesor...tiene que seguir la evolución constante...de lo que enseña... Laura</p> <p>Lo importante es estar preparados para... el cambio Laura</p> <p>Sempre estem a temps de canviar i millorar les coses,...Al fracàs no s'hi arriba tan fàcilment. Una sèrie de factors han de coincidir... Un dels més importants és la mala actuació del mestre envers l'alumne. Núria</p>	<p>"Cal molt temps... l'alumne comet errors...S'ha d'entendre com una cosa normal i inherent al mateix procés... i no penalitzar" Ester</p> <p>Contemplar el marc temporal... Fer servir els avantatges del moment... donen sentit al nou coneixement a partir del que ja saben... L'aprenentatge...és gradual. Ester.</p> <p>No intentar igualar els coneixements matemàtics dels seus alumnes. Ester</p> <p>Que el mestre faci servir activitats on els alumnes puguin aplicar... i així no es crearà desconcert... els dona molta seguretat... i a més tenen predisposició positiva...Ester</p> <p>Hi ha molt motius socials, i són molt poderosos per a incloure determinats temes com els que tenen a veure amb el diner, l'estadística, les habilitats numèriques... Ester</p> <p>No és...perquè no ajuda als alumnes a desenvolupar el pensament crític ni a que tinguin iniciativa personal. Ester</p> <p>Alguns mestres es plantegen que l'alumne assoleixi uns continguts... S'ha d'afavorir sempre un aprenentatge que s'integri als esquemes de l'alumne... pugui ser significatiu...i guardar-lo més temps a la memòria. Núria</p> <p>Per a mi, és molt més important el desenvolupament de coneixements matemàtics, encara que també són importants... Ester</p>	<p>Crec que ara, i quan anava a EGB, la majoria dels mestres donen més importància a l'objectiu... després... Ester</p> <p>La concepció que tinguem pel que fa a la capacitat dels nostres alumnes per aprendre juntament amb la concepció de les matemàtiques i per a què serveixen marquen decisions crucials per al seu ensenyament. Ester</p> <p>Com a futurs mestres,... deure de pensar en donar la volta a la truita i canviar l'ordre dels objectius. Ester</p>

Figura 5.3.1b. Classificació dels alumnes de mestre segons el seu posicionament front les matemàtiques com a pràctica social

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

	Núria conformista	Núria - Laura reflexives	Ester en nivell interrogatiu	Ester en un nivell crític implicatiu
Relacions de poder		<p>Que els permetin integrar-se en el món d'avui. Molt d'ells [els alumnes] no poden accedir a determinats nivells...i altres han de triar camins que no desitgen. Núria</p> <p>La concepció constructivista representa estas ideas, es decir... Laura</p> <p>Se l'haurien de plantejar molts professors abans de redactar el seu programa... Més important que continguts... comprensió de part dels alumnes...i procediments i mètodes per assolir-los. Núria</p>	<p>Per a què ens serveix com a ciutadans saber mates?... Ester</p> <p>Futurs mestres és important...tindrem a les nostres mans el futur dels alumnes Ester</p> <p>No estic d'acord amb aquest enfoc [empirista].. crec que és més adient el realista... té punt de partida situacions contextuals... promou la integració de models matemàtics que serveixin per generar coneixement més general i abstracte. Ester</p>	<p>Jo crec que la societat...i els pares... l'objectiu utilitari, encara que depèn del nivell social... Ester</p> <p>Si ensenyem bé... ajuden molt al desenvolupament de la persona perquè potencien el pensament crític... i a tenir confiança en si mateixos Ester</p>
Posicionament pedagògic	<p>És força difícil, requereix de part dels mestres motivació, preparació i força motivadora. Núria</p> <p>El bon mestre transmetrà els continguts, de tal forma que... Núria</p>	<p>Para que la interacción entre profesor y alumnos responda a las expectativas... es necesario que la opción metodológica cumpla una serie de condiciones...Laura</p> <p>Favorecer el aprendizaje significativo frente al mecánico... Laura</p> <p>No veure la classe com una massa unida, sinó les diferències individuals, i coneixements i experiències que cada alumne aporta de la seva realitat. Núria</p> <p>Si creiem que...els coneixements han de ser útils i han d'afavorir... el mètode... serà diferent. Núria</p> <p>Recursos y medios no le faltan Laura.</p> <p>Introducir modificaciones y ajustes en la programación y desarrollo sobre la marcha... Laura</p> <p>Emplear el lenguaje para reconceptualizar experiencias... Laura</p> <p>El millor procediment...es basa amb l'experiència,... portant l'infant cap a nivells d'abstracció més elevats Núria</p> <p>Insertar al máximo la actividad que realiza el alumno en el marco de objetivos más amplios. Laura</p> <p>Soc conscient que una cosa és l'opinió i l'altra és aplicar a la realitat. Núria</p> <p>Un factor que influeix als mestres...a comportar-se com a embotidors... és el fet d'haver d'encarar als alumnes a una prova final... De què li serveix al mestre...</p>	<p>L'alumne no pot fer-ho tot sol [entendre les mates]...L'ajuda pot variar des d'un suggeriment inicial molt genèric...fins donant pautes concretes... depèn de les necessitats... Ester</p> <p>Estic amb P Ernest quan diu... de forma autoritària influeix negativament Ester</p> <p>Alguns creuen que el seu únic objectiu és transmetre uns continguts als alumnes i aquí s'acaba tot,...no...acumular coneixements. Núria</p> <p>El centre...ha de ser l'alumne... els interessos dels estudiants, promoure contextos adients a aquests interessos... Ester</p> <p>Provocar situaciones que tinguin interés...i facilitin.. i més abastables com ara...materials... visuals Ester</p> <p>Conèixer els coneixements previs [dels alumnes]...establir vincles i establir relacions entre els diferents àrees d'estudi Ester</p>	<p>...</p> <p>...Per això el mestre ha de plantejar diferents tipus d'activitats...treballs en grup, debats... Ester</p>

Figura 5.3.1c. Classificació dels alumnes de mestre segons el seu posicionament front les matemàtiques com a pràctica social

Pel que fa a com estableixen les relacions conceptuais en els seus escrits, hem construït mapes conceptuais corresponents a cadascun dels textos. A partir dels quals veiem les connexions establertes per cada una de les alumnes i on situen els elements conceptuais que consideren fonamentals en l'ensenyament i aprenentatge de les matemàtiques, a partir dels articles llegits i les discussions d'aula. Així, observant el mapa d'Ester, veiem que presenta una estructura força cohesionada, establint connexions entre els elements que considera principals (figura 5.3.2).

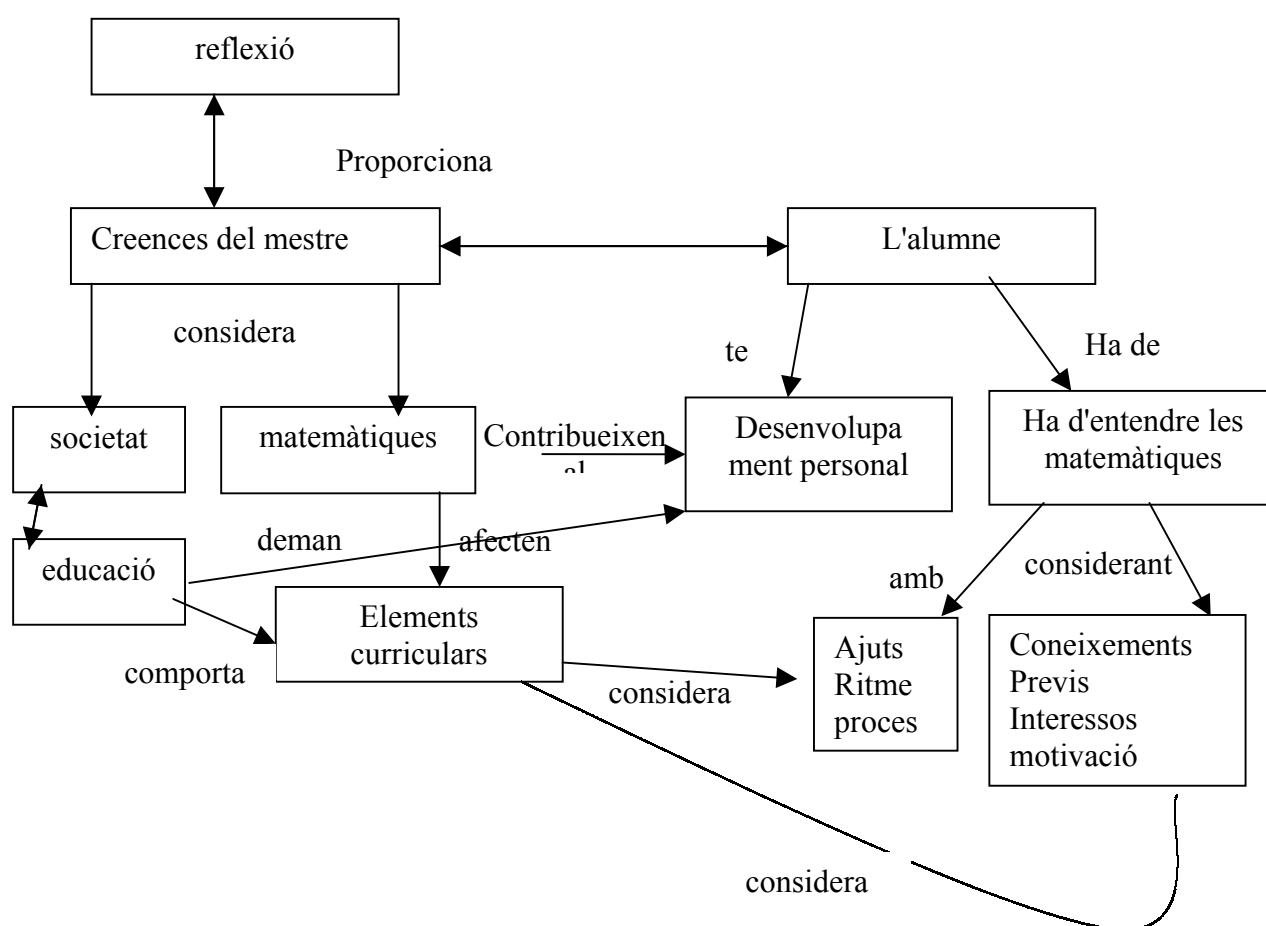


Figura 5.3.2. Mapa conceptual d'Ester sobre l'activitat 8

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

En el cas de Núria tenim un mapa que mostra, principalment un esquema classificatori centrat en el paper de l'ensenyant:

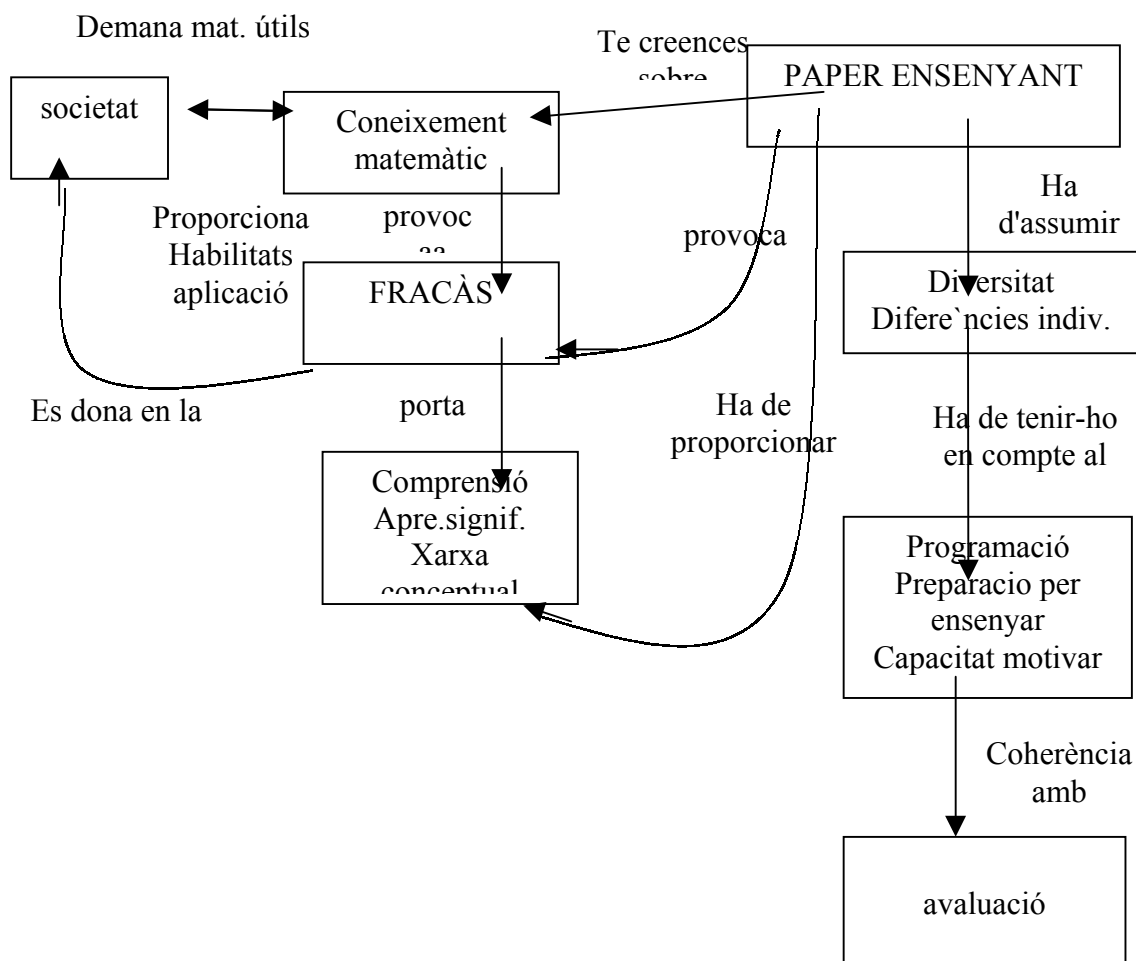


Figura 5.3.3. Mapa conceptual de Núria en l'activitat 8

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

En el cas de Laura, observem un procés classificatori dels conceptes encara més accentuat, però amb un únic nus de connexió de conceptes als canvis socials.

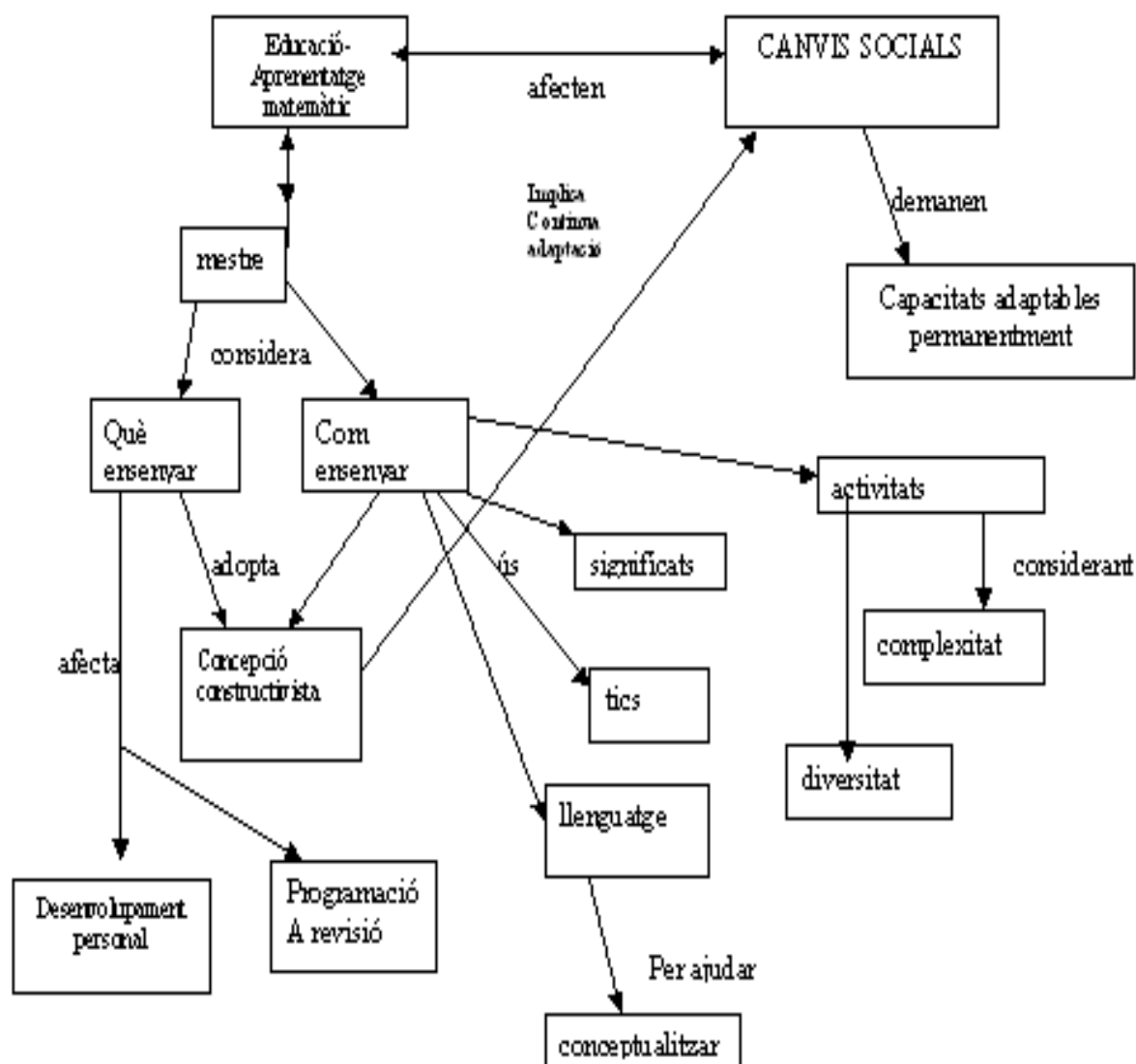


Figura 5.3.4 mapa conceptual de Laura en l'activitat 8

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

Pel que fa al grau d'implicació Ester el mostra com a col·lectiu *"nosaltres futurs mestres.."* prenent posició sobre alguns aspectes important com ara la prioritització d'objectius d'ensenyament de les matemàtiques *"crec més important el desenvolupament personal per sobre de l'utilitari i el matemàtic.."*. En canvi Núria s'implica fortament com a alumna que ha "patit " les matemàtiques, especialment en l'educació secundària. Tanmateix no s'implica gens com a futura mestre. El cas de Laura és molt diferent d'Ester i encara més de Núria, doncs no s'implica en absolut.

El fet que Núria centri el seu posicionament en una situació que sembla haver viscut intensament, el fracàs en la comprensió i el goig d'aprendre matemàtiques, fa que el seu text tingui un clar fil argumental dirigit per la necessitat de justificar el paper del mestre en el fracàs, inclou preguntes intercalades que són principalment retòriques. Tanmateix deixa molts aspectes per tocar, tot i pensant només en el problema que planteja, com ara un posicionament pedagògic més concret, una referència més extensa a com es produeix l'aprenentatge, etc.

Resultat 5.3.3. Des del punt de vista del desenvolupament professional en l'anàlisi del discurs no hi ha referències al valor del coneixement matemàtic per se. Els resultats pel que fa al coneixement interpretatiu -estratègic reforcen la visió implicativa i crítica d'una de les alumnes de la mostra a diferència de les altres. Pel que fa al contingut professional -actitudinal totes tres busquen un posicionament en el discurs pedagògic i mostren implicació reflexiva professional però a nivells diferents. Cal tenir en compte que l'activitat porta a considerar els elements interpretatius estratègics i els professionals-actitudinals, per tant no es estrany que els manifestin, això si a nivells molt diferents.

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

Respecte del coneixement interpretatiu estratègic totes tres posen en evidència que estant tractant amb nocions matemàtiques, Núria quan planteja la connexió entre el món real i les matemàtiques

es molt important que els nens adquireixin les habilitats matemàtiques indispensables que els permetin integrar-se en el món d'avui (Núria 05-00/8).

Ester ho fa quan identifica processos significatius de matematització i constata graus diversos de dificultat en el contingut

hi ha d'altres habilitats a desenvolupar com....el desenvolupament del sentit espacial, la representació de l'espai, la quantificació, la classificació..(Ester 05-00/8).

entendre matemàtiques vol dir haver desenvolupat unes capacitats de resoldre problemes, per poder raonar i argumentar...es saber fer relacions, bones connexions, però l'alumne no pot fer-ho correctament tot sinó que necessita d'una ajuda del mestre (Ester 05-00/8).

per arribar al domini d'alguns conceptes matemàtics cal molt de temps/el mestre ha de tenir en compte les diferències (Ester 05-00/8).

mai hem d'oblidar com a mestres que la concepció que tinguem del que són les matemàtiques juntament a la que tinguem de la

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

capacitat d'aprenentatge dels nostres alumnes.. marquen decisions crucials per al seu ensenyament (Ester 05-00/8)

I Laura quan distingeix tipus de coneixement en matemàtiques:

Favorecer, en general, el aprendizaje significativo frente al mecánico, teniendo presente que en ciertas ocasiones el mecánico puede resultar más favorable, por ejemplo saber de memoria las tablas de multiplicar (Laura05-00/8)

Laura i Ester identifiquen elements del disseny d'aprenentatge quan parlen processos de control i regulació

por ejemplo dar soporte a algún concepto matemático en posteriores sesiones si se piensa que no ha quedado del todo asumido(Laura 05-00/8).

en aquest llarg procés de temps el alumne comet errors o no fa les coses completament bé, s'ha d'entendre com una cosa normal i inherent al mateix procés d'aprenentatge(Ester05-00/8).

O be Laura quan relaciona una seqüència de contingut amb el disseny de l'aprenentatge

las rutinas mecánicas de cálculo no se separen de los problemas, actividades y contextos que esas rutinas pueden ayudar a resolver (Laura05-00/8).

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

En el cas d'Ester usant evocacions d'aprenentatge per recolzar afirmacions o explicitant eines de motivació

a mi particularment no m'ha ajudat gens a l'EGB quan m'equivocava i em feien una rodona vermella o em tatxaven el resultat, sense explicar-me després en que m'havia equivocat (Ester 05-00/8)

promoure contextos que siguin adients als interessos d'aquests i utilitzar jocs, contextos reals (Ester 05-00/8).

En canvi Núria no mostra cap indicador que es refereixi al disseny de l'aprenentatge, parla de motivació però no explicita cap eina concreta.

Totes tres, Núria en menor mesura, plantegen explícitament elements de gestió quan tenen en compte l'entorn i tenen en compte la cultura matemàtica de l'alumnat, comparen models de treball i procurant argumentar decisions instructives

podem dir que l'ensenyament és una activitat que no es pot separar de la realitat social i de l'època que vivim(Núria 05-00/8)

el docent ha de contemplar el marc temporal en el que viuen i és important i profitós per l'alumne i el mateix docent fer servir els avantatges del moment (Ester 05-00/8)

el centre de l'activitat ha de ser l'alumne per tant s'ha de conèixer quins son els seus coneixements previs. (Ester 05-00/8)

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

el mestre faci servir activitats on els alumnes puguin aplicar aquelles matemàtiques que ja sap i així no es crearà desconcert pel tema nou (Ester 05-00/8)..

teniendo presente que el aprendizaje mecánico puede resultar más favorable,por ejemplo las tablas de multiplicar(Laura 05-00/8).

amb un enfoc empirista però no estic totalment d'acord amb aquest enfoc ja que no arriben a l'abstracció,per tant més adient es el realista(Ester 05-00/8).

usar el que l'alumne ja sap..els dona confiança en ells mateixos i a més tenen predisposició positiva en relació amb el tema que s'està iniciant(Ester 05-00/8).

Només Ester reconeix alguns elements funcionals de les tasques educatives i d'estils instructius diversos

jo crec que aquesta no es la millor manera d'ensenyar mates per que no ajuda als alumnes a desenvolupar el pensament crític ni a que tinguin iniciativa personal (Ester 05-00/8).

ha de plantejar diferents tipus d'activitats com treballs en grup,alguns debats a classe (Ester 05-00/8).

aquesta ajuda pot variar des d'un suggeriment inicial molt genèric fins una ajuda continua del mestre durant tot el procés el grau d'aquestes ajudes depen de les necessitats i mancances que presenti cada alumne (Ester 05-00/8).

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

També explicita el valor del coneixement previ

es relaciona amb el que ja saben,els dona molta seguretat(05-00/8)

jo tinc l'experiència que quan estic aprenent uns aspectes nous,per a mi, de les matemàtiques sempre interpreto i l'aprenc millor des dels coneixements previs que tenia i no interpretant-lo com un tema nou i inconnex (Ester 05-00/8).

Tant Núria com Ester parlen de les relacions alumne- professor

Aquesta ajuda pot variar des d'un suggeriment inicial molt genèric fins.....(Ester 05-00/8)

Veuen que la classe s'enfonsa,...,i la classe fracassa.....i no fan res per canviar-ho (Núria 05-00/8)

Respecte del contingut professional - actitudinal Núria mostra una forta implicació en tot el text quan referència l'impacte possible de les accions educatives

no poden accedir a determinats nivells per que s'han entrebancat amb aquesta assignatura i molts han de triar camins que no desitgen (Núria 05-00/8).

Ester també ho fa mostrant il·lusió i oferint contrast de possibles posicions

com a futurs mestres és important tenir en compte que tindrem en les nostres mans el futur dels alumnes.(Ester 05-00/8)

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

aquest enfoc promou l'integració de models matemàtics que serveixen per generar el coneixement més formal i abstracte, encara que haig de reconèixer que cap enfoc es el millor i que es pot aprofitar el més encertat de cada un. (Ester 05-00/8).

En canvi Laura no mostra cap senyal d'implicació personal.

Totes tres quan busquen un posicionament en el discurs pedagògic

considero que més important que acumular continguts en si, un bon professor hauria de pensar en la comprensió d'aquests per part dels alumnes (Núria 05-00/8)

l'ensenyament és una activitat que no es pot separar de la realitat social i de l'època que vivim (Núria 05-00/8)

les matemàtiques s'han convertit en l'objecte de temor de molts estudiants ('Núria 05-00/8)

para que la interacción entre el profesor y los alumnos responda a las expectativas previstas es necesario que la opción metodológica cumpla una serie de condiciones/los contenidos deben responder a las necesidades sociales/utilización de las nuevas tecnologías/.. (Laura 05-00/8).

si el mestre ensenya d'una manera democratica els està preparant per viure en societat (Ester 05-00/8).

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

(1) com a futurs mestres tenim el deure de pensar en donar la volta a la truita i canviar l'ordre de prioritats(Ester05-00/8).

I Núria ho fa especialment quan reconeix explícitament el protagonisme de l'alumnat i la seva diversitat

es important no veure la classe com una massa unida, sinó les diferències individuals i els coneixements inexperiències que cada alumne aporta de la seva realitat(Nuria05-00/8).

com els professors poden oferir una educació matemàtica a la qual tots els alumnes puguin arribar sense frustracions....(Nuria05-00/8).

Ester i Núria valoren l'equitat educativa en el treball matemàtic procurant explicitar els valors matemàtics que cal promoure i identificant i reconeixent el valor de l'acció docent en matemàtiques

que es el que la societat reclama per als seus ciutadans (Nuria05-00/8)

no ajuda als alumnes a desenvolupar el pensament crític ni a que tinguin iniciativa personal(Ester 05-00/8).

les matemàtiques ajuden molt al desenvolupament de la persona perquè potencia el pensament crític,el raonament i el pensament lògic..(Ester05-00/8).

la societat demana al sistema escolar una sèrie d'aspectes pel que fa a les mates(Ester 05-00/8).

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

en general la societat demana que els estudiants adquireixin habilitats matemàtiques utilitàries, després que aquest ensenyament contribueixi en el creixement de la persona i per últim que aprengui coneixements matemàtics. (Ester 05-00/8)

En canvi Laura torna a no mostrar indicadors en aquest aspecte de l'assumpció de l'activitat professional.

Ara bé, totes tres mostren implicació reflexiva professional quan evoken valors de formació no estrictament matemàtics

si els alumnes no aprenen s'haurà de replantejar el programa (Núria 05-00/8).

per altra banda un factor que influeix als mestres a comportar-se con a embotidors de coneixements és el fet d'haver d'encarar als alumnes a una prova final.... (Núria 05-00/8).

el problema no estriba tanto en adquirir tales o cuales habilidades precisas para la educación matemática sino en cómo desarrollar capacidades genéricas permanentemente adaptables.. (Laura 05-00/8).

còm es manifesten aquests valors socials a la classe de matemàtiques/per a mi és molt més important el desenvolupament com a persona que l'adquisició de

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

coneixements matemàtics, encara que també són importants(Ester 05-00/8).

s'ha de tenir molta paciència amb l'alumnat per que les matemàtiques no s'aprenen de cop.(Ester 05-00/8).

I al parlar d'experiències realitzades

la gran tendència que tenen els mestres de matemàtiques –i ho se per pròpia experiència–és la de no canviar mai el seu mètode..(Nuria 05-00/8).

Només en Ester trobem referències d'altres autors

estic d'acord amb P. Ernest quan diu que si un mestre ensenya matemàtiques d'una forma autoritària..(05-00/8)

aquesta idea ho recull molt bé Abrantes, l'aprenentatge es considerat un procés de construcció actiu del coneixement..(05-00/8).

estic d'acord amb el que diuen Alsina i d'altres, la referència comuna haurien de ser els objectius generals, propostes de treball flexibles i obertes..(05-00/8).

Totes tres fan comentaris sobre la presa de decisions de formació

(Núria) la societat reclama individus crítics i amb decisió pròpia...per tant calen unes matemàtiques útils i vinculades a la societat (05-00/8).

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

(Núria) s'ha d'afavorir sempre un aprenentatge que s'integri en els esquemes del alumne per tal que aquest pugui ser significatiu per ell..(05-00/8).

es fácil imaginar cuan altera esto la posición del docente,el profesor de matemáticas se encuentra con que tiene que seguir la evolución constante del conocimiento..(Laura 05-00/8).

per a què ens serveix saber mates, me'n recordo que aquesta pregunta un cop em va xocar però ara sí se per que..(Ester 05-00/8).

hem de saber quines son les nostres opinions sobre la matèria que ensenyarem que es reflexarà, conscient o inconscientment, a les nostres classes (Ester/05-00/8)

Pel que fa al compromís i identitat professional només Ester, en tot el text, es responsabilitza de dur a terme allò que ella considera una bona manera d'actuar, Núria es compromet però no professionalment i Laura no mostra cap indicador de compromís:

Es important tenir en compte que tindrem en les nostres mans el futur dels alumne....(Ester 05-00/8)

.....Com ens plantejem el programa (Ester 05-00/8)

Soc conscient que una cosa es l'opinió i una altra és enfrontar-se amb la realitat i aplicar-la(Núria 05-00/8)

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

Al considerar aspectes del **coneixement interpretatiu- estratègic** veiem en el quadre següent, que una de les estudiants presenta un grau major d'evocació de coneixements i de forma equilibrada en tots els aspectes que hem considerat. L'èmfasi comú més accentuat es centra sobre la interacció.

Aspectes del discurs observats		Núria	Laura	Ester
Sobre l'aprenentatge	Tracta amb matemàtiques	▲	▲	▲▲▲
	Disseny d'aprenentatge		▲	▲▲▲
Sobre la instrucció	Elements curriculars			▲
	Elements de gestió	▲	▲▲▲	▲▲▲
	Funció de tasques i estils			▲
Sobre processos interactius	Negociació de significats	▲	▲	▲▲
	Relacions professor-alumne	▲▲		▲▲

Figura 5.3.4. Aspectes estratègics observats en el discurs.

Figura 5.3.5. Aspectes professionals observats en el discurs

Aspectes del discurs observats		Laura	Núria	Ester
Assumpció de l'activitat professional	Implicació i flexibilitat	▲	▲▲▲	▲▲
	Identificació de posicions	▲	▲▲▲▲	▲▲▲▲
	Valor dialèctic acció		▲	▲▲
	Implicació reflexiva professional	▲▲	▲▲	▲▲▲
Actituds crítiques i reflexives	Valoració paper social	▲	▲	▲▲
	Judicis reflexius ,decisiones		▲▲▲	▲▲▲
Compromís i identitat			▲	▲▲

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

Al considerar els aspectes comportamentals/actitudinals del contingut professional (veure quadre anterior) veiem que l'assumpció de l'actitud professional domina per sobre de les actituds crítiques i reflexives. Hi ha molt poc grau de compromís i identificació professional.

5.4. Activitat 9. Integració de coneixements. Valoració de seqüències d'aprenentatge en llibres de text.

En aquesta activitat es vol esbrinar el posicionament pedagògic i la integració de coneixement didàctic mostrat en l'anàlisi d'una seqüència didàctica extreta d'una col·lecció de textos de Primària que formen part d'un mateix projecte editorial.

S'analitzarà el text desenvolupat per les 3 persones des del punt de vista de la pràctica social. Es a dir, posats en situació de entendre propostes alienes i de ser crítics amb elles volem veure com evidencien els seus models de coneixement i de creences sobre ensenyar i aprendre. També fem una anàlisi des del punt de vista del discurs del coneixement interpretatiu -estratègic i del contingut professional en els aspectes comportamentals i actitudinals.

L'activitat proposada, de caràcter voluntari, té la intenció de posar en evidència la capacitat dels alumnes de detectar els continguts essencials que es treballen en les diverses tasques dels llibres de text, valorar la seqüència d'aprenentatge fent notar mancances i errades (matemàtiques o didàctiques) i la metodologia que es fa palesa en tota la proposta.

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

SEQÜÈNCIA BÁSICA DE L'ENSENYAMENT DEL SISTEMA DE NUMERACIÓ**Activitats a realitzar.**

1. *Seleccionar una col.lecció de textos de 1er a 6è de la mateixa proposta editorial. Analitzar la seqüència que es proposa per l'aprenentatge del sistema de numeració segons els següents criteris:*

- a) Distribució dels continguts durant els sis cursos.*
- b) Contextos que s'utilitzen per treballar els nombres, tant a nivell introductori com a nivell d'aplicació.*
- c) Diversificació d'activitats:manipulació, representació, de relació entre els nombres, escrites, mentals, amb calculadora,...*

Fer una valoració global de la proposta.

SEQÜÈNCIES BàSIQUES D'ENSENYAMENT DE LES OPERACIONS**Activitats a realitzar**

1. *Seleccionar la seqüència d'ensenyament d'una de les 4 operacions bàsiques en una col.lecció de textos de la mateixa proposta editorial.*

Completar-la afegint els aspectes que no es troben en els textos i son importants des del punt de vista del seu aprenentatge.

Cal tenir en compte que se suposa que l'alumne està en situació de posar en joc les lectures treballades en el tema de Desenvolupament del Sentit Numèric i les activitats d'aprenentatge realitzades en les sessions de classe. En concret, a més de les lectures més relacionades amb el treball de la seqüència, els alumnes tenien altres documents usats en sessions anteriors de classe, com ara el guió següent:

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00

ELEMENTS A TENIR EN COMPTE ABANS D'INICIAR L'ENSENYAMENT D'UNA OPERACIÓ.

- a) *Seleccionar i ordenar els **significats** que es volen treballar.*
- b) *Preveure **situacions concretes i contextos més amplis** adients a la realitat de l'alumne (edat, entorn) i també als significats triats.*
- c) *Seleccionar les **representacions** que es volen treballar, ordenar-les de les més concretes a les més abstractes i determinar com i quan s'introduiran.*
- d) *Analitzar els **algorismes** i triar els més adients a les possibilitats dels alumnes; preveure els mentals i els escrits, així com l'ús de la calculadora. Tenir present també els coneixements que tenen del sistema de numeració i adaptar els algorismes a aquest coneixement. Proposar algorismes de càlcul aproximat.*
- e) *Preveure els moments en que **es relacionarà l'operació amb d'altres operacions**(inverses, simultànies,...).*
- f) *Quines **propietats** i a quin nivell es treballaran(ús, justificació,...).*
- g) *Organitzar la **seqüència** de pasos fonamentals.*

Consideracions sobre la Trajectòria hipotètica de l'activitat

Adaptem a continuació les tipologies d'estudiant de mestre ja utilitzades a l'activitat anterior, al cas dels judicis emesos pels estudiants en fer una crítica d'una proposta aliena de seqüència d'aprenentatge.

En aquest context definirem com a **conformista** a l'estudiant que té un comportament caracteritzat essencialment per acceptar una proposta estructurada matemàtica i lògicament, amb activitats descontextualitzades o amb dibuixos figuratius a tall d'il·lustració pretesament facilitadora de conceptualització, amb una

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

gran càrrega algorísmica i simbòlica i amb absència de connexions amb d'altres temes relacionats.

Alguns exemples els tenim en comentaris com el de Núria que no qüestiona l'ús de representacions de materials didàctics en lloc dels materials autèntics *"La pràctica de les desenes es fa mitjançant la utilització de blocs multibase. Aquests, que són **dibuixats**, són **útils** per que els nens distingeixin les desenes de les unitats; això també permet que es realitzin descomposicions de nombres"*, o també quan no es planteja que la seqüència que ha triat d'una col·lecció editorial pugui ser molt qüestionada (opinió del formador) i diu *"La seqüenciació numèrica de primer a quart curs està molt ben introduïda"*, trobem referències també en Laura quan reconeix la bondat de la "pràctica" i diu *"També es a tercer on comencen a trobar que una gran part de les pàgines és ocupada per informació teòrica i es redueix la pràctica, per tant considero que hi falta pràctica.."* però no diu raonament, llenguatge, etc.

Definirem com a **reflexiu** al estudiant que bàsicament està d'acord amb la proposta però fa propostes de canvi que no n'alteren l'essencial. Demana que s'usi materials manipulatius per un tema de motivació i concreció del concepte, troba a faltar aspectes com el càlcul mental i l'ús de la calculadora, proposa que s'estableixin relacions inverses entre els conceptes o les propietats, sap veure diferències entre les situacions que impliquen diferents significats d'un concepte.

Posem per cas quan Laura comenta que *"Quant s'està introduint la resta en aquest tipus de problemes seria convenient treballar-ho amb materials "*, o també Ester *"També es podria demanar l'ús de la calculadora per tal de corregir les sumes o amb unes altres finalitats com les d'agilitzar el càlcul en els problemes*, o quan Núria demana que es doni més importància a les primeres fases de treball d'un

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

concepte nou" *També estaria bé, haver fet una introducció més treballada de la segona centena en comptes de passar directament de la primera centena a mencionar-les totes.*

Finalment anomenarem **interrogatiu** al que es caracteritzi per reconèixer explícitament salts, mancances o desviacions en sentit didàctic en la seqüència proposada, identifica postures ideològiques en la proposta i demana alternatives, demana també que les tasques estiguin contextualitzades, que el material didàctic s'usi per potenciar i fer possible el raonament dels alumnes de Primària, que troba a faltar significats en la seqüència, es qüestiona l'ús d'algorismes estàndard i demana que els alumnes puguin desenvolupar mètodes de càlcul més personals i comprensibles, que s'usi les relacions entre les operacions i les seves propietats per afavorir el càlcul mental.

Encara que no es donin totes les característiques podem trobar indicadors en comentaris com els d'Ester trobant a faltar tipus d'activitats molt importants "*Un altre aspecte que no es treballa en el llibre és. estimació de sumes*", o quan Laura detecta que falten alguns significats en la seqüència de la resta "*trobem a faltar mirant la classificació de Dickson la subtracció comparativa i la d'unió*", o també quan vol que els alumnes puguin exercitar la seva capacitat de discernir " *en cas d'ensenyar les dues formes podrien deixar decidir als alumnes quina forma els hi va millor per restar.*

Anàlisi retrospectiva

A partir de les categories definides reconeixem el següent:

Resultat 5.4.1. Les tres persones analitzades, mostren globalment tendències ben diferents pel que fa a les seves creences sobre l' ensenyar i

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

l'aprendre aplicades a valorar i criticar una seqüència d'aprenentatge. Dues de les persones tenen més indicadors recollits en els tipus reflexiu, una en te alguns en el interrogatiu i l'altra en te en el conformista. La tercera persona te un perfil més clar conformista encara que amb tocs reflexius.

Quan recollim les declaracions escrites de les tres persones de la mostra veiem que mostren tendències cap a una de les tres tipologies però no d'una manera totalment definida. Recollim en un quadre (veure fig. 5.4.1) valoracions referides a les tres persones en cadascun dels aspectes que eren una referència a l'hora de valorar una seqüència d'aprenentatge (numèrica o referida a una operació aritmètica), es a dir, la selecció i ordre d'aparició dels **significats** relatius a un concepte, els **contextos** adients a l'edat dels alumnes i als significats triats, la selecció de **representacions**, el conjunt d'**algorismes** incloent mentals, escrits, calculadora, estimació, l'ús de **relacions i propietats** de les operacions i, finalment, la **organització de la seqüència fonamental**.

Per això establim un barem d'1 a 3, on assignarem 1 a les posicions conformistes, 2 a les reflexives i 3 a les interrogatives.

Aspectes	Núria	Laura	Ester
Significats	2	3	2
Contextos	1	1	2
Representacions	1	2	3
Algorismes	1	2	2
Relacions	2	1	3
Seqüència bàsica	1	2	2
Totals	8	11	14

Figura 5.4.1. Valoració dels aspectes considerats per definir les tipologies

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

En el cas dels significats, Laura distingeix els que es troben en la proposta i, a més, reclama la necessitat de que en la Primària han de donar-se situacions amb els que falten i s'ha treballat a classe. Ester i Núria distingeixen els que hi ha en la seva seqüència però no en troben a faltar cap i de fet sí que en manquen.

Pel que fa als contextos en que es situen les activitats ja els sembla bé les activitats descontextualitzades, només Ester reclama la necessitat de canviar això en la proposta, però sense explicitar res més.

L'ús dels materials manipulatius, que ha estat abastament exemplificada, viscuda i fonamentada a classe no ha reeixit davant d'una proposta estructurada, dues d'elles ja veuen bé que s'usi representacions dibuixades d'objectes i de materials didàctics en lloc d'exigir-ne l'ús més generalitzat i quan el demanen sembla respondre més a un reforç que no a quelcom fonamental.

Globalment, pel que fa a la seqüència bàsica de la proposta, Núria només **discuteix petites coses**, Laura només **troba a faltar més reiteració** en les activitats tipus exercicis i Ester no objecta cap tros de la mateixa, això sí **assenyala un tipus d'activitat important** que no hi surt, l'estimació. Pel que fa als algorismes no passen d'una posició reflexiva i en el cas de l'ús de relacions i propietats les tres actituds són diferents.

Resultat 5.4.2. respecte del coneixement interpretatiu estratègic les tres persones incorporen més indicadors de l'aspecte instructiu, especialment en el curricular. En l'aspecte de l'aprenentatge en menor mesura, només trobem identifications del disseny de l'aprenentatge. Pel que fa als processos interactius no hi ha referències. Una de les persones mostra un grau de coneixement més equilibrat en els diferents aspectes que les altres dues persones.

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

Les referències que trobem respecte a l'aprenentatge de les matemàtiques són l'ús de propietats i la identificació de processos significatius en Laura:

Crec important que abans d'introduir la resta portant es representin gràficament les quantitats que s'ha de restar en forma de desenes i unitats.

Segons la classe de subtracció la pregunta es Quants en queden? Utilitza acció en tres temps, la situació de partida, l'acció i la situació final.....

I en Núria i Ester d'anàlisi de processos:

si sumes un número més et donarà el següent, això permet veure que un nombre després que l'altre no es res més que la suma del primer nombre més 1 (Núria 05-00/12)

es preté amb diferents activitats que el nen estableixi relacions entre els nombres, que no els vegin com símbols aïllats.....(Núria 05-00/12)

el nen s'adoni que els nombres són símbols que s'utilitzen en la vida quotidiana i llavors els relacioni amb situacions reals...(Núria 05-00/12).

Caldria esmentar que les activitats que es presenten en aquests textos estan molt descontextualitzades.. hi ha tres propietats de les operacions que son molt importants per afavorir la comprensió de la suma....(Ester 05-00/12)

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

I també quan Núria i Laura relacionen la seqüència de continguts amb el disseny de l'aprenentatge

la suma també s'utilitza per enfortir el coneixement que el nen te dels nombres(Núria 05-00/12).

..exercicis de descomposició, alguns dels quals són idèntics als que proposava el llibre de primer per descomposar la desena(05-00/12).

no ha insistit que les desenes no són únicament la xifra que ocupa aquest lloc...(05-00/12).

En els primers moments de la introducció de la resta no se separa l'operació abstracte de les situacions reals (Laura)

L'aspecte en el que trobem més registres és el de la instrucció sobretot en la consideració dels elements curriculars.

Núria considera reconeix objectius i finalitats de les activitats i quan proposa l'ús de materials

el llibre preté que el nen faci el salt d'allò que està dibuixat en el llibre a allò que es simbòlic (Núria 05-00/12)

la suma s'utilitza per enfortir el coneixement que te el nen sobre els nombres (Núria 05-00/12).

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

l'alumne pot representar qualsevol xifra amb bitllets de mil, cinc mil, monedes de 100,200,50, 25,o d'una pesseta (Núria 05-00/12).

la pràctica de les desenes es fa amb material multibase, aquests són dibuixat si són útils per que els nens distingeixin les desenes de les unitats que te una quantitat, també que es realitzin descomposicions..(Núria 05-00/12)

O be identificant elements claus en la seqüència d'aprenentatge

un cop introduïda la desena com el nombre que ve després del 9, es practica la descomposició del 10 en sumes en les que falta un sumant $2+..=10....$ (Núria 05-00/12)

els nombres més conflictius que van del 10 al 16 per que el seu nom no es correspon amb el seu significat...(Núria 05-00/12)

estaria bé haver fet una introducció més detallada de la segona centena en comptes de passar de la primera a mencionar-les totes (Núria 05-00/12).

que tot nombre te un nombre següent que s'obté afegint una unitat (Núria 05-00/12).

I Laura quan fa al·lusions al contingut

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

En aquest curs no es treballa la resta portant-ne per que te una gran complexitat,...(Laura)

Tant Núria com Laura estableixen relacions instructives associades a diverses facetes del concepte

es suposa que a partir d'aquí l'alumne ha d'establir totes les possibles relacions entre aquests nombres, que serien tota la seqüència numèrica del 100 fins al 999(Núria 05-00/12).

el 99 es representa mitjançant blocs multibase....s'afegeix una unitat i es formen les deu tires de 10 que faran el cent, es important que vegi que 100 és 10 vegades 10,....diem que una centena son 100 unitats(Núria 05-00/12)

el nen s'adoni que els nombres són símbols que s'usen a la vida quotidiana i els relacionin amb situacions reals.....on en moltes ocasions son codis (Núria 05-00/12)

en el tema del les mesures de longitud es fa un treball aprofundit dels nombres d'una manera implícita(Núria 05-00/12)

en aquestes activitats on es treballa la resta trobem a faltar la subtracció comparativa, vertical i d'unió.....(Laura).

També es podria explicar les restes sumant la desena afegida a l'esquerra del subtrahend....(Laura).

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

En canvi en el cas d'Ester només trobem indicadors relacionats amb identifica elements claus en la seqüència de la suma que analitza

Encara no ha fet suficient pràctica amb sumes d'unitats i ja s'introdueix les desenes

Només es treballa la suma i ni tant sols treballa la suma com a operació inversa de la resta

No hi ha pràctica de l'algorisme horitzontal de la suma (Ester 05-00/12)

Núria i Laura reconeixen representacions instruccional, la primera quan valora representacions:

apareixen requadres que serveixen per diferenciar bé a quin ordre pertanyen les xifres(05-00/12).

(1b)l'alumne ha de saber representar nombres amb el material multibase (05-00/12).

(1b)a través de la representació en la recta pot veure la diferència entre dos nombres de manera visual (aproximadament) (05-00/12).

I la segona quan imagina el que saben els alumnes

Per això es plantegen problemes preoperatoris que en faciliten la comprensió(Laura)

Laura també reconeix el sentit d'algunes tasques quan diu:

Es convenient que el càlcul es vagi practicant de forma periòdica ja que té una bona base memorística (Laura).

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

Pel que fa als processos interactius no trobem gairebé cap referència, només Laura quan explicita algunes estratègies per afavorir la comprensió de l'alumne:

Es simbolitza gràficament els elements que es treuen per que si s'esborren es perd constància del que s'ha fet, així el nen veu el que hi havia i el que hi ha(Laura).

Resultat 5.4.3. El grau d'implicació professional mostrat, essent molt baix en les tres persones, es divers. Dues d'elles mostren un cert grau d'assumpció de l'activitat professional però que no arriba a actituds gaire crítiques i la tercera persona no reflexa cap mena d'implicació professional - personal front a l'aprenentatge.

En efecte, respecte del contingut professional - actitudinal, Núria fa referència l'impacte possible de les accions educatives

hem vist que la quantitat de fulls dedicada als nombres a primer curs és molt més abundant que la de sisè curs (05-00/12).

però aquesta seqüenciació comença a trontollar a partir de cinquè on s'abruma al nen amb moltes idees difícils de pair (05-00/12).

Núria i Ester busquen posicionament en el discurs pedagògic

en comptes de practicar això que tant ràpidament s'ha donat a cinquè...(Núria 05-00/12).

s'haurien de treballar més amb representacions gràfiques de materials manipulatius.. fins que el nen estigui en condicions de poder-ho transmetre al llenguatge escrit(Ester 05-00/12)

A més Ester proposa accions efectives i realistes

es podria demanar l'ús de la calculadora per tal de corregir les sumes o per agilitzar el càlcul en els problemes(Ester 05-00/12).

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

Núria quan explicita reflexions i s'avança a pensar en el que pot passar

després a sisè en comptes de practicar això que tant ràpidament s'ha donat a cinquè...(05-00/12).

a la resta de cursos hi ha una clara desaparició de contextos de material manipulatiu dibuixat (05-00/12

però aquesta comença a trontollar a partir de cinquè on s'abruma al nen amb moltes idees difícils de pair (05-00/12).

explicita opinions i comentaris

en la meua opinió, està bé per què primer introdueix el numero 10 com a següent del 9 i deixa que els nens paeixin això abans d'introduir la paraula desena (Núria 05-00/12) estaria be haver fet una introducció més treballada de la segona desena en comptes de..(Núria 05-00/12).

Argumenta per fer judicis justificats

no es fa una introducció molt especial del 20, no es posa com 19+1....el nen ha de veure que 10+10=20....opino que es una introducció molt directa (Núria 05-00/12).

5.5. Activitat 10. Sobre el valor dels dissenys instructius. Anàlisi de propostes de programació.

Formant part de l'avaluació de l'assignatura, es demana als alumnes el disseny d'una sessió de classe per alumnes de primària amb tema i curs determinats. El treball és individual i cada persona del grup classe te un títol diferent. Les temàtiques tenen relació amb els continguts de Primària però toquen aspectes que no han estat treballats en detall a les sessions presencials de l'assignatura, una mostra de propostes es:

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

1. Relació entre les desenes i els milers.Quart.
2. Estimació numèrica amb nombres de 5 o 6 xifres. Quart.
3. Relacions entre les fraccions: cas de les meitats, quarts i vuitens. Quart.
4. Comparació de fraccions menors que 1. Sisè.
5. Ús de la recta com a representació de la suma i de la resta . Quart.
6. Meitats i dobles. Tercer.
7. Aplicar les descomposicions del 10 en dos sumands al càlcul mental . Segon.
8. Algorisme de sumar nombres de 2 xifres. Primer.
9. Ús de la calculadora per construir taules de multiplicar. Tercer.
10. Comparar l'efecte de la suma i la multiplicació sobre els nombres. Sisè.
11. Trobar les regles que s'apliquen en sèries numèriques. Cinquè.
12. Introducció al concepte de potència. Sisè.
13. Múltiples comuns a 2 nombres. Sisè.
14. Relacionar el sistema de numeració amb el Sistema Mètric Decimal en el cas de mesura de mases. Sisè.
15. Representació de dades utilitzant gràfiques rectangulars.Quart.
16. Estimació de mesures de longitud. Segon.
17. Usar la multiplicació per comptar.Cinquè.
18. Multiplicar dos decimals menors que 1 .Sisé.
19. Decimals per aproximar les divisions que no son exactes.Sisé.
20. Potències.Cinquè.
21. Prismes.Cinquè.
22. Triangles.Segon.
23. Percentatges com a fraccions.Sisé.
24. Simplificar fraccions.Sisé..
25. Angles rectes.Quart.
26. Triangles rectangles.Cinquè.

Es donen instruccions respecte dels elements que ha de contenir la proposta de programació de la sessió, així com els aspectes que es valoraran:

CARACTERÍSTIQUES DEL TREBALL

S'ha de fer una programació per a **una sessió de classe** on es treballi el contingut indicat.(o una part del mateix si es considera que es massa extens per treballar-lo en una sola sessió de classe).

Cal posar:-Una introducció on s'expliqui la relació d'aquesta sessió amb possibles sessions anteriors i posteriors així com la metodologia que s'utilitzaria.-La descripció de com es plantejaria la sessió als alumnes indicats i quina seria la dinàmica de la classe.

-Els coneixements previs que han d'estar disponibles.(**només els directament relacionats**).-Els continguts que es treballen, ben detallats.

-La finalitat o objectiu de la sessió(que serà molt més concret que el títol que s'ha ofert pel treball).

-La /les activitat/s que es duran a terme durant la sessió, incloent el material que usaran els alumnes(fulls de treball, material didàctic,...).

Sense comptar els fulls que es corresponen amb el material que es donaria als alumnes, l'extensió màxima ha de ser de 2 planes.

Es tindrà en compte per l'avaluació d'aquesta proposta els següents elements:-La correcció matemàtica.

-El tipus d'activitat que es proposi (potenciació del raonament,la flexibilitat,...; que no sigui simple i mecànica o poc elaborada).

-La coherència entre els continguts que s'esmentin i les activitats proposades.

-La dinàmica de la cesio (potenciació de la participació dels alumnes, activitats de grup, de síntesi,...).

-El/els context/s triats i les representacions utilitzades.-L'ús de recursos materials,visuals,...

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00	
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------	--

Durant l'elaboració del treball s'han fet entrevistes i sessions de tutoria sempre que l'alumne ho ha sol·licitat.

Consideracions sobre la Trajectòria hipotètica de l'activitat.

Sabem que l'alumnat quan elabora unitats de programació, tendeix a proposar tasques amb molt material i recursos, però el tractament conceptual i de significació sol estar poc elaborada. Els objectius fixats sempre són més amplis del que es pot assolir a partir de les tasques proposades, la gestió acostuma a ser molt dirigista, no es considera la diversitat, etc. El paper dels coneixements previs i dels contextos habitualment no es fa explícit ni rellevant. Per això, s'espera que l'alumnat elabori una proposta que integri coneixement matemàtic, especialment conceptes, representacions i relacions conceptuais amb contextos i connexions adients. Es vol veure fins quin punt hi ha incorporació conceptual en la proposta hipotètica de pràctica escolar que elaboren.

Anàlisi retrospectiva

En base a les observacions i dades obtingudes del treball dels alumnes, reconeixem el següent:

Resultat 5.5.1. Les tres propostes són molt diferents, tant pel que fa al tema com al nivell de complexitat. Les tres persones preveuen els coneixements disponibles i una de les tres els connecta amb els que proposa en la unitat de programació mitjançant un mapa conceptual. Concretament, llevat d'un cas, els significats corresponents. Llevat d'un cas el tractament de propietats es fa per un o dos exemples, sense intenció de generalitzar.

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00	
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------	--

El plantejament i la resolució de l'activitat per part de les tres persones presenta diferències importants. Mostren dificultats en precisar la relació de la sessió que desenvolupen amb les anteriors i posteriors, només Núria explica (figura 5.5.1.), encara que no justifica, quina seria una ineludible sessió anterior i anomena de passada sense concretar gaire quins continguts caldria treballar en sessions posteriors, Ester només comenta (figura 5.5.2.) que el tema ja s'hauria iniciat en sessions anteriors i Laura simplement no comenta res.

Aquesta sessió dedicada al concepte de potència la relacionaria amb sessions anteriors en les quals es treballassin les multiplicacions, però sobretot, la multiplicació d'un nombre per ell mateix perquè en aquesta sessió ja s'introdueix el concepte de quadrat. Les posteriors sessions les dedicaria a introduir potències amb cubs o altres exponents, assegurant-me anteriorment que distingeixen les diferents funcions que tenen la base i l'exponent (que no multipliquin l'exponent per la base).

La metodologia es basarà principalment en la realització d'activitats de manipulació on es representi la idea de quadrat. Els nens treballaran amb representacions reals/manipulatives de quadrat (associar l'exponent 2 amb un quadrat). Les activitats que no són d'avaluació final es realitzaran en grup.

Figura 5.5.1. Introducció de Núria

Aquesta és una programació per a una sessió de classe on es preten treballar l'algorisme de sumar nombres de dos xifres. Encara que en aquesta sessió només es treballarà sense portar-ne. Es realitzarà al primer curs del cicle inicial i la durada de la sessió és d'una hora i mitja.

No és cap sessió introductoria del contingut sinó que aquest contingut ha estat iniciat en sessions anteriors.

El que es preten és que l'alumne sigui el protagonista del seu aprenentatge i el mestre només farà de guia, donant a cada alumne l'ajuda que li sigui necessària. Haurà d'observar com juguen, manipulen temptejen, observen, etc., els nens a l'aula en aquests tallers per tal de saber si estan entenent i fent seus aquests continguts que es pretenen treballar. Com que el que no es vol aconseguir un aprenentatge mecànic el que es vol es que sigui un aprenentatge significatiu i per tant s'han plantejat diferents activitats per a que els alumnes adquireixin diferents procediments i estratègies per sumar.

Figura 5.5.2. Introducció d'Ester

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

Pel que fa a la metodologia de la sessió, Núria caracteritza el tipus de tasques (veure figura 5.5.1) i en canvi Ester va més enllà descrivint el paper del docent i el propòsit de la sessió (veure figura 5.5.2). En el cas de Laura no es recull aquesta demanda explícita en l'encàrrec de la feina i en el desenvolupament de la proposta no es troben indicacions concretes que afectin a la gestió de la sessió. El plantejament concret de les tasques es descrit amb prou extensió i coherència en els casos d'Ester i de Núria (veure fig. 5.5.3 i 5.5.4), i de manera desorganitzada per Laura.

En aquesta sessió de la classe es dividiran als alumnes en diversos grups de treball i cada un estarà a un racó dels cinc que hi ha: *El racó de l'àbac*(4 alumnes), *El racó de les regles multibase*(4-5), *El racó del memory de la suma*(4-5), *El racó del Bingo*(6 participants) i *El racó de les cartes de les monedes*(4).

Els alumnes rotaran pels diversos racons, quan acabin de treballar en un racó es canviaran a un altre que també hagin acabat els alumnes que hi estaven. Hi haurà un límit de temps per estar en cada racó que serà de 25 minuts perquè com a mínim tots els nens puguin passar per tres dels racons.

Hi ha racons que estan pensats pels alumnes que presenten més dificultats amb l'algorisme de sumar nombre se 2 xifres per tant el mestre ha de fer que els nens amb més dificultat comencin amb els racons que siguin més adients a les seves necessitats i mancances de l'aprenentatge de la suma.

El mestre donarà les pautes i fitxes en cada racó i actuarà com a guia donant a cada alumne l'ajuda necessària que pot ser diferent segons el ritme d'aprenentatge de cadascú.

Figura 5.5.3. Ester descriu la dinàmica de la sessió

La sessió començarà amb una prova avaluativa inicial per veure si distingeixen la idea de doble i quadrat. La correcció dels resultats s'efectuarà en 5 minuts (la mestra posa la solució a la pissarra i aixequen el braç els que ho han fet malament). Per la següent activitat es repartirà un tauler d'escacs a cada taula, la professora farà una introducció d'aquesta, i els alumnes faran l'activitat. La mestra, en 10 minuts (aprox.) facilitarà que un alumne de cada grup fagi un comentari sobre els resultats que ha extret el seu grup i corregirà els possibles errors del comentari que l'alumne fagi de l'activitat. Després introduirà la següent activitat i els alumnes la faran. La mestra en 10 minuts elevarà als seus alumnes a la idea de potència al quadrat i utilitzarà com a complement una transparència. Finalment, en l'últim quart d'hora, es repartirà una fitxa que han d'omplir i que serveix com a evaluació final per veure si s'ha entès la sessió. La fitxes es tornaran a la mestra que les corregirà.

Figura 5.5.4. Núria descriu la dinàmica de la sessió

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00	
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------	--

La primera planteja una activitat simultània de racons, explicitant que hi haurà rotació, el temps màxim per racó, els diversos nivells de dificultat del racons i la previsió del nombre de racons que ha de visitar cada alumne, preveient els ajuts de manera genèrica, sense concretar gaire. Anomena els materials manipulatius que cal per cada racó i dona les instruccions pels alumnes, tanmateix no especifica si les han de llegir (l'activitat és per a primer curs de Primària) o si les donarà oralment, en tot cas el registre del llenguatge és massa elevat pels alumnes (veure fig. 5.5.3).

Núria proposa quatre activitats, la primera és una avaluació inicial, dues activitats d'aprenentatge i una avaluació final. Preveu que les dues centrals es facin en grup amb posada en comú al final de cadascuna amb la direcció del docent. Inclou els fulls dels alumnes en un llenguatge adient a l'edat (veure fig. 5.5.4).

Laura (fig. 5.5.5) planteja una sessió totalment dirigida, amb activitats deslligades i enunciades de manera molt imprecisa, no té en compte la instrucció donada que un mestre qualssevol pogués dur a terme la sessió a partir de les seves explicacions i comentaris.

ACTIVITATS PROPOSADES PER A LA SESSIO:

- ① Fer un llistat dels objectes de la classe on apareguin angles rectes i comentar-los.
- ② Fer sortir a un grup de cinc voluntaris per que formin angles amb el propi cos, si cal amb l'ajuda dels companys. Per exemple: un braç amb l'antebraç, el tronc del cos amb les cames...
- ③ Fer ús del geoplà per dibuixar diverses figures que tinguin almenys un angle recte.
- ④ Forma el teu nom enganxant escuradents sobre un full quadriculat.
Compta el nombre d'angles rectes que t'han sortit.
Podries haver fet alguna lletra d'altra manera, per tal de que t'haguessin sortit més angles rectes?

Figura 5.5.5. Laura no detalla gaire les activitats que proposa

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

En el cas de la previsió de coneixements que han d'estar "disponibles" per lligar coneixements anteriors amb els que es volen construir, Ester i Núria els enuncien sense justificar-los i Laura els anomena conjuntament amb els de la sessió. Els continguts que proposa Ester són correctes en relació a les activitats, encara que en falta algun que no es troba explícitament anomenat, com el càlcul mental, i és la única de les tres que posa continguts actitudinals. Núria no els classifica, alguns estan redactats com a objectius i la formulació no es gaire correcta. Laura dona un esquema de relacions conceptuais que després no es veu reflectit en el desenvolupament i en dona uns quants de procedimentals:

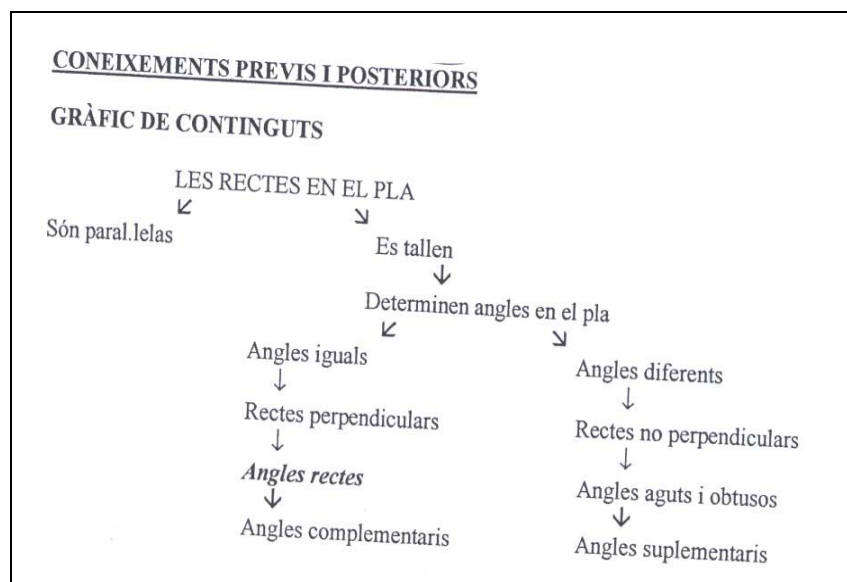


Figura 5.5.6. Mapa conceptual fet per Laura.

Pel que fa a la formulació de la finalitat de la sessió (no d'objectiu didàctic a assolir per l'alumne), hi és en les tres propostes, en un cas explicat amb més detall i en cap cas justificat en termes d'aprenentatge a més llarg termini com es veu a continuació:

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00	
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------	--

INTENCIÓ PEDAGÒGICA

- Reconeixement de l'angle recte, identificar-lo en diferents contextos o bé descontextualitzar-lo només per la perpendicularitat de dues semirectes de vèrtex comú.
- Es preten també que l'alumne traci angles rectes utilitzant instruments geomètrics.
- Encara no s'introdueix la mesura en graus de l'angle recte.

Figura 5.5.7. Laura

5. LA FINALITAT O OBJECTIU DE LA SESSIÓ

El principal objectiu d'aquesta sessió és que els nens puguin observar, manipular, temtejar, i treballar tot el que han après de sumar amb nombres de dues xifres sense portar-ne.

El per què és vol treballar en racons és perquè aquests són uns espais on els infants individualment o en petits grups realitzen de forma simultània diferents activitats d'aprenentatge dins de la classe de matemàtiques.

També s'ha triat treballar amb materials manipulatius i jocs a més de tots els aspectes didàctics i pedagògics que comporten per fer l'aprenentatge de les mates més divertit i sense que se'ls faci una activitat molt feixuga i mecànica.

Figura 5.5.8. Ester

5. FINALITAT

“Saber què és el quadrat d'un nombre com a nombre que es multiplica per si mateix a partir de situacions on s'aplica.”

Figura 5.5.9. Núria

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00	
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------	--

Pel que fa als aspectes que s'havien donat com a referents per avaluar la proposta i que, per tant, es preveia que els alumnes de mestre tindrien en compte al elaborar -la, veiem que no es produeixen errors matemàtics però si incompleteses i imprecisions.

En el cas d'Ester no concreta quin significat de la suma està implicat en les activitats que proposa pels tallers i deslliga el sentit de la operació de l'algorisme. En el cas de Núria **no té intenció de generalitzar** el concepte de quadrat "potència" lligat al d'àrea d'un quadrat, només veu alguns exemples, sense tenir en compte que a sisè es pot arribar a un major grau de conceptualització. I en el cas de Laura quan presenta l'angle recte com el format per dues perpendiculars no comenta quin preveu que es el significat de perpendiculars pels alumnes de quart curs.

Pel que fa als **tipus d'activitats que proposen**, (veure figures 5.5.10, 5.5.11 i 5.5.12) Núria es la que proposa **major diversitat** –conceptes, algorismes, problemes i llenguatge- i quatre de les sis son de segon nivell. Pel que fa a Ester proposa activitats d'algorismes, exercicis i de llenguatge, son de primer i segon nivell de complexitat, en el cas de Laura les tasques son simplistes lligades a conceptes i llenguatge.

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00	
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------	--

6. ACTIVITATS

A) *Prova avaluativa* : aquesta prova, és un joc que es reparteix a cada alumne i serveix per veure si distingeixen entre doble i quadrat. Durarà 10 minuts aproximadament.

Materials : una fitxa on apareix el joc que s'ha de fer, un color negre i un de vermell.

Forma de treball : activitat individual.

Què s'ha de fer: els alumnes han d'unir els nombres amb diferents tipus de fletxes. La fletxa negra, la faran amb color negre, és la que uneix un nombre amb el seu doble, i la fletxa vermella, feta amb color vermell, uneix un nombre amb el seu quadrat.

S'Estableixen moltes interrelacions entre els nombres.

Corregida la prova, el resultat és : **no tenen molt ben assumit què és el quadrat d'un nombre. Molts confonen quadrat i doble.**

B) *Activitat manipulativa* : consisteix en un problema . Durarà 20 minuts (aprox.)

Materials : una fitxa on apareix el problema, un tauler d'escacs per a cada taula

Forma de treball : agrupacions de 4 alumnes

Què s'ha de fer : els alumnes s'ajunten i la mestra reparteix a cada taula un tauler d'escacs i una fitxa per a cada alumne on es planteja l'activitat que solucionaran tots junts. Els alumnes han de calcular el nombre de quadradets que té un tauler d'escacs sense comptar-los.

C) *Activitat manipulativa* : càlcul de superfícies. Durarà 20 minuts (aprox.)

Materials : un full quadriculat on cada quadre representi un centímetre, una fitxa on es presenta l'activitat que s'ha de fer.

Forma de treball : activitat individual

Què s'ha de fer : se li dona a cada alumne un full quadriculat en el qual han de dibuixar un quadrat gran, agafant com a mida el nombre de quadres que vulguin. Després han de dibuixar les rajoles, que estan representades pels quadradets que hi ha dintre del quadrat gran (quadradets que mesuren un centímetre cadascun), i calcular el nombre de rajoles que té aquest quadrat sense comptar-les. És la mateixa activitat que l'anterior tot i que canvia el context i a més, es pot associar al càlcul de superfícies, ja que cada quadratet mesura un centímetre.

D) *Prova final* : prova que es realitzarà per veure si els alumnes han comprès la idea de quadrat d'un nombre. Durarà 15 minuts aproximadament.

Material : una fitxa que es repartirà a cada alumne

Els alumnes respondran , individualment, a les activitats de la fitxa i entregaran la fitxa a la mestra.

Figura 5.5.10. Activitats que proposa Núria

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

El racó de l'àbac està pensat per a que els nens puguin sumar manipulant amb el material i després ser capaç de passar a la representació gràfica i simbòlica de la suma. També ajuda als alumnes a aprendre a treballar en grup.

El racó de les regletes multibase té gairebé els mateixos objectius que l'àbac però aquest s'ha de fer individualment, a més els nens han de distingir les desenes de les unitats.

El racó del memory de la suma està pensat pels nens que presentin més dificultats. En aquesta activitat només han de fer la suma i enrecordar-se on es troba el resultat. Amb aquest joc es potencia la memòria i agilitza el càlcul mental. També el que es preten és que mitjançant el temps trobin la solució però també es vol aconseguir que els nens aprenguin a respectar el torn dels altres i a participar activament.

Amb el Bingo el que es preten és que relacionin la suma amb el seu resultat a més juga un element que és l'atzar. Aquest joc està pensat pels nens amb més agilitat per fer el càlcul mental perquè han de sumar en poc temps i guanya el que primer faci una línia.

El racó de les cartes ha estat pensat con una activitat de reforç. Té un aspecte positiu que s'utilitza el sistema monetari encara que els nens a primer de primària no estan molt familiaritzats. També es un joc pensat per facilitar l'aprenentatge de treballar en equip.

Figura 5.5.11. Activitats que proposa Ester. Les detalla a part.

Un altre aspecte valorat és la **coherència** entre les activitats i els continguts, tot plegat ha de correspondre's amb la finalitat de la sessió. Hi ha dues persones, Núria i Ester, que proposen activitats que treballen bàsicament els continguts que elles mateixes han fixat, això si Ester es deixa de citar el càlcul mental i el ús de representacions amb materials manipulatius. Núria no generalitza el cas d'àrees de quadrats al cas de costats expressats amb nombres decimals, cosa que hauria de fer donada l'edat i nivell de la proposta. Laura posa un esquema relacional de conceptes que no treballa i els continguts procedimentals no es corresponen amb les activitats que proposa.

Només Ester fa una **proposta de gestió no dirigida**, els racons simultanis sobre el mateix tema i a diferents nivells de dificultat (veure fig. 5.5.11). Núria planteja una seqüència de quatre activitats amb posades en comú intermèdies i amb prestació d'ajuts però sense concretar quines són les dificultats previsibles (veure fig. 5.5.10).

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

Laura no estableix cap connexió entre les diverses tasques que descriu, les seves propostes son de "recordar", "explicar", "proposar mètodes", etc. (veure fig. 5.5.5).

En el cas dels contextos triats per les activitats, Ester usa materials didàctics com blocs de base 10, àbacs i també transforma jocs de taula com el memory, les cartes i la loteria per usar-los en el tema que planteja. Núria només planteja l'ús d'un tauler d'escacs i una situació realista d'enrajolat amb el suport de paper quadriculat. Laura usa l'aula i el cos dels alumnes per fer recerca d'angles, també planteja una activitat amb geoplans i una amb escuradents per formar lletres de l'alfabet amb angles rectes.

Globalment la proposta d'Ester és **més complexa**, més treballada, s'atreveix amb una situació on els alumne treballen en racons, **te en compte la diversitat** dels alumnes i assigna un **paper d'observador al docent**, atent a les dificultats i encerts dels seus alumnes i **preveient la seva intervenció quan calgui**.

Núria planifica una sessió mes **"estándar"** on va proposant les tasques una a continuació de l'altra, amb **un docent que "dictamina"** el que està bé abans de passar a l'activitat següent. **Molt preocupada pel control** però sense preveure cap mena d'atenció a la diversitat.

Laura presenta una proposta **gens lligada**, amb desigual grau de detall, molt dirigista i amb una finalitat que no està d'acord amb les activitats que proposa.

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00	
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------	--

Resultat 5.5.2. En els aspectes del coneixement interpretatiu - estratègic, els alumnes de la mostra tenen en compte aspectes relatius al disseny de l'aprenentatge, a la instrucció explicitant objectius i continguts, sense justificar-los, establint relacions instruccionals. Totes tres persones consideren elements de gestió i expliciten processos interactius. En l'aspecte professional hi ha poques referències explícites.

En l'aspecte de l'aprenentatge Núria i Ester usen propietats de caire representatiu per aclarir el significació que volen del concepte que pretenen treballar:

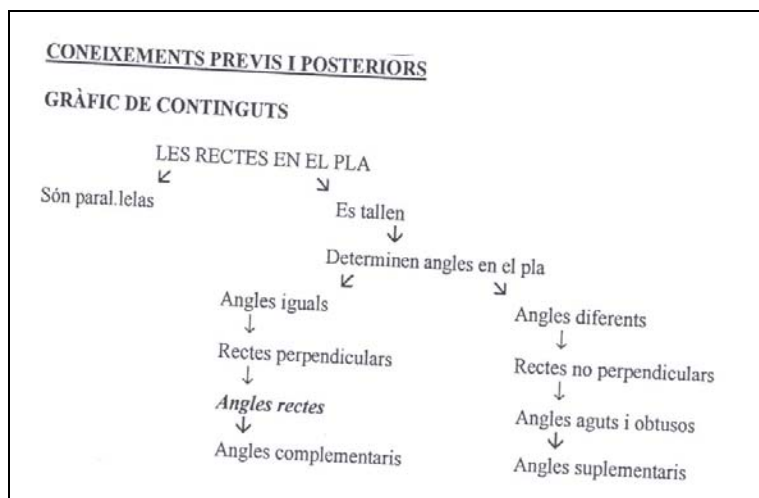
al concepte de potència la relacionaria amb sessions en les quals es treballessin les multiplicacions, però sobretot la multiplicació d'un nombre per ell mateix (Núria 06-00/9).

Realització d'activitats de manipulació on es representi la idea de quadrat (Núria)

observació real de la suma per poder passar a la seva representació numèrica/correspondència entre l'algorisme de la suma i les seves representacions (Ester 06-00/9).

Mentre que Laura usa esquemes relacionals dels continguts de matemàtiques per situar el concepte d'angle recte

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00	
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------	--



i Núria, a més, identifica moments significatius de matematització en el procés

assegurant-me que distingeixen les diferents funcions que tenen la base i l'exponent, que no multipliquin la base per l'exponent(Núria 06-00/9).

En el disseny de l'aprenentatge Núria i Ester identifiquen elements de regulació

*la mestra facilitarà que un alumne de cada grup faci un comentari sobre els resultats que ha extret.... (Núria 06-00/9).
consideració de l'error com a estímul per a noves iniciatives (Ester 06-00/9)..*

i planifiquen de manera clara, ben al contrari que Laura.

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00	
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------	--

En l'aspecte de la instrucció les tres persones de la mostra expliciten els objectius i els continguts, sense justificar-los, cosa que respon a la demanda explícita en l'encàrrec del treball, en canvi cap d'elles fa referències al currículum oficial ni justifiquen la majoria de decisions preses. Núria i Ester identifiquen alguns elements claus en la seqüència del contingut

la distinció entre doble i quadrat (Núria 06-00/9).

la sessió començarà amb una prova inicial per veure si distingeixen la idea de doble i de quadrat (Núria 06-00/9).

al principi només es contempla una figura com un tot sense distingir els elements de la figura i sense establir relacions amb d'altres(Ester 06-00/10)..

i Núria estableix relacions instruccional associades a les diferents facetes de la potenciació quan detalla els continguts.

Totes tres consideren elements de gestió, encara que la diferència es molta entre les referències que fan en diversos aspectes. Laura és la que menys en fa, només quan identifica el marc de referència de l'entorn

el fet de que es faci servir un full quadriculat, en lloc de blanc, te la finalitat de proporcionar més precisió (Laura 06-00/9).

Cosa que també fa Núria quan diu

tot i que canvia el context, es pot associar al càlcul de superfícies, ja que cada quadret ocupa un centímetre (Núria 06-00/9).

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00	
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------	--

La mestra eleva als alumnes a la idea de potència al quadrat i usarà com a complement una transparència (Núria)

Tant Núria com Ester imaginem el que saben els alumnes

no tenen molt assumit que és el quadrat d'un nombre, molts confonen quadrat i doble (Núria 06-00/9).

Cal que els alumnes sàpiguem sumar amb nombres d'una i dues xifres, reconèixer u usar els signes + i =.....(Ester 06-00/9)

I en algunes ocasions expliciten el paper de les tasques

*el racó.. ajuda als alumnes a treballar en grup (Ester 06-00/9).
el que es vol es que sigui un aprenentatge significatiu i per tant s'han plantejat diferents activitats per a que els alumnes adquireixin diferents procediments i estratègies per sumar (Ester 06-00/9)*

*els alumnes hauran de calcular el nombre de quadradets que te un tauler d'escacs sense comptar-los (Núria 06-00/9)
es la mateixa activitat que l'anterior tot i que canvia el context, i a més, es pot associar al càlcul de superfícies (Núria 06-00/9)*

Però es Ester la única que te en compte de manera explícita la diversitat del grup quan diu

el mestre només farà de guia donant a cada alumne l'ajuda que li sigui necessària (Ester 06-00/9).

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00	
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------	--

hi ha racons pensats pels alumnes que presenten més dificultats amb l'algorisme de sumar (06-00/9)..

participació en grup i/o individualment en diverses tasques matemàtiques (Ester 06-00/9).

En l'aspecte dels processos interactius que es desitja provocar en l'aula totes tres consideren, per que era prescriptiu en el treball, els coneixements previs disponibles però cap d'elles els justifica en termes de relació conceptual. Només Ester i Laura concreten el progrés que volen provocar en els alumnes, Laura concreta el que anomena la intenció pedagògica: reconeixement de l'angle recte identificant-lo en diversos contextos:

es pretén també que s'adoni de coses com que els angles rectes no depenen de la longitud dels seus costats(Laura06-00/9).

el que es vol es que sigui un aprenentatge significatiu(Ester06-00/9)

i només Ester concreta alguna estratègia per possibilitar el raonament de l'alumne

haurà d'observar com juguen, manipulen, temptegen, observen, els nens a l'aula en aquests tallers per tal de saber si estant entenen i fent seus els continguts que es pretenen treballar (Ester 06-00/9).

El racó del memory està pensat pels nens que presentin més dificultats.....es pretén que mitjançant el tempteig trobin la

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00	
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------	--

solució....el racó del bingo...nens amb més agilitat pel càlcul mental. (Ester 06-00/9).

En l'aspecte del comportament i actitud professional trobem poques referències explícites. Ester reconeix el protagonisme de l'alumnat

el que es pretén es que l'alumne sigui el protagonista del seu propi aprenentatge (06-00/9).

I Núria i Laura es situen en alguns moments com si anessin a fer classe de debò

fer sortir a un grup de 5 voluntaris per que formin angles amb el propi cos(Laura06-00/9).

La sessió començarà amb una prova inicial per veure si distingeixen la idea de doble de quadrat (Núria)

Núria, en algunes ocasions, s'avança al que pot passar

assegurant-me que distingeixen les diferents funcions que tenen la base i l'exponent, que no multipliquin la base per l'exponent (Núria 06-00/9).

No trobem indicadors explícits del manteniment, a l'hora de fer la programació, d'actituds crítiques i tampoc sobre el compromís i la identitat professional.

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00	
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------	--

Resultat 5.5.3. Només en el cas de l'alumna considerada del tipus interrogatiu - crític trobem una forta connexió entre els posicionaments intencionals declarats i les propostes sobre la pràctica.

Núria només concreta un els seus posicionaments en proposta didàctica	
Posicionaments importants en la síntesi (activitat 8)	Propostes en la programació (activ.9)
L'ensenyament..no es pot separar de la realitat social i de l'època en que vivim... les mat no es poden desenganxar de la realitat d'avui en dia.	Proposa dues activitats de context realista.
La societat reclama individus crítics, amb decisió pròpia, que tinguin alternatives... integrar-se a la rapidesa a que es donen els canvis, i que siguin bons i qualificats treballadors...	Classe molt dirigida, activitats "pobres" per desenvolupar l'autonomia i l'esperit crític.
Un nen japonès adquirirà valors i costums diferents als que adquirirà un nen europeu...	
No veure la classe com una massa unida, sinó les diferències individuals, i coneixements i experiències que cada alumne aporta de la seva realitat.	No diu res d'atenció a la diversitat.
El millor procediment...es basa amb l'experiència,... portant l'infant cap a nivells d'abstracció més elevats	No ho fa, es queda en el nivell manipulatiu o de representació geomètrica.

Figura 5.5.12. Comparació entre posicionament i propostes en el cas de Núria .

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00	
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------	--

Laura no concreta cap dels seus posicionaments en la proposta didàctica	
Posicionaments importants en la síntesi (activitat 8)	Propostes en la programació (activ.9)
Los contenidos deben responder tanto a las necesidades sociales como al desarrollo personal del alumno.	No inclou cap objectiu que tingui a veure amb el desenvolupament personal.
Promover la utilización y manejo de las NTIC que simplifican y facilitan la tarea.	No les usa ni anomena.
Diversificar al máximo el tipo de actividades, para cubrir...	Ella entén que cal diversificar el context, els materials.
<i>El problema no estriba tanto en adquirir tales o cuales habilidades precisas... sino como desarrollar capacidades genéricas permanentemente adaptables</i>	No en parla en lloc.
La concepción constructivista representa estas ideas, es decir... Favorecer el aprendizaje significativo frente al mecánico...	El nivell d'abstracció que pretén es molt baix, reconeixement.
Introducir modificaciones y ajustes en la programación y desarrollo sobre la marcha...	No en preveu.
Emplear el lenguaje para reconceptualizar experiencias...	No proposa cap activitat on s'usi el llenguatge amb aquesta finalitat.

Figura 5.5.13. Comparació entre posicionament i propostes en el cas de Laura

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

Ester mostra força coherència entre posicionaments i proposta didàctica.	
Posicionaments importants en la síntesi (activitat 8)	Propostes en la programació (activ.9)
Per a mi, les mates són molt creatives i poden desenvolupar moltes més habilitats	Jocs
¿Com es manifesten aquests valors socials a les classes de matem... ?...	
Promoure autonomia, autogestió, esperit crític, reflexió, desenvolupament del sentit espacial, quantificació, observació sistemàtica...	Treball en racons.
Depèn de com el mestre entengui les mates pot arribar a crear una separació entre aquestes i la realitat	Usa jocs, materials didàctics però no situacions reals.
Cal molt temps,... l'alumne comet errors...S'ha d'entendre com una cosa normal i inherent al mateix procés... i no penalitzar"	Preveu ajuts.
Contemplar el marc temporal... Fer servir els avantatges del moment... donen sentit al nou coneixement a partir del que ja saben... L'aprenentatge..és gradual.	No ho expressa.
La concepció que tinguem pel que fa a la capacitat dels nostres alumnes per aprendre juntament amb la concepció de les matemàtiques i per a què serveixen marquen decisions crucials per al seu ensenyament.	
Com a futurs mestres,,, deure de pensar en donar la volta a la truita i canviar l'ordre dels objectius	
No estic d'acord amb aquest enfoc [empirista].. crec	

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00	
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------	--

que és més adient el realista,.. té punt de partida situacions contextuais... promou la integració de models matemàtics que serveixin per generar coneixement més general abstracte.	
L'alumne no pot fer-ho tot sol [entendre les mates]...L'ajuda pot variar des d'un suggeriment inicial molt genèric...fins donant pautes concretes... depèn de les necessitats...	Les preveu però no les detalla.
Provocar situacions que tinguin interès...i facilitin.. i més abastables com ara...materials... visuals	Usa jocs i materials manipulatius.
Conèixer els coneixements previs [dels alumnes]...establir vincles i establir relacions entre els diferents àrees d'estudi	No preveu avaluació inicial, però si els coneixements que han d'estar disponibles.
...Per això el mestre ha de plantejar diferents tipus d'activitats...treballs en grup, debats...	Treball de grup, per parelles, individual.

Figura 5.5.14. Comparació entre posicionament i propostes en el cas d' Ester

Concloem que quan **es dona la coherència és fonamentalment en l'element instructiu:**

alumna	intencions	proposta	% d'acompliment
Núria	5	1	20%
Laura	8	0	0%
Ester	13	7	53%

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00	
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------	--

5.6. Activitat 11. Anàlisi de resultats en l'avaluació sumativa del procés.

L'activitat conté quatre tasques que integren continguts matemàtics i didàctics. A la tasca 1 (veure fig. 5.6.1) es demana explícitament classificar problemes verbals de restar i caracteritzar els exemples de cada classe a partir dels treballs realitzats a classe basats en les propostes de Dickson i altres (1984). Es vol comprovar si l'alumnat està en condicions de distingir entre diversos significats de la resta amb la finalitat de que pugui, com a mestre, valorar el contingut corresponent.

Segons els criteris adoptats a l'assignatura per part del formador, les situacions proposades es corresponen amb 4 de les tipologies: comparar (b, f, g,), addició complementària (d, e, j), afegir (a, c) i subtracció vectorial (h). Expressament no s'ha posat cap del tipus "**treure**" doncs es considera que les situacions que inclouen **treure** i **queden** en el text verbal, son identificades amb el significat més primari de la resta i s'ha comprovat en el treball de classe que no presentaven dificultats.

En altres treballs realitzats, s' havia reconegut les dificultats dels futurs mestres en assumir aquestes classificacions. Els criteris no són sempre incorporats i interpretats (Ball, 2001) de forma coherent.

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00	
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------	--

1. Aquí tens 10 situacions senzilles que es resolen restant. **Classifica-les** segons els diversos significats de les restes (ull! No tenen per qué sortir tots els tipus ni haver-n'hi el mateix nº en els diferents tipus). Per a cada tipus posa les seves característiques.

Característiques /Tipus

Situacions (posar les lletres)

-
- a) Després de comprar 24 ampolles d'aigua ja en tenim 40. Quantes en teníem abans de la compra?
 - b) La Caterina pesa 45 kg i en Xavier 39. Quants kg més pesa la Caterina?
 - c) A quina hora he de citar a un amic si vull trobar-m'hi $\frac{3}{4}$ d'hora abans que comenci la pel.lícula i la pel.lícula comença a un quart i cinc de vuit?
 - d) En una camiseria venen les camises a 3.845 pts . A ells els costen a 2700 pts. Quant guanyen amb la venda d'una camisa?
 - e) Una empresa te 64 persones llogades;18 treballen a les oficines i les altres al taller. Quantes en treballen al taller?
 - f) Surto de casa a les 8 menys cinc minuts per arribar a l'escola a un quart i cinc de 9. Quant temps necessito per anar a l'escola?
 - g) Un nen nascut a l'any 1 984, quants anys tindrà a'any 2 001?
 - h) L'Antoni gasta 40 duros cada dia. Aquest matí ja n'ha gastat 23. Quants en pot gastar encara?
 - i) En Joaquim te 48 anys. En Pau en te 14 menys. Quina edat te en Pau?
 - j) Una botiga ven una bombeta per 480 pts. Hi guanyen 80 pts. Quant els ha costat a ells?

Figura 5.6.1. Tasca 1

La tasca 2 (veure fig.5.6.2) estava centrada en el tema de fraccions, concretament en el significat i l'establiment de relacions additives i, especialment, multiplicatives entre elles. També implicava la capacitat de dissenyar una ampliació de l'activitat que permetria mostrar el valor del context en la comprensió de significats.

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00	
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------	--

.En el full annex titolat "Compartir alimentos.Sándwiches" es proposa una activitat sobre fraccions adient pel Cicle Superior.

- Quín és el significat de fracció que es pot associar a aquesta situació plantejada?.
- Observa les vinyetes a i b. En les dues situacions tenen el mateix nombre d'entrepans,³. Què pots dir de les fraccions que reben Emmy i Jake?.
- Observa les vinyetes c i d. Quantes vegades és més gran la fracció que rep Walter que la que rep Sandra? . Resol gràficament la qüestió.
- Si reunissim la gent i els entrepans de les vinyetes a i b, i tornem a plantejar-nos el repartiment dels entrepans, Quina fracció toca a cadascú.

Expressa el que guanyen o perden Emmy i Jake si es fes aquesta distribució en lloc de la plantejada en el full.

- Dissenya dues vinyetes noves que permetessin plantejar fraccions equivalents als casos b i c .

A. COMPARTIR ALIMENTOS

Sándwiches

Una clase de la Escuela Intermedia Booker T. Washington planea una excursión al aire libre. La clase se divide en grupos de estudiantes. Cada grupo de estudiantes reúne su dinero para comprar sándwiches para el almuerzo. A la hora de almuerzo, cada grupo comparte sus sándwiches en partes iguales.

Arriba puedes ver cuatro grupos y la cantidad de sándwiches que tienen para compartir.

- ¿Qué grupo de estudiantes tiene la mayor cantidad para comer por persona? Explica la respuesta.
- ¿Qué grupo de estudiantes tiene la menor cantidad para comer por persona? Explica la respuesta.

Algunas de las partes

Emmy recibe... ?

Jake recibe... ?

Sandra recibe... ?

Walter recibe... ?

3. Usa los rectángulos que están al lado de cada dibujo de Hoja de actividades 1 para mostrar cómo se debe cortar los sándwiches, de manera que cada estudiante del grupo reciba una porción igual. Colorea el pedazo, o los pedazos, para Emmy, Jake, Sandra y Walter. Luego, usa fracciones para describir cuánto recibirá cada persona.

4. Haz dos dibujos de estudiantes con sándwiches. Escoge tus propias cantidades de estudiantes y de sándwiches. Muestra cómo los estudiantes podrían compartir los sándwiches en partes iguales. Describe con fracciones cuánto recibirá cada estudiante.

Figura 5.6.2. Tasca 2.

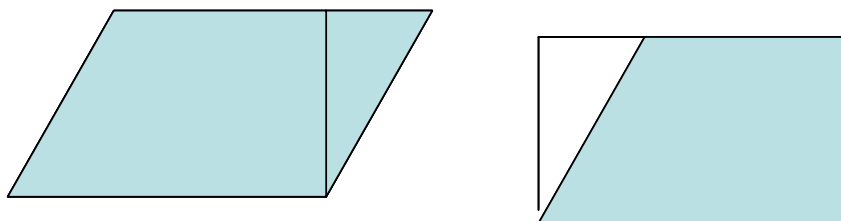
Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

La tasca 3 (veure fig. 5.6.3.) implica, com la tasca 2, integració de coneixement matemàtic i didàctic. Es planteja una situació fictícia de classe amb alumnes de Primària on s'ha iniciat un procés de transformació de paral·lelograms conservant l'àrea a partir d'una acció manipulativa.

Es vol que, a partir de conèixer matemàticament les propietats implicades (igualtat d'àrea, igualtat de base i altura de les dues figures, diferència de perímetres, d'angles, simetria,...) i tenint en compte el context experimental inicial de la tasca, els alumnes de mestre elaborin una proposta d'avanç de l'activitat d'aprenentatge. Cal tenir en compte que com es descriu en l'apartat 3.7, s'ha treballat a fons els processos de transformació de polígons mantenint l'àrea en vistes a la seva aplicació a l'aula de Primària i, per tant, s'espera una resposta coherent i ben construïda en aquesta ocasió, al final del curs.

Pregunta número 3

Has fet que els teus alumnes de cinqué retallin un tros d'un romboide i l'uneixin a l'altre cantó (com es veu en el dibuix) obtenint un rectangle:



Còm faries que seguissin aquesta activitat?. Quines preguntes faries per que comparessin les dues figures?.

Figura 5.6.3.Tasca 3

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00	
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------	--

La tasca 4 (veure fig. 5.6.4.) es vol utilitzar per constatar si, en un tema treballat abastament a classe durant el curs, l'alumne de mestre es capaç d'argumentar sobre les dificultats dels alumnes de Primària per superar els obstacles donats com a exemples, i per altra banda, distingir que les dificultats proposades per argumentar no es donen simultàniament en un alumne de Primària i també que es poden "classificar" d'alguna manera (99 - 100 i 2099 - 2100 impliquen en canvi de dues xifres al temps,...).

4. Els passos següents són conflictius per alguns alumnes en diversos moments del seu aprenentatge del sistema de numeració:
 $29 \rightarrow 30$, $109 \rightarrow 110$, $99 \rightarrow 100$, $199 \rightarrow 200$, $2099 \rightarrow 2100$.
 Explica el per què.

Figura 5.6.4. Tasca 4.

Consideracions sobre la Trajectòria hipotètica de l'activitat.

En conjunt les quatre tasques tenen en comú el paper dels significats i la conceptualització i el reconeixement de connexions entre continguts. En l'aspecte didàctic tenen en comú el reconeixement del valor de la contextualització.

Globalment, es pretenia veure si l'alumnat era capaç d'integrar el contingut didàctic i el contingut matemàtic.

Anàlisi retrospectiva

Les respostes dels alumnes a les tasques proposades han conduïts al següent

Resultat 5.6.1. Els intents de classificació de significats no són coherents segons els criteris establerts per les pròpies alumnes. En dos dels casos hi ha evidències d'intents d'incorporar tipologies treballades però no s'apliquen amb correcció, en l'altre cas es manté amb el mateix

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00	
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------	--

criteri que abans de tractar el tema a l'aula, incorporant, això sí, algun tipus més. En tots els casos hi ha incorporació de representacions gràfiques que en prou feines existien en el test inicial i que, en dos dels casos són més clares que els criteris expressats verbalment. Les relacions que s'estableixen entre elements matemàtics són simples. Tenen dificultat en establir relacions conceptuais a l'hora de proposar accions hipotètiques d'aula.

En efecte, pel que fa a la tasca 1 les classificacions de les tres persones són ben diverses i tenen poques coincidències amb la feta per la formadora com es mostra en el quadre següent:

Tipus	Formador	Núria	Ester	Laura
Treure		c, d, h, i, j	c, d, i, j	
Comparar	b, f, g, i	b	b	b, h, i, c
Addició complementaria	d, e, j	e		e
Afegir	a, c	a, f, g		a, d, f, g, j
Subtracció vectorial	h		e	

Figura 5.6.5. Resultats de les classificacions segons els criteris impartits al curs.

Núria no classifica (veure fig. 5.6.6), descriu les característiques de cada situació sense agrupar-les en tipologies (alienes o pròpies). Dues de les situacions que ella tria com d'afegir (f, g) proposa resoldre-les comptant, en considera algunes com de treure (c, d, h, i, j) i proposa descomptar (c) o comptar (d) segons el cas, o bé les associa a **quedar** (h, i, j). Es constata que, malgrat haver estudiat una tipologia més precisa (Dickson, 1984), Núria conserva els criteris en funció de la relació de continguts que ella havia vist en el test inicial

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00	
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------	--

En el cas d'Ester, sí que es proposa fer una classificació usant les tipologies estudiades (veure fig. 5.6.7) però distingeix **treure** de **queden** i de manera semblant a Núria identifica diverses situacions amb treure i son de comparar, de reunió o d'afegir. Sembla que no es capaç d'aplicar les criteris apresos a casos concrets més que no pas resistència al canvi de criteris.

PROVA FINAL DIDÀCTICA MATEMÀTIQUES II	
CARACTERÍSTIQUES / TIPUS	SITUACIONS (posar les lletres)
Un significat de la resta és el de treure. Una de les característiques és que d'un tot s'ha de treure una part.	j) $480 \xrightarrow{+80} \square$ i) $48 \xrightarrow{+4} \square$ d) $3845 \xrightarrow{+200} \square$ c)
Un altre significat és el de comparació per restar. Pot haver-hi un problema perquè de vegades surt la paraula "més" (com en la situació b) i pot confondre a l'alumne. També és el significat d'estat-estat-estat.	b) $\frac{48}{59}$
Significat de la <u>invariància</u> de la suma.	a) $\frac{24}{40} \rightarrow 40$ g) $\frac{1984}{2001} \rightarrow 2001$
Substracció: veient-se	e)
un altre tipus de resta és el caracteritzat per la paraula clau: "quants en queden".	h) "quants en pot sortir encara".
Un altre és el del significat d'estat - transformació - estat.	f) \uparrow

Figura 5.6.7. Respostes d' Ester a la tasca 1.

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00	
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------	--

Laura planteja una classificació (veure fig. 5.6.8) on la classe més abundant en exemples és la que anomena "*problemes que es resolen sumant a la incògnita un nombre*" i també una altra classe que anomena "*problema normal de resta*" que en realitat el que fa es situar la incògnita després del signe igual i només es mostra disposada a considerar "*els problemes de comparar dues coses*" i el que es "*resol desglossant una part del total*" com a novetats respecte del que mostrava en l'activitat de coneixements previs. No ofereix gairebé esquemes gràfics, i sempre amb l' x com a nexa comú.

CARACTERÍSTIQUES	SITUACIONS
<p>➤ Problema que es resol comptant cap al davant</p> <p>$[a] + x \rightarrow [b]$</p>	<p>a, g</p>
<p>1 ➤ Problema que es resol sumant a la incògnita un nombre. (afegint) o anant capavant, per arribar al nombre que falta.</p> <p>$[a] + x = [b]$</p>	<p>a, d, f, g, i</p>
<p>2 ➤ Problema de comparació dues coses. (comparació)</p> <p>$[a] \begin{cases} > \\ < \end{cases} [b]$</p>	<p>b</p>
<p>3 ➤ Problema normal de resta.</p> <p>$[a] - [b] = x$</p>	<p>$h, i, c, *$</p> <p>relacionats</p>
<p>4 ➤ Problema que es resol desglossant la part total (relació part total)</p> <p>$[a] \begin{cases} > \\ < \end{cases} [b]$</p>	<p>e</p>
<p>*es pot tenir present que es tracta de restes sumades. Les pot resoldre visualment</p>	

Figura 5.6.8. Respostes de Laura a la tasca 1.

A part d'observar els mals resultats d'aquesta tasca, pel que fa a l'aspecte de mantenir la coherència de la pròpia classificació i de considerar, de manera molt primitiva, moltes situacions de **treure** quan no ho eren, hem de preveure la

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00	
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------	--

incapacitat de planificar una seqüència correcta de la conceptualització de la resta pels futurs (o no!) alumnes de Primària.

Aquestes tres persones, llevat de petits canvis, es mantenen en criteris en funció de relacions de contingut que ja manifestaven en el test inicial de coneixements previs.

A l'inici del quadrimestre (Didàctica de les matemàtiques II) es va passar una tasca per detectar quin era el coneixement dels alumnes sobre la diferenciació de significats de la resta a partir de situacions concretes (problemes verbals):

SITUACIONS DE RESTAR

Problema 1. *M'han regalat 67 cromos. Ara en tinc 321. Quants cromos tenia abans del regal?*

Problema 2. *Pago un bolígraf amb 150 pts. Si en costa 142, quants diners em tornaran?*

Problema 3. *Quants diners em falten per comprar un joc que costa 4.500 pts si he recollit 2.900 pts?*

a) *Deixant de banda les quantitats que hi intervenen i els temes que es toquen, assenyala les diferències essencials entre les situacions de restar proposades.*

b) *Fes una representació gràfica senzilla de cadascuna de les tres situacions de restar.*

El comportament de les tres persones analitzades ha estat el següent:

Laura, després d'un primer intent de classificar les situacions pel temps verbal en que es situa la pregunta:

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00	
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------	--

*Quants cromos tenis abans del regal? **Passat***

*Quants diners em tornaran? **Present***

*Quants diners em falten..? **Futur***

fa una proposta de classificació a partir de l'expressió en forma d'equació de cada problema verbal:

$$67 + x = 321$$

$$150 - 142 = x$$

$$x + 2900 = 4500$$

diu que

*si plantegem les restes en forma d'equació podem veure que realment es tracta d'unes **restes amb diferents punts de mira, per que la incògnita, que es resol sempre restant sempre es troba en una posició diferent a cada equació***

i també conclou de manera coherent amb el que ha dit anteriorment que

no podem redactar cap més problema que sigui d'un tipus diferent a l'anterior per què la posició de la incògnita en cada equació ja es diferent en cada problema i ja no dona més de si.

El que Laura no fa és gràfics de les situacions.

Ester no anomena explícitament cap diferència només caracteritza els problemes verbals a partir de les accions que cal fer per resoldre barrejat amb les accions que descriuen el que s'ha fet

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00	
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------	--

*Al primer problema es fa la resta per saber la quantitat **que s'ha afegit**.....en el segon el sentit de la resta és el **de treure d'una quantitat** una altra per saber quin és el resultat... en el tercer cas es fa la resta per saber quins són **els diners que falten** per tal de tenir tot el diner*

Només representa gràficament el primer cas i ho fa seguint un model de treure o separar que no s'adiu amb el que ella mateixa proposa

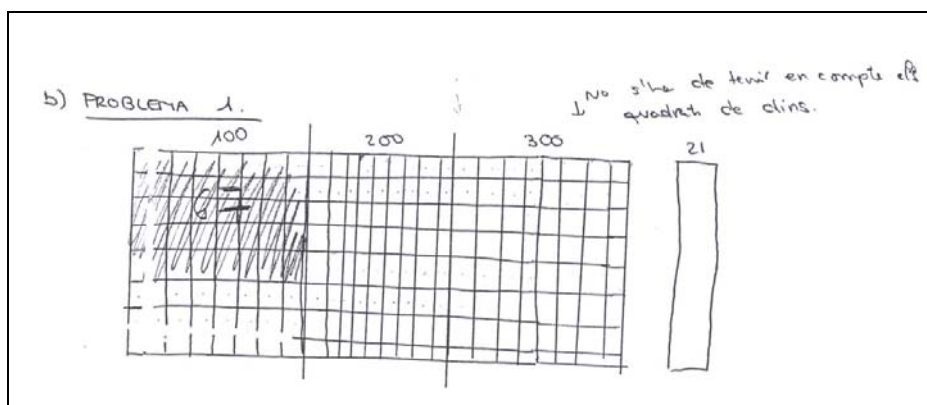


Figura 5.6.9. Representació gràfica del problema 1.

No es capaç de proposar una situació diferent, podria ser per que no veu clara la diferència entre les situacions donades com es dedueix de la seva resposta i el gràfic que fa.

Núria no classifica les situacions, les compara per parelles sense esgotar totes les possibles comparacions. En dos casos es refereix a les accions que cal fer referides a la sèrie natural sense parlar de cap algorisme (comptar, descomptar), en el tercer no concreta com es pot fer però distingeix els dos casos segons l'acció que es descriu en el problema.

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00	
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------	--

*En el problema 2 la resta es fa sumant, has **de comptar** fins a 150.....en canvi en el problema 1 has **de descomptar** a 321, 67 cromos. En el problema 2 sobren 8 pts, en canvi en el 3 es necessita una quantitat de diners, no hem de calcular allò que **sobra** sinó allò que **necessitem**.*

En el quart tipus que proposa no explicita la diferència però es correspon a una tipologia, segons ella, de calcular el que **queda** si ens mirem el segon criteri que ha usat que no havia sortit, en canvi es resoluria descomptant que ja ha sortit en el cas 1.

Pel que fa als gràfics que utilitza, son força coherents amb la seva interpretació de les restes. En la primera escenifica una acció de separar, en la segona suggereix afegir o comptar i en la tercera un esquema de completació:

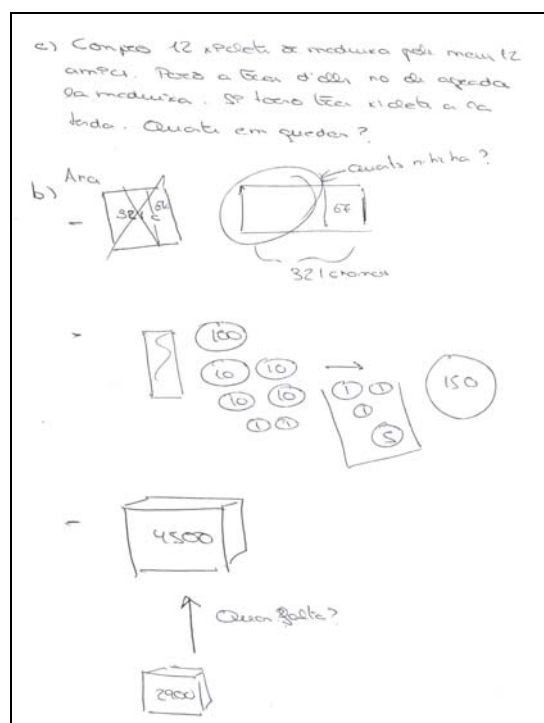


Figura 5.6.10. Gràfics de Núria.

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00	
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------	--

Recollim els criteris o classificació usats en el test previ i els mostrats en l'activitat actual en un quadre per facilitar la comparació i veure els canvis produïts en relació a la significació de la resta:

	Criteris test previ	Criteris prova final
Núria	Accions que cal fer per resoldre: comptar, descomptar Accions descriptives de la situació: què sobra? , què queda? , què necessiten?.	Afegir, comptar Comparació, diferència Treure Unió (part- part- total)
Ester	Accions que cal fer per resoldre: treure Accions descriptives: que s'ha afegit, que falta.	Treure (del tot una part) Comparació Invariança Subtracció vectorial Queden Estat –transformació -estat
Laura	A partir de l' expressió en forma d'equació del problema verbal $A + x = b$ $B - a = x$ $X + a = b$	Problemes que es resolen sumant a la incògnita un nombre (afegir, descomptar), $x + a = b$. Problema de comparar Problema " normal " de resta $A - b = x$ Problema que es resol " desglossant" la part del total.

Figura 5.6.11. Quadre comparatiu de criteris de significació de la resta.

El que es veu al comparar les idees adquirides abans de tractar d'una manera explícita els significats de la resta amb el coneixement **disponible** sobre aquesta qüestió al final de l'assignatura es que la millora no es suficient per afrontar l'ensenyament d'aquest contingut amb garantia d'una correcta planificació.

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00	
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------	--

Laura que es la que manté els criteris inicials, als que afegeix un parell que no contemplava abans, es la que mostra la major capacitat de classificar amb criteris més ben definits. Cal tenir en compte que, segons els seus criteris les situacions c i h que ella col·loca com a problema normal de resta es corresponen al primer criteri, (veure fig. 5.6.8.).

Ester vol incorporar tipus nous però no sembla entendre prou bé la classificació estudiada doncs distingeix treure de queden i barreja classificacions de diversos autors per criteris diversos. Núria (veure fig. 5.6.6) representa gràficament les situacions amb criteris més clars que la classificació que proposa segons les accions que es descriuen o les accions que cal fer per resoldre.

Pel que fa a la tasca 2, en quan al significat de les fraccions que apareixen en la proposta d'activitat, només Ester diu que es tracta de un quocient, Núria ho qualifica de relació part -total i Laura també.

Pel que fa a establir relacions entre les fraccions només ho fan additivament, malgrat preguntar **quantes vegades és més gran $\frac{3}{2}$ que $\frac{2}{3}$** totes tres persones analitzades responen que $\frac{5}{6}$, que obtenen de reduir al comú denominador i restar, cap d'elles ni calculant ni dibuixant reconeix que la petició és multiplicativa i els dibuixos que fan no mostren cap relació només representen les dues fraccions de manera que l'observador les pugui comparar visualment. De les tres persones, Ester és la que mostra més dificultats en comparar i relacionar les fraccions.

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00	
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------	--

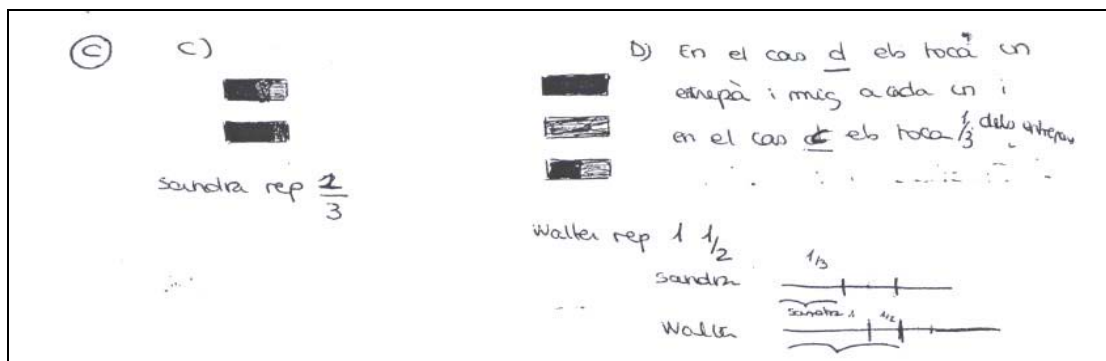


Figura 5.6.12. Gràfic d' Ester

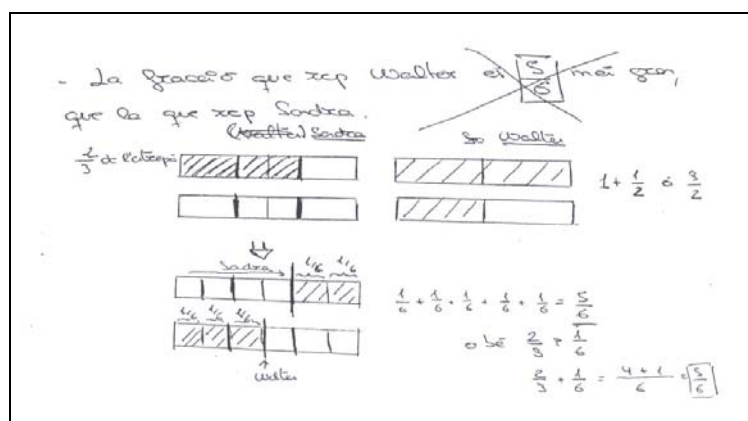


Figura 5.6.13. Gràfic de Núria

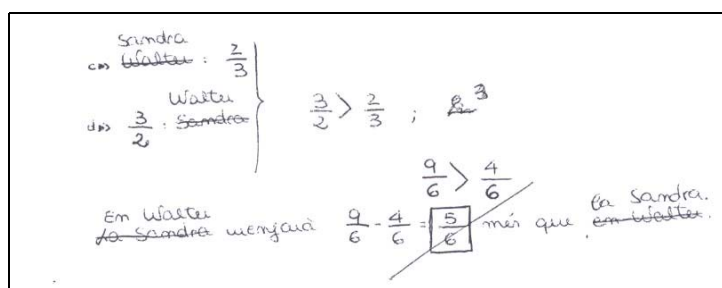


Figura 5.6.14. Gràfic de Laura

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00	
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------	--

En el cas de dissenyar una vinyeta més per ampliar l'activitat es veu la incapacitat de proposar-ne d'altres que no sigui una pura còpia de les que es donen, com Laura que canvia els nombres per que surti una fracció equivalent. O el cas de Núria i Ester:

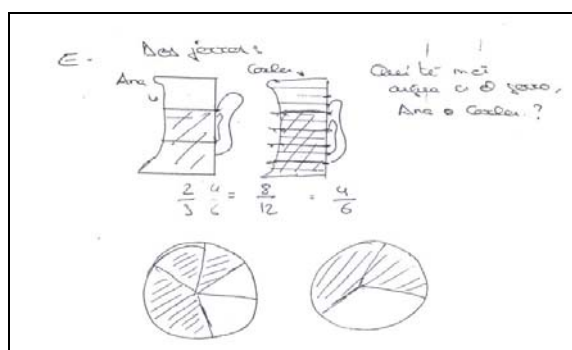


Figura 5.6.15. Ampliació de Núria

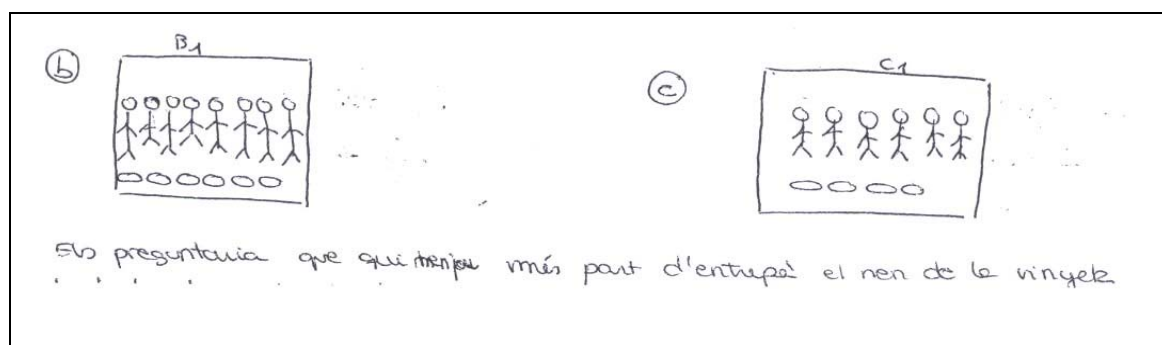


Figura 5.6.16. Ampliació d'Ester

En la tasca 3 les respostes han estat les següents:

En aquest cas les respostes han estat les següents:

Núria. *Els preguntaria per on podem doblegar el romboide de tal manera que ens surti un rectangle?. Aquestes parts que hem doblegat, es complementen?. Són iguals?. Quadren?.*

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00	
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------	--

Ester. *Per que s'adonin de les semblances els faria calcular l'àrea del romboide i l'àrea del rectangle i calcular si el triangle que retallem és el mateix que afegim a l'altre cantó. Per s'adonin de les diferències els preguntaria quin tipus d'angles té el romboide i quins té el rectangle final i també els preguntaria com són els costats respecte als altres costats d'una mateixa figura i com són els altres costats de l'altra figura.*

Laura. *1. Calcula el perímetre de les dues figures, però prèviament digues quina figura creus que té el perímetre més gran (diferent perímetre). 2. Creus que l'àrea del romboide és la mateixa que la del triangle?. Per què? (igual àrea). 3. Classifica els angles de les dues figures, després suma els angles de cada figura. Què observes?. 4. Creus que una figura que té dos costats paral·lels ha de tenir necessàriament els altres dos paral·lels?. 5. Explica com tallaries el romboide per construir un rectangle. 6. Quina dimensió tenen aquestes figures?. 7. Dibuixa una figura a partir d'aquestes dues que sigui volumètrica.*

En la pregunta es descriu l'inici d'un procés de transformació d'un romboide en un rectangle mantenint l'àrea i que permet trobar una fórmula o algorisme de càlcul de l'àrea d'un romboide del que es coneix la base i l'altura. Dues d'elles, Ester i Laura, parlen de que el romboide i el rectangle tenen la mateixa àrea però no ho aprofiten per arribar a establir el càlcul de l'àrea d'un romboide en funció de la base i l'altura. Ester dona per fet que els alumnes saben calcular ja l'àrea del

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00	
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------	--

romboide i es limita a una comprovació, Laura només pregunta el per què de la igualtat de les àrees. En el cas de Núria no s'intueix cap relació d'àrea, estableix més aviat una transformació constructiva. Laura i Ester estableixen diferències pertinents, el perímetre i els angles, tanmateix algunes de les preguntes de Laura no lliguen gaire amb el inici de l'activitat.

Es a dir, no hi ha connexió conceptual, no hi ha un esquema adquirit i disponible que relacioni l'acció (retallar i unir) amb una propietat (equivalència d'àrees) i l'algorisme corresponent (fórmula de l'àrea). En el cas d'Ester es podria dir que **posa el carro davant del cavall**.

I, finalment, en la tasca 4 les respostes són:

Núria. Tenen dificultats en el pas del 9 al...0. On tenen més dificultats és en el 0. El 0 no té cap valor per ells i en canvi en el sistema de numeració és molt significatiu per que les xifres anirien de 10 en 10 multiplicativament. Tenen dificultats en el pas del 9 al 10, 19-20, 29-30,...

Ester. En general són conflictius perquè han de canviar de dígit, per exemple quan comencen a comptar i arriben fins al 29 i han de passar al 30 implica una escriptura diferent per que el dos continuarà sent igual però ara en comptes de 2 ja han d'escriure el 3, per que s'afegeix una desena.

Laura. Trobem un problema a l'hora d'explicar al nen que darrera del 9 ve el 10. El paper que hi juga el zero en aquest pas de un nombre al següent es fonamental.....cal que els nens vegin que quan acaba una sèrie en comença una

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00	
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------	--

altra, és a dir, darrera el nou torna a aparèixer el zero, però aquest zero val una desena, una centena o més, segons la posició que ocupa.

Les tres respostes són pobres en diversos sentits. Primer no distingeixen entre els exemples ni pel moment del procés d'aprenentatge del sistema de numeració en que es presenten, ni per la complexitat del canvi d'escriptura. Tampoc esmenten causes instructives com el fet d'usar o no materials manipulatius per representar els nombres. Cal tenir en compte també que l'aprenentatge de la numeració dins del tema "Desenvolupament del sentit numèric" ha estat abundantment tractat a classe.

Es constata que malgrat saben que els alumnes tenen dificultats amb el zero no tenen clar les causes possibles de les dificultats en els diversos exemples que es proposen. Ho plantegen com un problema d'entendre les regles d'escriptura com si es tractés d'aplicar un algorisme. L'anterior evidència que el contingut matemàtic que no està ben assolit no els permet reconèixer el valor del contingut.

En resum, com a resultats al final d'un curs són poc reeixits i són més pobres que els obtinguts en activitats anteriors per l'alumnat. Alguns factors que explicarien els mal resultats són, a part del nivell de coneixement disponible, el temps de la prova i el fet mateix de tractar-se d'un examen i la tensió que representa pels alumnes saber que són avaluats.

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00	
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------	--

5.7. Sobre els resultats del Macrocycle 2.

Explicitarem els resultats observats experimentalment en base als aspectes matemàtics (a) significació, representacions i complexitat dels conceptes matemàtics (parells i senars, doble i meitat, igual i diferent, dependència) així com i (b) la rellevància i ús de contextos, connexions i relacions conceptuais (internes i externes). I, des del punt de vista estratègic, (c) el grau i tipus d'incorporació conceptual en les propostes hipotètiques sobre la pràctica.

A continuació resumirem les conclusions per a cada una de les activitats analitzades com a trajectòria hipotètica transformada.

Situació 7

En aquesta activitat es mostren aspectes relacionats amb la tria de significats, representacions i connexions entre les diversos continguts implicats en la proposta de seqüenciació d'un concepte matemàtic (la centena).

L'inici de les seqüències és molt més detallat i es preveu l'ús de materials manipulatius i com introduir les representacions simbòliques. Només en un cas es detalla el procés de manera que es resolen els possibles salts entre significats i es veu necessària la síntesi conceptual. Dues de les persones estableixen connexions en els dos sentits entre significats i una d'elles, a més, entre significats i representacions.

Pel que fa al lligam amb els coneixements previs totes tres preveuen la revisió dels nombres de l'1 al 99 i del concepte de desena amb l'ús de materials manipulatius i representacions, per tal d'assegurar-ne la disponibilitat, dues d'elles

preveuen introduir noves connexions durant el procés fent que els alumnes de primària utilitzin el que saben sobre la sèrie anterior a les centenes. Les tres seqüències globalment tenen un inici en el que es donen força connexions, encara que amb diversa mesura, pot ser es per la voluntat de motivar als alumnes de Primària, però més endavant es limiten a donar els segments numèrics per establir la seqüència.

Des del punt de vista dels significats, especialment del cent, el comportament de les persones de la mostra es diferent, especialment en un cas on hi ha gran diferència en el nombre de significats de cent que es proposen. Els significats introduïts són majoritàriament additius. També hi ha gran diferència entre les representacions proposades a nivell manipulatiu, gràfic i simbòlic.

Situació 8

El document demanat, pel seu procés d'elaboració i pel moment del curs en que es demana mostra, **a nivell intencional**, el posicionament personal sobre les raons d'ensenyar matemàtiques, el procés d'aprenentatge i l'enfoc del seu ensenyament i el paper de l mestre/a.

Tant els temes centrals com els aspectes més valorats són diferents en les tres persones de la mostra. En totes tres persones es reconeixen els elements claus de les lectures: paper de les matemàtiques, procés d'ensenyament - aprenentatge i societat.

L'anàlisi de la interpretació de les matemàtiques com a pràctica social ens mostra tres tipus diferents de futur mestre, coincidint amb les observacions realitzades en el treball de Miller i Baker (2001), tanmateix no apareixen clarament identificades les posicions extremes, el que fa pensar en la possibilitat d'incloure

un quart nivell (seguint les categories d'Smyth,1991) l'anomenat crític - interpretatiu. L'anàlisi de mapes conceptuals dels textos presentats ens mostra en dues de les persones processos classificatoris centrats sobre els aspectes curriculars. Pel que fa al grau d'implicació apareixen tres posicions diferenciades, des de l'assumpció del paper com a mestre fins a considerar el col·lectiu d'ensenyants com si no s'hi pertanyés, passant per una implicació més com alumne que com a mestre.

Des del punt de vista del desenvolupament professional en l'anàlisi del discurs no hi ha referències al valor del coneixement matemàtic per se. Els resultats pel que fa al coneixement interpretatiu-estratègic reforcen la visió implicativa i crítica d'una de les alumnes de la mostra a diferència de les altres. Pel que fa al contingut professional-actitudinal totes tres busquen un posicionament en el discurs pedagògic i mostren implicació reflexiva professional però a nivells diferents. Cal tenir en compte que l'activitat porta a considerar els elements interpretatius estratègics i els professionals-actitudinals, per tant no es estrany que els manifestin, això sí a nivells molt diferents.

Situació 9

El posicionament pedagògic i la integració de coneixement didàctic de l'anàlisi d'una seqüència didàctica aliena mostra tendències ben diferents pel que fa a les seves creences sobre l'ensenyar i l'aprendre aplicades a valorar i criticar una seqüència d'aprenentatge. Dues de les persones tenen més indicadors recollits en els tipus reflexiu, una en té alguns en el interrogatiu i l'altra en té en el conformista. La tercera persona té un perfil més clar conformista encara que amb tocs reflexius. Respecte del coneixement interpretatiu estratègic les tres persones incorporen més indicadors de l'aspecte instructiu, especialment en el curricular. En l'aspecte de l'aprenentatge en menor mesura, només trobem

identificacions del disseny de l'aprenentatge. Pel que fa als processos interactius no hi ha referències. Una de les persones mostra un grau de coneixement més equilibrat en els diferents aspectes que les altres dues persones. El grau d'implicació professional mostrat, essent molt baix en les tres persones, es divers. Dues d'elles mostren un cert grau d'assumpció de l'activitat professional però que no arriba a actituds gaire crítiques i la tercera persona no reflexa cap mena d'implicació professional-personal front a l'aprenentatge.

Situació 10

El disseny d'una activitat d'aprenentatge mostra només una persona arribant a fer un mapa conceptual que inclou el coneixement disponible previ i el que es vol treballar a la situació proposada. Les altres persones no arriben a fer prou connexions entre els coneixements. totes arriben a seleccionar un significat, menys una que el que fa és una situació d'aplicació on s'exemplifiquen diferents significats (sobre el concepte de sumar) i contextos. Dues usen propietats de caire representatiu per aclarir la significació del concepte que pretenen treballar.

Dues de les tres persones proposen activitats més variades respecte a les que s'havien observat a les activitats del primer macrocicle. Una d'elles encara manté activitats simplistes, lligades als elements simbòlics-formals dels conceptes i no a les relacions i connexions que esperariem de la formació. Observem dificultats en el procés de selecció de significats prioritaris, i el corresponent efecte sobre la construcció de seqüències didàctiques apropiades. Hi ha més que una simple tècnica de com s'organitza una seqüència de contingut...

Pel que fa a la gestió, una planteja racons, una altra recull un encadenament lògic, i només una no estableix cap connexió entre les tasques que descriu. Totes proposen l'ús de materials no simbòlics per al reconeixement dels

processos-activitat matemàtica. Només una té en compte de manera explícita la diversitat possible de l'alumnat. Dues planifiquen de manera ben clara i identifiquen elements de regulació de l'aprenentatge. Totes tres expliciten objectius i continguts, però no justifiquen les decisions ni fan referència al currículum oficial. Identifiquen elements de gestió com marc de referència de l'entorn, expliciten el que consideren que saben els alumnes, expliciten el paper de les tasques que desenvolupen...Totes manifesten el progrés que volen lograr en els alumnes, posicionant-se dues d'elles com a futures docents.

Comparativament, respecte el posicionament manifestat anteriorment, el comportament és ben diferenciats. Dues d'elles no concreten, i la tercera mostra coherència entre posicionament i proposta didàctica intencional.

Situació 11

Els intents de classificació de significats no són coherents segons els criteris establerts per les pròpies alumnes en alguns casos. Només en un cas hi ha una incorporació de significat. En tots els casos hi ha incorporació de representacions gràfiques que en prou feines existien en el test inicial i que, en dos dels casos són més clares que els criteris expressats verbalment. Les relacions que s'estableixen entre elements matemàtics són més simples del que es podia suposar. En suma, tenen dificultat en establir relacions conceptuais a l'hora de proposar accions hipotètiques d'aula.

Malgrat haver introduït elements teòrics amb tipologies de respostes possibles de l'alumnat fruit de la recerca en Educació Matemàtica, no han estat incorporades més que en un dels casos. La causa pot ser l'arrelament en funció de relacions de contingut que ja es tenen a priori o bé el fet de no haver tingut prou temps per identificar i aplicar els criteris treballats, ja que caracteritzen

problemes simplement a partir d'accions descriptives. La inconsistència de les afirmacions fetes, fa que suposem que actuarà com una barrera per a una millora epistemològica a les aules en aquest punt de resolució de problemes, i actuarà possiblement en favor d'una planificació desestructurada.

Pel que fa als processos de resolució de situacions problemàtiques escolars, sembla que la persona amb més capacitat matemàtica prèvia és més capaç d'assumir criteris més definits. Sembla, per tant, que hi ha alguns aspectes del coneixement estratègic que es veuen molt més recolzats amb un coneixement propi més potent de l'activitat matemàtica. Sovint desconnecten el coneixement potser també perquè molts dels materials curriculars no insisteixen prou en aquestes connexions. Els llibres de text no s'estructuren el coneixement elaborant organitzadors i esquemes, només proposen definicions.

En situacions de disseny d'activitats, la inseguretat, de ben segur, les fa arrelar-se a dissenys anteriors ja treballats. Això explica la dependència dels mestres a les propostes dels llibres de text. Tanmateix l'activitat de formació no els hi ha donat competència suficient per a ser alumnes creatives, com tampoc considerar els resultats de recerques educatives.

Els treballs realitzats amb canvis representacionals i estructures de significat, no semblen haver estat suficients per a produir canvis i interpretar les corresponents preses de decisions educatives de tipus estratègic. Podriem dir que les competències curriculars han quedat en un nivell baix pel que fa a no tenir prou capacitat crítica per a fer desenvolupaments justificats.

A mode de conclusió.

Tenint en compte les activitats planejades de formació, a la figura s'observa l'èmfasi donat als aspectes de contingut i la importància de les decisions per a la gestió estratègica a l'aula dels futurs ensenyants.

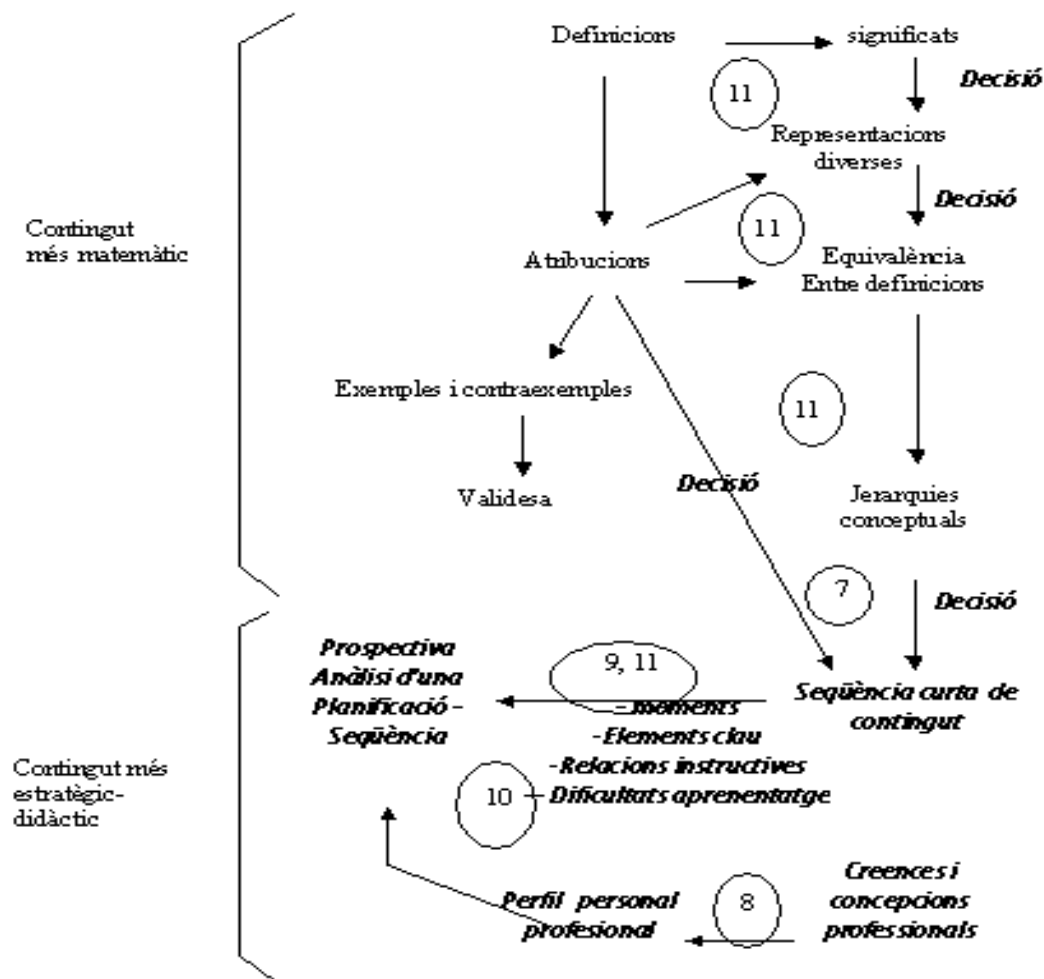


Figura 5.7.1. Relacions de contingut i activitats tractades en el Macrocycle 2

Així, no és d'extranyar que en l'anàlisi del macrocycle 2, trobem més evidències del coneixement estratègic assolit, les mancances en les competències corresponents, i no tant dels aspectes matemàtics.

Pel que fa a la millora en el component matemàtic del desenvolupament professional de les tres alumnes, la gràfica següent (Fig. 5.7.2.) mostra la totalitat de les assignacions donades a les diverses activitats. I es constata les diferències entre les tres alumnes, així com les dificultats específiques en les activitats “tipus prova”.

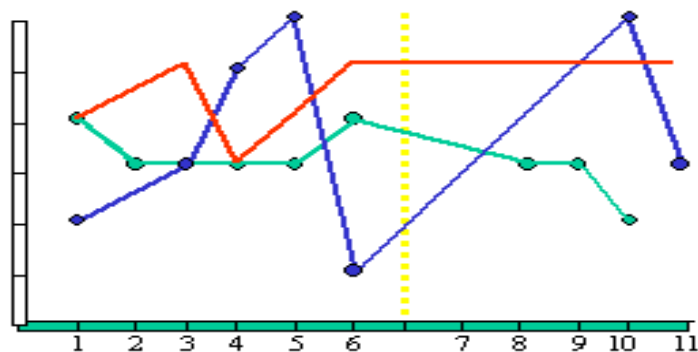


Figura 5.7.2. Evolució de la component matemàtica de les tres noies.

Pel que fa a la component interpretativa-estratègica, la gràfica (Fig.5.7.3.) mostra l'evolució positiva en general així com el diferent comportament de les mateixes alumnes en cada una de les components.

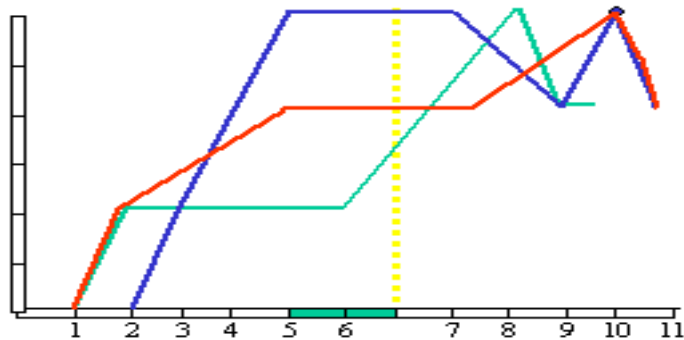


Figura 5.7.3. Evolució de la component interpretativa-estratègica de les noies.

Pel que fa al **posicionament professional com a component actitudinal**, només una de les alumnes analitzades mostra coherència entre posicionament i proposta didàctica intencional presentada. Coincideix amb la persona que mostrava una posició més cap a l'aspecte reflexiu-crític, amb una possibilitat de fer efectiva les seves propostes. No és la que sabia més matemàtiques ni la que manté una posició formal més sòlida pel que fa al coneixement matemàtic. La persona que sap més matemàtiques, presenta propostes de treball poc elaborades i poc compromeses, amb tocs interessants com el mapa conceptual, però no estableix connexions entre les activitats que proposa.

Els estudiants i les seves pràctiques socials sovint es mantenen autònoms (en el sentit de deslligats de cap consideració social de l'aprenentatge) tant pel que fa a les matemàtiques com en les pràctiques pedagògiques. Sobre tot en les activitats del segon macrocicle, els estudiants "reflexius" continuen pensant que l'aprenentatge depèn del docent. Molts cops intenten motivar amb un vernís de coneixement matemàtic de cada dia, activitats familiars i fenòmens corrents. Pensen provocar una millora, que resultaria ser només marginal, en l'accés dels nens a les matemàtiques. Expresen necessitar més formació de matemàtiques i de pedagogia (maneres diverses d'ensenyar).

Finalment, diguem que als futurs docents els costa incorporar els elements de la recerca en Educació matemàtica. Coincidim amb les grans dificultats (no resistències) que s'han trobat en altres treballs d'aquest estil. Així, només un 38% dels estudiants eren capaços de fer assignacions en resolucions de problemes a categories de recerca, en un estudi elaborat per Llinares, Sanchez i Escudero (2003) en un context diferent d'anàlisi de llibres de text des de la perspectiva de les classificacions de problemes. Això corrobora les dificultats en integrar instruments conceptuals.

Capítol 6

Conclusions i prospectiva

*El passat no pot ser canviat.
El futur encara depèn de nosaltres.
Mary Pickford.*

El propòsit d'aquest treball era contribuir empíricament a una anàlisi dels processos de construcció i desenvolupament professional. Ho hem fet amb un treball de recerca qualitatiu i etnogràfic que considerem que és vàlid i reproductible en certes condicions (6.1.). S'expliciten les conclusions del treball començant per mostrar com s'han aplicat a l'estudi experimental les característiques d'una proposta concreta en l'àmbit de la recerca per desenvolupament, introduint una reinterpretació de les trajectòries hipotètiques de formació inicial, tot reconeixent els elements generals per a la formació i els objectius d'aprenentatge (6.2.). Es respon així, al primer objectiu de la recerca.

Des d'una perspectiva situada, es mostren les conclusions sobre l'anàlisi retrospectiva: les concepcions observades en els futurs mestres en el marc de la component matemàtica (6.3), en el marc dels coneixements estratègics desenvolupats (6.4) i en el marc actitudinal (6.5).

A partir dels resultats obtinguts es descriuen implicacions per al desenvolupament de programes de formació inicial en matemàtiques per a futurs docents de primària (6.6.) i es realitza una prospectiva (6.7).

6.1. Validesa del treball realitzat

Amb aquesta estudi, considerem que hem donat compliment al que es demana en una recerca com a criteris de descripció, explicació, abast, predicció, especificitat, falsabilitat, multiplicitat d'evidències i replicabilitat (Schoenfeld 2000).

En efecte, als capítols 2 i 3, es *descriu* àmpliament i es justifiquen tots els elements corresponents de la fase de disseny de la recerca per desenvolupament que es fa en el nostre cas de formació. Es donen les bases teòriques del tipus de mestre que es vol, així com els continguts a considerar en la seva formació. Es concreta la proposta de formació definint els macrocicles que formen el curs, es caracteritza el treball, l'avaluació i regulació del procés de formació, s'exemplifica un segment del programa, i s'exemplifiquen trajectòries hipotètiques d'aprenentatge.

El *poder explicatiu* del treball realitzat es posa de manifest en l'anàlisi acurada dels capítols 5 i 6, des de diversos punts de vista per reconèixer el desenvolupament professional a partir de les activitats desenvolupades. Les trajectòries hipotètiques de formació inicial (TRHIFI) es consideren bons instruments estratègics per a mostrar dit desenvolupament dins el procés de formació.

El recull de dades ens sembla adient, essent suficient les activitats escrites dels alumnes per a fer una anàlisi en profunditat. No hem utilitzat videogravacions de les aules per a respondre als objectius que ens havíem plantejat, fonamentalment perquè no ens proposàvem analitzar les interaccions. El treball en equip de recerca i discussió sobre les anàlisi realitzades, ha servit d'element de triangulació, així com els diaris d'aula. Això ens permet afirmar que les observacions han estat rigoroses. Els instruments analítics específics (explicats al capítol 3 i utilitzats als capítols 4 i 5) han permès obtenir interpretacions, adients, el que mostra la intenció i *abast* d'un treball consistent.

L'abast del treball realitzat sabem que és limitat. De fet, els resultats de les recerques en educació, no es poden demostrar de la mateixa manera que es fa en matemàtiques. *“Reconeixem, abans de res que les perspectives de la pràctica són construccions teòriques que es desprenen de les dades empíriques, però no són monolítiques”* (Simon 2000). En aquest treball, hi ha molts factors que només poden reproduir-se en contextos semblants. La replicabilitat de la recerca realitzada té sentit en quant els resultats obtinguts, considerem que seran similars, “en condicions semblants a les del nostre treball”. Per això, ha estat cabdal, mostrar les condicions, creences de la investigadora, i marc del treball. *“Les explicacions funcionen com a mecanismes, ens diuen en termes raonables el que són els objectes teòrics, com són, com es relacionen i per què algunes van bé i altres no funcionen”* (Schoenfeld 2000).

El *poder predictiu* de la nostra recerca és evident com a aplicació de la metodologia emprada. Ens assegurem haver treballat amb rigor perquè hem explicitat els objectes i constructes teòrics emprats i les relacions entre ells. La pràctica és desenvolupada i analitzada amb aquests paràmetres de forma coherent i salvant la falsabilitat i multiplicitat d'evidències. Amb això hi ha la intenció de que la recerca pugui ser reproduïda. Per tal de fer una recerca en profunditat s'ha optat per analitzar alguns casos particulars sense perdre de vista el grup-classe, del qual en son força representatives les persones escollides.

En el cas d'un experiment d'ensenyament a classe, el recercador desenvolupa seqüències d'activitats instruccionals que donen cos a les conjetures al voltant de l'aprenentatge dels estudiants. En aquest sentit el dissenyador anticipa una visió de com les activitats podrien ser dutes a terme amb interacció de la classe i el que els estudiants podrien aprendre al participar-hi, la generabilitat de la forma d'interpretar i actuar, tot preservant les característiques específiques dels casos individuals. Així, quan *es triangulen les fonts evidencials* de recollida de dades per mitjà d'instruments diferents, s'ajusten raonablement les inferències i

afirmacions, amb varietat de propòsits diferents (Cobb 2000, pàg.328) per tal d'assegurar-ne la *replicabilitat*, i es consideren els models com a aproximacions.

El treball realitzat es distingeix d'altres estudis sobre formació docent, centrats en la perspectiva antropològica, pel fet que no s'ha analitzat els processos d'institucionalització i transposició didàctica del contingut matemàtic, com tampoc es tracta d'analitzar el que succeeix en el procés de formació segons àmbits concrets de coneixement matemàtic. S'emmarca més aviat en la línia cognitiva, perquè es vol reflexionar sobre l'impacte dels processos de formació en el desenvolupament professional de les persones. No es fa una anàlisi de tipus legitimador de la pràctica, en el sentit que no s'interpreta les justificacions i argumentacions dels estudiants pel fet que aconsegueixen tal o qual element de contingut.

En el nostre estudi, hem aportat novetat en quant l'ús d'una metodologia força discutida com és la Recerca per desenvolupament. L'altre element de novetat és l'anàlisi de les dades, basada sobre el discurs, el grau de complexitat de les tasques realitzades, i l'adquisició conceptual i establiment de relacions en continguts bàsics tant matemàtics com d'ordre estratègic-didàctic. A partir d'aquesta anàlisi específica, reconeixem elements claus del desenvolupament professional en tres casos.

A diferència d'altres estudis, centrats en el paradigma del pensament del professor, el nostre treball utilitza la RD amb l'objectiu de reconèixer alguns trets del desenvolupament professional del futur mestre des de la pràctica de formació inicial.

La justificació de les conclusions que es mostraran a continuació, és una combinació de troballes empíriques i consideracions teòriques. Per avançar en un model teòric de formació inicial, cal compartir el coneixement entre grups de recercadors (Hiebert et al 2003), doncs cada grup troba diverses aproximacions de la teoria local que estem construint.

6.2. Conclusions sobre la RD i el procés de formació.

La metodologia emprada, ens ha ajudat a anar responent a les preguntes que ens formulàvem: *reconèixer l'organització, competències i continguts que es consideren apropiats per a la formació inicial d'ensenyants de Primària en Matemàtiques de manera que es produeixi desenvolupament professional en un marc de referència com el de l'estat espanyol* (objectiu (a) pag 18).

En aquest sentit la pròpia RD ens ha permès considerar simultàniament l'organització de la formació mitjançant dos sistemes d'organitzadors: (a) el conjunt de les TRHIFI (organitzades en macrocicles i microcicles, de les quals en el nostre estudi només s'ha analitzat tres trajectòries), i (b) el conjunt de temes matemàtics, estructurats en unitats de caràcter matemàtic i didàctic transversals (que s'han considerat prioritari per a una formació d'un docent educador matemàtic).

El disseny de les trajectòries hipotètiques de formació (TRHIFI) no només representa un element metodològic de recerca, ans també una manera d'organitzar el currículum de formació. En particular *descriure la significació, representacions i complexitat dels conceptes matemàtics permet reconèixer el focus de les intencions de formació, serveix com a referent per a observar progressos reals que s'analitzarà dels alumnes* (confirmant el que ja deia Gravemeijer 2001).

Pel que fa l'organització dels macrocicles, els eixos de desenvolupament triats (capítol 3, 3.4.), permeten centrar l'esforç del treball sobre significació, representacions i connexions d'una manera força coherent. Això ha implicat trencar els temes clàssics de caràcter matemàtic (geometria, estadística, nombres, mesura...) i fer una proposta més transversal dins les matemàtiques i el seu ensenyament com és parlar d'igual i diferent, dependència, sentit numèric, etc.

És important haver interpretat les competències com una fita per a la formació inicial i el desenvolupament professional, que només es pot contrastar i s'evidencia en la pràctica d'aula com a docent que pugui prendre decisions (DeSeCo, 2002). Això ens permet reconèixer els coneixements crítics(components indispensables) que configuren dites competències en els futurs mestres i , a la vegada ens permet determinar dificultats per assolir-les en un grau elevat en la formació inicial.

Indicar el context en el que es desenvolupa la recerca no només és una exigència metodològica, també ens mostra les condicions en les que es dona la formació al nostre país. La sistematització que s'ha realitzat ha presentat unes condicions semblants a les d'altres recerques realitzades a l'estat espanyol a la formació inicial d'ensenyants de Primària.

Sobre el procés de formació.

Al llarg de la nostra recerca, ens hem proposat *Identificar característiques d'un procés d'aprenentatge i instrucció professional que es considera apropiat a partir d'observar una experiència de formació matemàtica de mestres de Primària* (objectiu (b), pàg. 18), i ho hem fet en el marc de la recerca per desenvolupament. Així, no només hem aplicat una metodologia de treball, ans hem redefinit elements d'una teoria per a l'anàlisi empírica de processos de formació.

Hem definit trajectòries hipotètiques de formació inicial, a partir d'un perfil de mestre de primària que volem formar, com aquell que té disposició al canvi, motivació, capacitat, implicació, reflexió i professionalitat, (seguint a Shulman & Shulman 2004) i hem caracteritzat el que això significa en les nostres condicions i context. Hem caracteritzat el desenvolupament professional especialitzat com a procés d'aprenentatge constant autocontrolat i compromès en una societat canviant, que s'analitza com una *construcció personal situada*.

Hem concretat els principis per una formació com a mestre generalista educador matemàtic, evocant un perfil que considera al mestre com a socioculturitzador, facilitador de l'aprenentatge, investigador, constructivista, i integrador que situa el coneixement específic. S'ha caracteritzat les components del desenvolupament professional com a: millora epistemològica en matemàtiques, component estratègica-interpretativa-didàctica i actitudinal. S'estableixen les bases, creences i intencions d'un model de formació, interpretant les matemàtiques com un procés d'inculturació, en una comunitat de pràctica, disposat a millorar la seva formació, que ha de tenir com a focus central l'aprendre a ensenyar matemàtiques.

A partir d'aquests principis, s'han mostrat les competències professionals específiques que es considera que ha de tenir com a educador matemàtic: tenir competència matemàtica i didàctica. Es justifica una proposta de model organitzatiu (fase 1 de disseny en la RD) i es presenta un disseny de les trajectòries hipotètiques d'aprenentatge (Trhifi) que incorporen elements de formació compatibles amb les recerques de Simon (2000) sobre els cicles de formació.

Les trajectòries hipotètiques de formació ens permeten no només descriure interpretativament el que succeeix, ans identificar processos d'ensenyament-aprenentatge viscuts per l'alumnat a partir de les seves produccions. Introduir a més les anàlisi de nivells i tipus d'activitat permet identificar en quin grau es donen determinats coneixements i les dificultats per consolidar la valoració del contingut matemàtic.

Sobre les apreciacions inicials dels futurs mestres.

D'altra banda, preteníem mostrar i intentar *caracteritzar apreciacions dels alumnes de magisteri sobre les matemàtiques i sobre la seva didàctica en dita experiència de formació contextualitzada* (Objectiu (c) , pàg. 18). Així, sobre la situació inicial i context de formació (SIF), hem observat pel que fa a les condicions inicials dels alumnes de la mostra de l'estudi realitzat, respecte al treball matemàtic i gestió del coneixement constatem una situació alarmant. Fet que ha estat reconegut

en altres estudis, i atribuït a un pla d'estudis de formació inadequat (Carmen Morán en El País, 22 de juliol de 2002, citant a Martín Socas). En concret els indicis negatius de les apreciacions declarades en el nostre estudi són :

SIF1) Els futurs ensenyants ***no tenen un coneixement complet de les matemàtiques de Primària***, desconeixent significats i representacions de continguts elementals com la línia numèrica. Donen raons de coneixement matemàtic de tipus analògic, no centrades en la comprensió (no sabent indicar arguments per al pas de 49 a 50), Es desconeix la significació dels algorismes elementals de càlcul aritmètic (com el cas de la subtracció).

SIF2) ***El paper que atorguen a la matemàtica a l'escola és de matèria difícil, que no està a l'abast de tothom***. Gairebé un 50% no se sent prou segur per ensenyar-les. Curiosament només un 30% creu que la dificultat prové del docent. Pel que fa al valor que atorguen a les matemàtiques, tenen respostes contradictòries. Si bé un 90% diuen que matemàtiques no és només aplicar regles, no fan altra cosa que aplicar regles en moltes de les seves respostes al llarg del curs de formació.

SIF3) Pel que fa al seu posicionament professional inicial, ***creuen que el que més afavoreix l'aprenentatge matemàtic és potenciar l'autoconfiança dels alumnes, i assegurar que comprenen els conceptes, deixant de banda altres components matemàtiques i estratègiques***. Entre els pocs elements didàctics que declaren, valoren l'ús dels elements no simbòlics com material i jocs.

Sobre la valoració del desenvolupament professional

Ens proposàvem també *identificar eines que ens serveixen per a valorar el desenvolupament professional, i quins criteris les justifiquen* (Objectiu (c) , pàg. 18). . Així, a la recerca identifiquem eines conceptuais i metodològiques que ens serveixen per a valorar el desenvolupament professional i els criteris que les justifiquen.

Entre elles ha estat important la classificació dels futurs ensenyants, segons les relacions que estableixen amb el coneixement matemàtic, i la intencionalitat sobre la pràctica social del seu ensenyament.

Ha estat també important l'anàlisi del discurs dels estudiants, que ens dona informació sobre l'ús del coneixement matemàtic, sobre la forma de situar aspectes del coneixement i la comprensió dels processos d'aprenentatge, instrucció i interacció. Així mateix sobre el posicionament sobre l'aprenentatge. I, en particular, l'anàlisi del tipus i grau de la complexitat de l'activitat matemàtica, ja que ens permet reconèixer com cada estudiant incorpora diverses formes de treballar el coneixement matemàtic.

Finalment, l'anàlisi de l'adquisició i valoració dels processos cognitius que apareixen en les construccions conceptuais, per mitjà de l'ús de atribucions, significats, exemples i contraexemples, connexions, jerarquies i representacions en situacions aritmètiques. L'ús de mapes conceptuais elaborats sobre les produccions, també ha estat important per reconèixer les connexions i classificar el tipus de relacions conceptuais que estableixen.

Ha estat important comprovar quins tipus de tasques han estat “ detectores” de desenvolupament professional. Principalment han estat les activitats de caràcter didàctic. En elles, l' alumnat ha de posar en joc la seva capacitat crítica en l' elecció dels elements matemàtics lligats a l' aprenentatge i a la instrucció i el valor que concedeix al contingut matemàtic.

Els tipus d' activitats que han resultat més riques en el sentit de proporcionar "bona " informació sobre el desenvolupament professional en els aspectes relatius a la component matemàtica i a l' estratègica -didàctica han estat.

- Disseny d' activitats d' avaluació (veure 4.6., pàg. 222) , amb condicions específiques com ara la concreció d' objectius a avaluar, les solucions possibles a les activitats, valoració de les solucions i prioritització dels elements essencials en cas d' errors.
- Construcció de seqüències d' aprenentatge (veure 5.2. pàg. 269), curtes i amb condicions ben definides, on calgui establir el rang de la demanda cognitiva, havent de seleccionar significats i les representacions corresponents i la seva jerarquitització .
- Documents de posicionament que impliquin confrontació (veure 5.3, pàg. 280), amb qüestionari guiat i concreció de la demanda.
- Disseny de tasques matemàticament significatives (veure 5.5., pàg. 321), en propostes didàctiques integradores de contingut professional.

Creiem a partir de l' estudi realitzat, que per evidenciar el desenvolupament professional i obtenir informació valuosa, cal posar al futur mestre en situacions prou pautades i amb demandes específiques. És especialment aconsellable demanar la justificació de les decisions preses.

6.3. Sobre els aspectes matemàtics del desenvolupament professional. Conclusions sobre l'anàlisi retrospectiva .

Ens proposàvem *Identificar aspectes que mostren el creixement i canvi del coneixement professional d'un grup de tres estudiants. I específicament pel que fa l'establiment de connexions, reconeixement de significats aritmètics i llurs representacions* (objectiu 1.4., pàg18). Interpretem el creixement i canvi com a coneixement en acció, demostrat en les produccions textuais dels estudiants en quant la presentació d'idees reflexa la seva representació sota analogies, il·lustracions, exemples, explicacions i demostracions (Shulman, 1986, p. 9). No només hem considerat els problemes matemàtics, sinó també les activitats professionals.

A les nostres propostes professionals s'ha aconseguit interpretar el contingut matemàtic com a objecte d'ensenyament-aprenentatge bàsicament en les activitats de disseny, selecció i anàlisi de tasques matemàticament significatives (per exemple quan els futurs mestres saben establir rangs de demanda cognitiva diferents en activitats d'ensenyament),

En la RD, la informació obtinguda a partir de la revisió i anàlisi retrospectiu de les activitats instruccionals anteriorment citades ens serveix per a explicar, avaluar, ajustar i expandir una teoria de la formació inicial. Les Trhifi que s'han analitzat en l'estudi detallat amb tres alumnes, ens permet una reconstrucció de la trajectòria d'aprenentatge, que depèn de la significació personal que les persones atorguen al treball realitzat.

L'anàlisi del discurs ha permès identificar d'entitats i desvetllar diferències (en el cas de nombre parell, doble i meitat i múltiples); significacions lligades a conceptes numèrics i operacions (sistema de numeració decimal, addició i subtracció); estructures més globals (valor de la igualtat i l' equivalència), així com el nivell d'ús de representacions múltiples associades a continguts matemàtics i el grau de

reconeixement d'estructures conceptuals elementals aritmètiques. Per això, les conclusions sobre la reconstrucció de les Trhifi les agrupem en tres elements del desenvolupament professional en la component matemàtica (DPM): (a) establiment de diferències i reconeixement de propietats, (b) multiplicitat de significats i valor de les representacions i gèneres, (c) relacions i connexions com a estructures conceptuals.

(a) Establiment de diferències i reconeixement de propietats.

Els exemples que presentaven els futurs mestres, ens permeten reconèixer com entenien la formació dels conceptes, l'establiment de diferències entre entitats matemàtiques, i els procediments que consideraven adients. Els exemples analitzats són signes que mostren les variacions experimentades pels futurs mestres, en quant expressen formes de concreció del contingut matemàtic i expliciten dites diferències.

DPM1) Reconeixem dos usos diferenciats dels exemples en la identificació de continguts i explicitació de diferències. En un cas, els consideren com a elements inductius, com a casos particulars que s'atribueixen a certes característiques, en el sentit més matemàtic. Un segon ús no és inductiu sinó il·lustratiu, i orientat a la pràctica. Així, els exemples serveixen per a distingir dos tipus de conceptes o procediments i evidenciar que un és més entenedor que l'altre (Aquest resultat és força semblant al que explica Rowland i al 2003 en el context d'una pràctica professional).

DPM2) Per a la justificació d'afirmacions en la construcció d'entitats sovint només s'utilitzen exemples. L'ús de contraexemples tot just es dona en situacions simples. En el cas dels nombres parells la majoria de l'alumnat dona un únic contraexemple no prototípic, sense explicitar la idea que aquest contraexemple ja anul·la la propietat. Un 14% de l'alumnat dona famílies de contraexemples sense evidenciar el seu caràcter general, i

només un 9% mostra els contraexemples com a refutació de la validesa general de la propietat).

DPM3) Al llarg de l'estudi experimental, no hi ha incorporació de contraexemples com a recurs general de refutació d'atributs llevat de la persona que té un millor nivell-base de contingut matemàtic inicial.

DPM4) La conducta d'explicitació de diferències entre entitats matemàtiques es veu clarament relacionada amb el coneixement previ dels futurs mestres. La persona de coneixement matemàtic més feble mostra millores només en algunes situacions on el contingut matemàtic és de nivell molt elemental. Així, classifica els nombres en: múltiples de tres, múltiples de 3 més un, i més dos. En aquest cas, l'alumna dona dues definicions per analogia respecte el que es va treballar amb els nombres parells. En una altra ocasió relacionada amb la proporcionalitat directa explicita diferències a partir del record del treball realitzat a Secundària.

(b) Multiplicitat de significats i valor de les representacions i gèneres.

Pel que fa a la progressió en el reconeixement de la multiplicitat de significats veiem que es va produint de manera desigual entre les persones analitzades. Tanmateix, hem observat que les tasques que "obliguen" a prendre decisions instructives, especialment en el disseny de seqüències, no sols ens permeten constatar el coneixement estatègic-didàctic, ans també manifesten aspectes del coneixement matemàtic.

El grup classe i les alumnes analitzades milloren pel que fa a l'ús de registres i gèneres diversos, així com en la valoració de significats diferents. Hem observat que:

DPM5) Hi ha incorporació de significats diferents només en el cas de continguts de nombres naturals i operacions, no en el cas de les fraccions.

DPM6) Progressa el reconeixement del valor de les representacions, encara que en ocasions només es veu com a element de motivació o clarificador. Així mateix, observem una forma desigual d'enfrontar les representacions segons el grau de coneixement o familiaritat amb el concepte concret. Costa incorporar la multiplicitat i equivalència de propietats sobre les que es pot definir.

DPM7) La precisió en el llenguatge matemàtic no millora en general. Es fonamenta en el seu coneixement base inicial.

(c) Relacions i connexions com estructures conceptuais.

Hem interpretat el valor i importància de les connexions, en quant uneixen les eleccions i decisions que es prenen per a identificar el més rellevant i profund del més irrellevant del contingut matemàtic.

Tenint en compte que els indicadors de millora epistemològica s'entenen in crescendo, els tres primers descriptors (identificació simple, construcció d'entitats i l'explicitació de diferències entre entitats matemàtiques) es donen en les tres persones analitzades. Ha estat baix el reconeixement i ús de relacions conceptuais pel que fa a argumentacions o equivalència d'atributs o propietats, fins el punt d'estar "per sota" del que esperem. En pocs casos s'aconsegueix millorar el grau d'ús de xarxes conceptuais.

DPM8) Les úniques relacions que els futurs mestres expliciten clarament són les inclusions de continguts geomètrics vinculats amb les característiques de les figures, i les que es recorden d'haver treballat a Secundària en el cas de les relacions de dependència funcional.

A l'hora de l'elaboració i reconeixement de propietats, només en la persona de millor coneixement base es veuen indicis de manifestació de troballa de propietats i establiment de relacions.

Les diferències individuals en el coneixement base matemàtic es mantenen durant tot el període. Atès que els nivells de base inicials des del punt de vista matemàtic són difícils de canviar en les condicions que hem esmentat, unit al fracàs dels cursos centrats sobre el contingut matemàtic (Konyalioglu, A.C., 2003), sembla que abonen la idea de la necessitat d'un currículum més ampli de formació, amb experiències basades sobre pràctiques especialitzades d'anàlisi de la realitat escolar.

6.4. Sobre els aspectes estratègics del desenvolupament professional. Conclusions sobre l'anàlisi retrospectiva.

Com a part de l'objectiu (d) de la recerca (veure pàg. 19) hem *d'identificar aspectes que mostrin creixement i canvi en els coneixements didàctics associats.*

A les nostres propostes s'ha aconseguit un cert grau de proximitat amb el contingut matemàtic com a objecte d'ensenyament - aprenentatge en el disseny, selecció i anàlisi de tasques matemàticament significatives (per exemple quan se saben establir rangs de demanda cognitiva diferents), i en el disseny, anàlisi i selecció de seqüències i recursos curriculars (Llinares, 2004) com una comunitat d'aprenents que reflexionen i investiguen sobre llur propi treball. Cal tenir en compte que es connecta no només quan es relacionen continguts entre ells, sinó també quan es justifica amb coherència materials instructius, i s'és capaç de reconèixer les

demandes cognitives sobre diferents tòpics amb determinades tasques. Per això s'interpreta com quatre aspectes: establir connexions, decisions sobre seqüències, anticipació de la complexitat, i reconeixement d'apropiacions conceptualitzades.

L'anàlisi del discurs ha donat oportunitat de notar la incorporació de continguts instruccionals (elaboració de síntesi de gestió, reconeixement de currículum escolar, elaboració de seqüències de contingut, identificació d'elements clau de les seqüències de contingut), aspectes relatius a l'aprenentatge (identificació de processos significatius, i graus de dificultat en el contingut), i intencionalitat sobre la pràctica (valor del material didàctic i visual, la motivació, els valors, etc). D'altra banda els textos poden considerar-se elements per a la instrucció, es justifica la seva col·locació per a justificar un determinat procés i s'associa a la presa de decisions del docent.

A partir de l'anàlisi del procés de formació de tres estudiants, en la component estratègica del desenvolupament professional (DPE), hem reconegut que:

DPE1) Pel que fa a l'intencionalitat sobre la pràctica professional i la incorporació de components instruccionals, s'observen millores progressives a partir de l'activitat 5. Els progressos individuals són diferents tant en els aspectes de l'aprenentatge com en els dels aspectes instructius. Sobre el valor atorgat als processos de reflexió i comunicació les preguntes que es fan s'aboquen cap a trobar exemples, buscar raons, etc.

DPE2) Sobre el valor del coneixement del currículum escolar, en el primer semestre no hi ha hagut un èmfasi especial sobre el contingut didàctic. Amb prou feina no s'ha parlat de currículum, i els infants no són totalment presents a les propostes que es fan. No oblidem que, durant el

primer semestre de formació, no s'ha vist encara psicologia evolutiva i la didàctica general es troba al segon semestre

DPE3) El treball realitzat mostra que cal atorgar valor al context i saber que es donarà un cert tipus d'aprenentatge segons quines siguin les condicions. És a dir, l'activitat sense el reconeixement de les seves condicions no és efectiva.

DPE4) Hi ha dificultats en el procés de selecció de significats prioritaris, i el corresponent efecte sobre la construcció de seqüències didàctiques apropiades. L' anterior tasca és més que una simple tècnica de com s'organitza una seqüència de contingut, es tracta de saber establir els significats prototípics i establir connexions adients entre els significats, tenint en compte els coneixements previs, les possibles representacions i els contexts.

DPE5) Des del punt de vista de la complexitat en la planificació, observem que l' alumnat no fa explícits determinats elements estratègics. Tot i haver promogut tasques a les que es podrien atribuir millores epistemològiques, no s' aconsegueix que es mostrin canvis en els fonaments matemàtics.

A partir de les observacions realitzades, veiem que cal influir amb més temps sobre pràctiques reflexives, ja que "permeten identificar, avaluar, i canviar les creences subjacents, les teories d'ús, que influencien les accions educatives." (Osterman and Kottkamp, 2004:16).

6.5. Sobre els aspectes actitudinals del desenvolupament professional. Conclusions sobre l'anàlisi retrospectiva.

Davant el propòsit de *mostrar possibles canvis (l'objectiu (d) de la recerca)*, com a component actitudinal del desenvolupament professional (DPA) s'ha realitzat una proposta de formació. De tots els aspectes possibles de la component, només s'ha analitzat les apreciacions / concepcions i l'assumpció crítica reflexiva de l'activitat professional com a intencional. De l'estudi realitzat amb tot un grup classe al que s'ha aplicat aquesta proposta, i l'anàlisi detallada amb tres alumnes sobre l'assumpció de l'activitat professional compromís i identitat professional podem concloure que:

DPA1) Pel que fa a la relació de les concepcions de les matemàtiques, l'ensenyament de les mateixes i el coneixement de l'aprenentatge dels alumnes, mostren apreciacions majoritàries de tipus connexionista (com ja esmentava l'estudi de Rowland i al. 2000). Dues de les tres futures mestres creuen que tots els infants aprenen matemàtiques si es dona un ensenyament adient, caracteritzat per explicitar les connexions entre els diversos aspectes de les matemàtiques. El que hem observat com a diferent d'aquell estudi es que l'evolució d'aquesta apreciació és molt petita.

DPA2) Notem una major flexibilitat cap al reconeixement d'un major nombre de significats de nocions aritmètiques (igual-diferent, doble i meitat, etc). La implicació és desigual, no hi ha hagut temps suficient per desmuntar una idea clàssica sobre les definicions i les visions prototípiques de les mateixes.

DPA3) No sembla, que s'aconsegueixi estimular la reflexió coherent sobre les connexions entre conceptes, el conjunt de situacions que donen sentit als conceptes matemàtics, el conjunt d'invariants operacionals (en el sentit de Vergnaud) per a dotar de significat dites situacions, el conjunt de representacions i les intencions educatives mostrades.

DA4) Tanmateix constatem (tot i que a partir de la quarta activitat) que el disseny d'algunes activitats forcen naturalment a l'establiment de connexions i ús de contextos explícitament, sobre tot en la formulació de proves. Així, a l'activitat 5, cap al final del primer semestre poden veure's més clarament el grau i tipus diferent de connexió mostrat per les alumnes observades. Pel que fa a la incorporació conceptual a les propostes hipotètiques sobre la pràctica, reconeixem un procés de reelaboració inacabat, no complet com voldríem.

Ensenyar, considerat com a procés que inclou tres fases pre-activa (planificació), interactiva (acció) i post-activa (revisió), implica la formació en les tres fases. Serà que els futurs docents poden mostrar-nos aquestes concepcions i assumir competències en una situació només planificada i no realitzada?. Sembla que aquesta és una component de contingència (Rowland et al, 2003) en la que es demana que el futur mestre ha de reconèixer el que s'espera que passi en els esdeveniments de classe que són impossibles de planificar. Com s'aprèn això?. Sembla que no n'hi ha prou amb simulacions i que cal introduir experiències de pràctica d'aula, on es pugui contrastar aquest element de desenvolupament professional.

Pel que fa al desenvolupament professional, les competències com a educador matemàtic (veure pàgs.79-80), no s'assoleixen en un nivell suficient en l'estudi experimental realitzat.

Pel que fa al pensar matemàticament, ja hem indicat l' abast i limitacions del coneixement conceptual i procedimental dels futurs mestres. Les generalitzacions es redueixen , en el cas òptim, a la comprovació argumentada mitjançant uns quants exemples. Pel que fa a formular problemes, s' obtenen propostes molt simples semblants a les dels infants. Els costa establir relacions entre els conceptes implicats en el problema. Malgrat haver treballat sobre les possibles estratègies de resolució de problemes, apliquen les tècniques conegudes a priori , no usen representacions gràfiques i tenen greus dificultats en resoldre de més d' una manera.

Els futurs mestres no són capaços d' analitzar i construir models matemàtics, com tampoc segueixen raonaments matemàtics aliens, no reconeixen el valor matemàtic dels contraexemples. Es queden , normalment, en raonaments informals .

Pel que fa a maneig de diverses representacions , llenguatge simbòlic, comunicació i eines matemàtiques ens remetem al que s' explica específicament en l' apartat 6.3. Un cas especialment rellevant és el de la representació de problemes amb fraccions.

Pel que fa les competències didàctiques, es veuen desfavorides les competències en avaluació i no s' han donat competències col·laboratives , ni d'implicació per que no hi ha hagut activitat pràctica professional.

Pel que fa a les competències curriculars, d' ensenyar i d' aprenentatge (veure 6.4.), malgrat la proposta d' activitats en aquesta línia , els resultats aconseguits són inferiors al que seria desitjable per un professional.

Ha quedat clar que l' assignació temporal en el pla d' estudis és insuficient per aconseguir el desenvolupament de les necessàries competències professionals. No s' ha pogut veure propostes curriculars diferents, valorar i justificar activitats d'aprenentatge en tots els temes matemàtics, analitzar actituds i creences respecte

de les matemàtiques (dels seus futurs alumnes), analitzar el desenvolupament individual dels infants .No n' hi ha prou en oferir fer un “menú de degustació” per assolir les competències didàctiques.

Ens trobem en una situació en la que, per una banda, necessitem donar als estudiants prou oportunitats de pensar lliure i creativament. Això ho fem per que sabem que és beneficiós pels estudiants “inventar” les seves solucions. Las tasques que tenen elements més concrets o lúdics poden implicar als estudiants en el seu propi aprenentatge, els estudiants treballen al seu nivell. Per altra banda, els estudiants necessiten ser guiats amb tota cura, el seu raonament necessita ser formalitzat i les seves nocions han d'esdevenir més abstractes i generals. Haurien d'estructurar i fer créixer el seu nivell (emergència de models matemàtics, abstracció, generalització, i formalització). Però la major part de la guia prové del formador, aleshores quanta més autonomia vulguem dels alumnes, més haurem d'invertir en planificació.

Seguint un plantejament dicotòmic, diversos autors ja havien parlat de dues grans concepcions del professor de matemàtiques : l'absolutista, creant entorns centrats en el docent i la constructivista, en la que es permet que els estudiants explorin (Golafshani 2004). Aquesta visió no s'allunya del que havia plantejat Lerman (2002) parlant d'un docent reformista o tradicional, o bé la visió de Wilson i Cooney (2002) identificant una visió relativista basada en valorar la comprensió de l'estudiant i la no relativista. Ara bé, el treball de formació inicial no ens permet fer una assignació basada sobre la pràctica, però potser si que ens ha permès caracteritzar tendències cap a una o altra de dites concepcions. En base a això, al nostre treball, hem pogut observar un continu que es manifesta de formes diferents en situacions diferents :

DPA5) Pel que fa a un nivell intencional sobre la pràctica, apareixen tres tipus d'estudiant de mestre, sense ocupar posicions extremes. Conformistes amb alguns indicadors de posició més reflexiva, reflexius i interrogatius amb elements del tipus crític- interpretatiu. Es reconeix la visió implicativa i crítica d'una de les alumnes de la mostra a diferència de les altres. Sembla que totes busquen un posicionament en el discurs pedagògic i mostren cert grau d'implicació reflexiva professional però a nivells diferents.

DPA6) Els estudiants i les seves pràctiques (pel que fa a la visió de les matemàtiques com a pràctica social) sovint es mantenen autònoms (en el sentit de deslligats de cap consideració social de l'aprenentatge) tant pel que fa a les matemàtiques com en les pràctiques pedagògiques. Al nostre treball, per exemple, només una persona ha sabut integrar continguts estratègics de lectures proposades. També, davant d'una seqüència d'aprenentatge que havien de valorar, es mostraven molt conformistes amb la proposta, no posant-la en qüestió des del punt de vista de la construcció matemàtica. A la proposta posterior d'una unitat didàctica, només una (la mateixa persona que abans) feia evident que pensava considerar aquests aspectes. Pel que fa al grau d'implicació apareixen tres posicions diferenciades, des de l'assumpció dels paper com a mestre fins a considerar el col·lectiu com a extern, sentint-se encara més alumne que mestre. Hi ha poca coherència entre posicionament declarat a nivell intencional sobre l'educació matemàtica i les propostes didàctiques concretes que elaboren. No sembla estar relacionat amb el fet de saber més matemàtiques.

DPA7) Sobre tot en les activitats del segon macrocicle, els estudiants “reflexius” continuen pensant que l’aprenentatge depèn del docent. Molts cops intenten motivar amb un vernís de coneixement matemàtic de cada dia, activitats familiars i fenòmens corrents. Pensen provocar una millora , que resultaria ser només marginal, en l’accés dels nens a les matemàtiques. Per exemple, fan ús de materials didàctics només de forma motivadora. Expressen necessitar més formació de matemàtiques i pedagògica (maneres diverses d’ensenyar). Trobem en una de les alumnes, indicis de posició interrogativa.

Com ja es deia a la Ponència al Senat l’any 2000, podríem caure en l’errada de pensar que, ampliant i detallant els continguts a impartir en un programa de formació inicial de professors de Matemàtiques, ja hem resolt el problema. Aquesta recerca mostra de nou que cal donar respostes al ‘cóm’. Ara bé, la forma que pot adoptar el procés d’accés i generació d’aquest coneixement necessari per a l’ensenyament, des de la perspectiva de que pugui fonamentar una determinada pràctica, és molt més complex.

Al nostre treball hem observat que diferents futurs mestres tenen percepcions, posicionaments i interpretacions diferents pel que fa als aspectes pràctics professionals. Hem de ser conscients d’aquests fets perquè no podem pensar en la formació com una acció controladora. En efecte , els futurs mestres pertanyen a formes de pensar diferents dels quals alguns s’apropien de principis constructivistes, reflexius i crítics des d’una perspectiva general. El programa de formació no unifica, ja que es creen la seva forma particular d’interpretar el coneixement i el propi valor de les matemàtiques, i el seu ensenyament -aprenentatge.

D'una altra banda hi ha qui té un posicionament pragmàtic i que vol introduir propostes innovadores sense tenir realment base per a justificar-les interpretativament ni epistemològicament. Les posicions no són dicotòmiques, sinó que les interpretem com a un continu, davant el que no hi ha un comportament anàleg en cada un dels temes o propostes.

6.6. Implicacions per al desenvolupament de programes de formació inicial.

Un disseny instruccional innovador pel que fa a la seva estructura i organització com el que s'ha presentat i experimentat, precisa d'una gestió àgil i compromesa per part dels formadors que la duguin a terme. Necessita d'una sensibilitat d'observació i d'una predisposició cap a una visió global del que és la matemàtica. Per aquest motiu, en un disseny com aquest, especialment si es planteja també com una recerca per desenvolupament (en col·laboració amb un equip de formadors i recercadors), el paper del docent és fonamental.

El procés de formació matemàtica necessària per esdevenir un mestre-educador matemàtic és lent, i precisa de **més quota que l'actual en els plans d'estudi** de la formació inicial. No es pot permetre el creure que, amb una mostra del que cal fer per formar matemàticament als nostres estudiants de mestre ja sigui suficient. No és només que, matemàticament parlant, la preparació dels nostres estudiants de mestre sigui molt escassa. Encara que, com a ciutadans formats fos correcta, faltaria l'específica formació matemàtica per saber com actuar de facilitador de l'aprenentatge dels seus futurs alumnes. Això ha quedat clar en el lent progrés que s'ha fet respecte a la conceptualització i als contextos rellevants pel que fa a la incorporació en les propostes sobre la pràctica. En la present recerca s'ha vist com els elements, necessaris per a posar les matemàtiques a l'abast dels alumnes de Primària, presentaven dificultats d'adquisició.

Més en concret, cal assegurar que els estudiants de mestre adquireixen les nocions dels conceptes més importants de l'ensenyament elemental, els seus significats i els exemples prototípics, representacions múltiples i un grau de complexitat suficient per a fer propostes didàctiques. Tanmateix això no és suficient, cal que adquireixin la **consciència** que això és important per planificar i actuar a l'aula de manera adient.

Cal assegurar-se que coneixen contextos rellevants relacionats amb els objectes matemàtics a tractar i amb els interessos i possibilitats dels seus alumnes. Tanmateix això no és suficient, cal que adquireixin la **consciència** que els contextos i els materials manipulatius són per alguna cosa més que per motivar i crear un entorn més lúdic per fer matemàtiques. Només el treball continuat implicant contextos reals i materials manipulatius permetrà la coneixença i la valoració com a instruments d'aprenentatge matemàtic. Per aconseguir la valoració crítica dels mateixos, cal que els exemples analitzats siguin uns quants, doncs no es pot triar si se'n veu un de sol per cada tema.

Cal assegurar-se que veuen les matemàtiques com un tot i coneixen i **valoren** les connexions. Tan les conceptuals, com les representacionals i les d'aplicació.

Es aconsellable proporcionar la ocasió de dur a terme tasques que provoquin la presa de decisions pel que fa als aspectes anteriorment citats. S'ha mostrat una eina útil la proposta de disseny d'activitats d'avaluació, en el context de l'aula universitària. També el disseny de seqüències d'aprenentatge així com la valoració de seqüències alienes.

El formador ha de potenciar la reflexió i la comunicació. Oferir exemples no és suficient, ha de convertir-se en una constant per tal d'assegurar-ne els efectes sobre la formació. La comprensió guanya amb la discussió, alhora fa adonar de les virtuts d'ambdues accions. El formador pot promoure les discussions sobre tasques,

resultats, ús de materials, etc, amb el retroprojector o amb visualitzadors (vídeo-càmeres fixes en tauler informàtic).

Les activitats de síntesi són imprescindibles en un enfocament transversal com el que s'ha presentat. En cas contrari pot perdre's la visió global i altres tipus de connexions que no siguin tan evidents. Cal relacionar-les amb les activitats de disseny de proves d'avaluació o de propostes didàctiques, en cas contrari s'ha vist que no sembla haver-se assimilat les connexions.

Per contemplar l'anterior en un programa de formació, **el temps dedicat a les assignatures de didàctica de les matemàtiques ha d'augmentar sense cap dubte**. No és possible fer-ho amb la quota dels plans d'estudis actuals. També es veu convenient incloure **la pràctica des de les assignatures específiques**. No es pot plantejar un ensenyament de qualitat amb les pràctiques generalistes que s'estan duent a terme en l'actualitat en la nostra (i d'altres universitats), on un alumne pot acabar la carrera sense haver fet mai una classe de matemàtiques a alumnes de Primària. No és només la pràctica el que es veu imprescindible, sinó la **reflexió sobre la pràctica, que ha de ser tutoritzada per un formador matemàtic**.

6.7. Prospectiva.

L'aplicació que s'ha fet de la recerca per desenvolupament (RD), per qüestions de temps i d'equip de treball, afecten a l'abast de les troballes. Per refinar una teoria local d'instrucció que contribueixi a una teoria més general de formació inicial es necessitaria un procés de fases successives més ampli i un equip més gran de treball. Des del punt de vista de les TRHIFI, el plantejament global utilitzat fa perdre de vista l'anàlisi de les trajectòries més específiques dels futurs mestres en el desenvolupament d'alguns temes particulars. Això limita l'abast de les conclusions sobre l'aprenentatge matemàtic que seria motiu de noves experimentacions, o noves anàlisi específiques sobre les dades actuals.

De forma més àmplia, la recerca en formació inicial per a professors de Primària és una qüestió que precisa d'impuls que es tradueixi en models i propostes específiques. Això és especialment important pel nostre entorn europeu. Connectats estretament amb la temàtica desenvolupada considerem com a possibles aspectes de futur, el que es desprèn de les reflexions següents:

En un context tan complex, no s'ha fet gaire èmfasi en l'anàlisi epistemològica i fenomenològica dels continguts matemàtics específics, tampoc en els processos interactius d'aprenentatge. Aquests elements es consideren importants pel que fa a la docència però no ha estat possible contemplar-los. Evidentment l'elecció podia haver estat diferent i deixa el tema obert a altres estudis. Un altre aspecte interessant seria exposar una anàlisi detallada de les bases i del procés de disseny de les accions d'aprenentatge, per les informacions que haguessin pogut proporcionar.

Un altre element de futures recerques és fer una anàlisi detallada dels mini – instruments emprats i paper de les TIC. Per exemple l'anàlisi de la influència de les TIC sobre la construcció d'entitats des del punt de vista de veure els progressos representatius en comunitats virtuals (Meira 1998). No només en el sentit de la formació matemàtica dels estudiants de mestre, també en l'ús d'aquestes eines com un context especialment interessant. Com desenvolupar la idea de decimal com aproximació o la seva representació sobre la recta a partir de les TIC és avui possible pels programaris existents. Les mini-eines permeten afrontar petits segments de contingut i així es pot discutir i reflexionar sense esperar gaire temps. Aquest fet afavoreix la metacognició.

Coincidim amb altres investigadors en la necessitat de compartir un coneixement base per tal de construir uns programes de formació de docents més efectius. Hauríem d'aprendre molt més dels altres, a les Facultats de Formació del Professorat, sobre programes i demandes i compartir molt més a nivell de la instrucció dels futurs mestres (Hiebert et al., 2003).

Bibliografia

- AAMT (2002) *Standards for Excellence in Teaching Mathematics in Australian Schools*. Adelaide South Australia. <http://www.aamt.edu.au>
- Aballe, M.A. (2000) Aproximación al nivel de conocimiento matemático básico de futuros maestros de Primaria, *Uno*, 25, 89-105.
- Abraham, J. i Biby, N. (1988) Mathematics and society: ethnomathematics and the public educator curriculum. *For the learning of mathematics* 8(2), 2-11.
- Allall, L. (2001) Situated cognition and learning : From conceptual frameworks to classroom investigations. *Revue Suisse des sciences de l' education*, 23, 407-422.
- Askew, M., Brown, M., Rhodes, V., Wiliam, D. i Johnson D. (1997) The contribution of professional development to effectiveness in the teaching of numeracy, *Teacher Development*, 1(3), 335-355.
- Askew, M. i Wiliam, D. (1995) *Recent research in mathematics education* 5-16. London: HMSO.
- Aubrey, C. (1997) *Mathematics Teaching in the Early Years: an investigation of teachers' subject knowledge*, London: Falmer.
- Aubrey, C. (1996) An investigation of teacher's mathematical subject knowledge and the processes of instruction in reception classes, *British Educational Research Journal*, 22, 181-197.
- Azcárate, P. (1999) Estrategias metodológicas para la formación de maestros, en J.Carrillo i N. Climent (Eds.) *Modelos de Formación de maestros en Matemáticas*. Huelva, Univ. de Huelva.
- Backhouse, J.; Haggarty, L.; Pirie, S. i Stratton, J. (1992) *Improving the learning of mathematics*. London: Cassell.
- Bakker, A. (2004) *Design research in statistical education. On symbolizing and computer tools*. Disertation Utrecht University (Netherlands).
- Ball, D. (2000). Bridging practices: Intertwining content and pedagogy in teaching and learning to teach. *Journal of Teacher Education*, 51, 241-247.

- Ball, D.L. i Cohen, D.K. (1999) Developing Practice, Developing practitioners: Toward a Practice-Based Theory of professional Education (1-33) En L.Darling-Hammond I G. Sykers (eds.) *Teaching as the Learning profession. Handbook of Policy and Practice*. Jossey-Bass Pub. San Francisco.
- Ball, D.L. (1993) With an eye on the mathematical horizon: dilemmas of teaching elementary school mathematics. *The elementary school journal*, 93(4) 373-397.
- Ball, D.L. (1990,a) What is the role of IT within the National Mathematics Curriculum *Journal of Computer Assisted Learning*, 6 ,139-145
- Ball, D.L. (1990,b) I haven't done these since high school. Prospective teachers' understandings of mathematics. *Proc. of the 10th PME Conference*, 268-274.
- Ball, D.L. (1990,c) The Mathematical understandings that prospective teachers bring to teacher education, *Elementary School Journal*, 90(4), 449-466.
- Ball, D.L. (1990,d) Prospective elementary and secondary teachers' understanding of division. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21,(2), 132-144.
- Ball, D.L. i Wilson, S. (1990) Knowing the subject and learning to teach it: Examining assumptions about becoming a mathematics teacher, *Research report*, N.C.R.T.E.
- Barnet I Tyson (1993) Case methods and teacher change: Shifting authority to build autonomy. Doc. En AERA, Atlanta.
- Bennett, N. i Carre, C. (1993) *Learning to Teach*, Rontledge, London.
- Bennett, N. i Turner-Bisset, R. (1993) Knowledge bases and teaching performance, en (Bennet I Carre, 1993).
- Biehler, R.; Scholz, R.W.; Sträßer, R. i Winkelmann, B. (1994) *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline*. Dordrecht: Kluwer.
- Bishop, A.J. (1995) Educando a los culturizadores matemáticos, *UNO: revista de didáctica de las matemáticas* ,6 , 7-12.
- Bishop, A.J. (1991) Aspectes socials i culturals de l'educació matemàtica, *Butlletí de la Societat Catalana de Matemàtiques*. (Novembre).
- Blanco, L. (1996) Aprender a enseñar matemáticas: tipos de conocimiento en Giménez, J.; Llinares, S. y Sánchez, V. (Eds) *El proceso de llegar a ser un profesor de primaria. Cuestiones desde la educación matemática*. Granada: Comares.

- Blanco, L.; Mellado, V. i Ruíz, C. (1995) Conocimiento didáctico del contenido de ciencias y matemáticas y formación de profesores *Revista de Educación* , 307, 427-446.
- Boero, P. i Bondesan, M.G. (1993) Experiences concerning interactive assessment of potentialities, En Assessment focussed on the student [*Proceedings of the CIEAEM meeting*. Cagliari , 243-246.
- Borko H. i Peressini D. (1998) Commentary on "Toward a Theory of Teaching-in-Context", *Issues in Education*, Vol. 4,1, 95-104(10), Elsevier Science
- Borralho, A. et al. (2004) *A Matemática na Formação o Professor*, Sec. Ed. Mat. Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação, Lisboa.
- Bransford, J.D, Ann, L., Brown i Rodney R. Cocking, (Eds.) (1999) *How People Learn: Brain, Mind, Experience and School*, Washington, D.C.: National Academy Press.
- Bromme, R. i Tillema, H. (1995) Fusing Experience and Theory: The Structure of Professional Knowledge, *Learning and Instruction*, vol. 5, 261-267.
- Brousseau, G. (1990) ¿Qué pueden aportar a los enseñantes los diferentes enfoques de la didáctica de las matemáticas?: primera parte, *Enseñanza de las ciencias* vol: 8 nº3. 259-267.
- Brown, T. et al. (1999) Primary student teacher' understanding of mathematics and its teaching, *British Educational Research Journal*, Vol. 25, No. 3, 299-322.
- Brown, C.A. i Borko, H. (1992) Becoming a Mathematics Teacher en Grouws, D.A. (Ed) *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning: A Project of the NCTM*. New York: MacMillan. 209-239.
- Brown, J.S. , Collins, A. I, Duguid, P. (1989) Situated cognition and the culture of learning. *Educational researcher*, 18 (1), 32-42.
- Brown, S.I. et al. (1990) Mathematics teacher education en *Handbook of esearch on teacher education*, 639-656.
- Calderhead, J. i Robson, M. (1991) Images of teaching: `Student Teachers' Early Conceptions of Classroom Practice. *Teaching and Teacher Education* 7, 1-8.
- Callejo, M.L. i Cañón, C. (1996) Cambios epistemológicos en Educación Primaria en España desde 1970, en Giménez, J.; Llinares, S. y Sánchez, V. (Eds.) *El proceso de llegar a ser un profesor de primaria. Cuestiones desde la Educación matemática*. Granada: Comares. 63-91.

- Carpenter, T. i Moser, J.M. (1983) The adquisition of addition and subtraction concepts, En R Lesh & M. Landau (eds) *Acquisition of Mathematical Concepts and Processes*. London: Academic Press.
- Carpenter, Th. P. et al. (1996) Cognitively guidd instruction: a knowledge base for reform in primary mathematics instruction. *The Elementary School Journal*, Vol. 97, No. 1, 3-20.
- Carrillo, J. y Clíment, N. (1999). *Modelos de formación de maestros en matemáticas*. Huelva: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Huelva.
- Castro, E. (Ed.) (2001) *Didáctica de la matemática en la educación primaria*. Madrid: Síntesis.
- Chevallard, Y. (1991) *La transposition didactique: du savoir savant au savoir enseigné. Un exemple de la transposition didactique*. Grenoble: La Pensée Sauvage.
- Clark, P. i C. Peterson (1986) Teacher Thought Process, *Handbook of Research on Teaching*. Ed. M.C. Wittrock. New York: Macmillan. 255-296.
- Cobb, P. (2000). Accounting for mathematical development in the social context of the classroom. In L. P. Steffe and P. Thompson (Eds.), *Radical constructivism in action: Bevond the pioneering work of Ernst von Glasersfeld* 152-178. London: Falmer.
- Cobb, P., Gravemeijer, K.P.E., Yackel, E., McClain, K., & Whitenack, J. (1997). Mathematizing and symbolizing: The emergence of chains of signification in one first-grade classroom. In D. Kirshner & J. A. Whitson (Eds.), *Situated cognition theory: Social, semiotic, and neurological perspectives* (pp. 151-233). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Cobb, P., Yackerl, E. I Wood, T. (1991) Curriculum and teacher development: Psychological and anthropological perspectives, en E. Fennema, T.P. Carpenter I S.J. Lamon (Eds.), *Integrating research on teaching and learning mathematics* (92-131), Albany, SUNY Univ. Press
- Cockcroft (1985) *Las matemáticas sí cuentan*. Madrid: MEC. Subdirección General del Profesorado.
- Collins, A., Brown, J. I Newman, S. (1989) Cognitive Apprenticeship: Teaching the Crafts of Reading, Writing and Matehamtics. In L. Resnick (Ed) *Knowsing, Learning and Instruction. Essays in Honor of Robert Glasser*. Hillsdale, NJ: LEA Pb.

- Connelly, F. M., & Clandinin, D. J. (1986) On narrative method, personal philosophy, and narrative unities in the story of teaching. *Journal of Research in Science Teaching*, 23(4), 293-310.
- Contreras, L.C. i Blanco, L. (Eds.) (2002) *Aportaciones a la Formación Inicial de Maestros en el Área de Matemáticas: una Mirada a la Práctica Docente*. Ser. Pub. Universidad Extremadura, Badajoz.
- Cooney, T.J. (2001) Considering the paradoxes, perils, and purposes of conceptualizing teacher development, en (*Lin i Cooney, 2001*), 9-31.
- Cooney, T.J. (1999) Conceptualizing teachers' ways of knowing, *Educational Studies in Mathematics*, 38, 163-187.
- Cooney, T.J. i Shealy, B. (1997) On understanding the structure of teachers' beliefs and their relationship to change, en (*Fennema i Scott-Nelson, 1997*) 87-110.
- Cooney, T.J. (1994) On the application of science to teaching and teacher education, en R. Biehler, R.W. Scholz, R. Strässer i B. Wilkelmann (Eds.), *Didactics of mathematics as a scientific discipline* (pp. 103-116) Dordrecht, Kluwer.
- D'Ambrosio, U. (1990) The role of Mathematics education in building a democratic and just society, *For the learning of mathematics* vol: 10 nº3 (noviembre). 20-23.
- D'Ambrosio, C. (1987) New fundamentals of Mathematics for school en *The monitoring of school mathematics Background Papers, Vol 1: The Monitoring projet and Mathematics Curriculum*. Madison: Wisconsin Center for Education Research, Madison.
- D'Ambrosio, U. (1979) "Metas y objetivos generales de la educación matemática" en Steiner, H.; Christiansen (eds) *Nuevas tendencias en la enseñanza de la matemática*. Vol: IV. Paris: UNESCO.
- Davis, A. i Pettitt, D. (1994) *Developing understanding in primary mathematics*. London: Falmer.
- Day, C. (1999) *Developing teachers: The challenges of lifelong learning*. Londres: Falmer.
- Díaz Godino, J. (2002) La formación matemática y didáctica de maestros como campo de acción e investigación para la didáctica de las matemáticas: El proyecto Edumat-Maestros. En Penalva, C.; Torregrosa, G.; Valls, J. (Eds.). *Aportaciones de la Didáctica de la Matemática a diferentes perfiles profesionales*, pp. 175-186, Alicante. Universidad e Alicante.

- Díaz Godino, J. (1991) Hacia una teoría de Didáctica de la Matemática en Gutiérrez, A. (ed.) *Área de conocimiento Didáctica de la Matemática*. Madrid: Síntesis.
- Dickson, L.; Brown, M. i Gibson, O. (1991) *El aprendizaje de las matemáticas*. Barcelona: Labor.
- Dolk, M., Hertog, J. i Gravemeijer (2002) Using multimedia cases for educating the primary school mathematics teacher educator: a design study. *International Journal of Educational Research*, 37, 161-178.
- Dossey et al. (1994) Preservice and inservice teacher education en Gaulin, C. et al. (Eds.) *Proceedings of the VIIth ICME*,: 134-138 [Université Laval, Québec
-]Dossey, J.A. (1992) The Nature of mathematics: its role and its influence, en Grouws, D.A. (ed) *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. New York: MacMillan.
- Ebby, C. (2000). Learning to teach mathematics differently: The interaction between coursework and fieldwork for preservice teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 3, 69—97.
- Eisenberg, T. i Dreyfus, T. (1991) On the reluctance to visualize in mathematics en Zimmermann, W. y Cunningham, S. (Eds.) *Visualization in Teaching and Learning Mathematics*. Mathematical Association of America, 25-38.
- Elbaz, F. (1983) *Teacher thinking: A study of practical knowledge*. London: Croom Helm.
- Ellerton, N. (Ed.) (1999) *Mathematics Teacher Development: International Perspectives*, Meridian Press, Perth..
- Ernest, P. (ed.) (1994) *Constructing mathematical knowledge: epistemology and mathematical knowledge*. London: Falmer..
- Escudero, I. I Sánchez, V. (2002) Integration of domains of knowledge in mathematics teachers' practice. En Cockburn and Nardi 8eds.) *Proceedings of the 26 Conference of the International Group of PME, vol. 2, Norwich, UK, 177-184*.
- Even, R, Tirosh, D (1995) Subject-matter knowledge and knowledge about students as sources of teacher presentations of the subject matter. *Educational Studies in Mathematics*, 29(1), 1-20.

- Feiman-Nemser, S., McDiarmid, G. W., Melnick, S., & Parker, M. (1988) *Changing beginning teachers' concep(tions). A study of an introductory teacher education course*. East Lansing: National Center for Research on Teacher Education and Department of Teacher Education, Michigan State University
- Feiman-Nemser, S., & Buchmann, M. (1986) The first year of teacher preparation: Transition to pedagogical thinking. *Journal of Curriculum Studies*, 18, 239-256.
- Fennema, E. i Scott-Nelson, B. (Eds.) (1997) *Mathematics Teachers in Transition*, Lawrence Erlbaum Ass. Pub., Mahwah.
- Fennema, E. i Franke, M.L. (1992) Teachers' Knowledge and its Impact en Grows, D.A. (Ed.) *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: MacMillan, 147-164.
- Fenstermacher, G. (1979) A philosophical consideration of recent research on teacher education. In L.S. Shulman (Ed.), *Review of research in education* Vol. 6, pp. 157-185.
- Fey, J.T. (1990) *On the shoulders of giants. New approaches of numeracy*. Washington: National Academy.
- Fielker, D.S. (1996) *Extending mathematical ability*. Hodder and Stoughton.
- Fishbein, M. i Ajzen, I. (1975) *Belief, Attitude, Intention and Behavior: An Introduction to Theory and..Research*. Addison Wesley. Reading.
- Flores Martínez, P. (2004) Relación con el conocimiento profesional en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria: reflexión sobre cuestiones profesionales, en (Borralho et al., 2004) 5-29.
- Flores Martínez, P. (2001) Profesores de matemáticas reflexivos: formación y cuestiones de investigación, Actas SEIEM, 2001.
- Flores, P. (2001) Reflexión sobre problemas profesionales surgidos durante las prácticas de enseñanza .Actas Segundo Encuentro Colombiano de Matemática Educativa, (Cesar).
- Flores, P. (1998) Formación inicial de profesores de matemáticas como profesionales reflexivos. *UNO: Revista de Didáctica de las matemáticas*, no. 17, 37-48.
- Fortuny, J.M. (1990) Información y control en educación matemática En S.Ilinares,V.Sanchez (eds) *Teoría y práctica en educación matemática*. Sevilla: Alfar, 237-294.

- Foss, D.H. i Kleinsasser, R.C. (1996) Preservice elementary teachers' views of pedagogical and mathematical content knowledge, *Teaching & Teaches Education*, Vol. 12, No. 4, 429-442.
- Franke, M. et al. (1997) Changing teachers interactions between beliefs and classroom practice, en (*Fennema i Scott-Nelson, 1997*), 255-282.
- Freudenthal, H. (1973) *Mathematics as an Educational Task*. Dordrecht: Reidel.
- Freudenthal, H. (1983) *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Dordrecht: Reidel.
- Friedhoff, R.M. i Benzon, W. (1989) *Visualization*. New York: Freeman.
- Fullan, M. (1993) *Change forces: Probing the depths of educacional reform*. London: Falmer
- Gallimore, R.G. (1996) Classrooms are just another cultural activity. In DL. Speece i BK Keonght (Eds). *Research on classrooms ecologies*. Mahoah: Lawrence Erlbaum.
- García, M., Sánchez, V., Escudero, I. i Llenares, S. (2004) *The dialectic relationship between research and practice in Mathematics Teacher Education*, Paper presented at CERME-3.
- García, M. i Sánchez, V. (2002) Una propuesta de formación de maestros desde la Educación Matemática: adoptando una perspectiva situada. En L.C. Contreras i L. Blanco (Eds.) *Aportaciones a la formación inicial de maestros en el Área de Matemáticas: Una mirada a la práctica docente*. Servicio de publicaciones, Univ. de Extremadura.
- García Blanco, M. (2000) El aprendizaje del estudiante para professor de matemáticas desde la naturaleza situada de la cognición: Implicaciones para la formación inicial de maestros. In C. Corral i E. Zurbano (Eds) *Propuestas metodológicas y de evaluación en la Formación Inicial de los Profesores el Área de Didáctica de las Matemáticas*. Oviedo, Univ. Oviedo, 55-79..
- García Blanco, M. (1997) El conocimiento professional del professor de matemáticas. El concepto de función como objeto de enseñanza-aprendizaje. GIEM.-KRONOS. Sevilla.
- Giménez, J. (Coord.) (1999) El discurs del professorat a la classe de Matemàtiques. Departament de Did. de les CCEE i de la Matemàtica. Universitat de Barcelona.
- Giménez, J. (1997) Matemáticas para todos, todos para las matemáticas *Aula de Innovación educativa* nº 58(Enero) 6-11.

- Giménez, J (1997b) Ensenyament y aprenentatge de les matemàtiques: Temes clau en C. Alsina (coord) *Psicopedagogia de les matemàtiques*. Barcelona: Universitat Oberta de Catalunya.
- Giménez, J. (1995) Ensino + pesquisa = melhora no aprendizado + liberação de energia En F. Egger (ed.) *Ensino e pesquisa em busca de sintonia*. Ijuí. Universidade do Rio Grande do Sul 15-40
- Giménez, J. (1994) Provocadores de descripción en el aula de matemáticas *SUMA* nº 16, 68-81.
- Giménez, J. i Lins, R. (1997) *Algebra e aritmética. Perspectivas para o século XXI*. São Paulo. Papirus.
- Giménez, J. i Fortuny, J.M. (1996) Explorado un modelo integrado de evaluación con profesores en formación en Giménez, J.; Llinares, S.; Sánchez, V. (eds.) *El proceso de llegar a ser un profesor de Primaria. Cuestiones desde la educación matemática*. Granada: Comares.
- Giménez, J. i Fortuny, J.M. (1993) Assessing and learning profile on mathematics 12-16, en Proceedings of the CIEAEM, XLV, Cagliari (Itàlia), 152-159.
- Giménez, J., Llinares, S. y Sánchez, V. (Eds.) (1996) *El proceso de llegar a ser un profesor de primaria. Cuestiones desde la educación matemática*. Granada: Comares.
- Gimeno, J. (1983) El profesor como investigador en el aula: un paradigma de formación de profesores *Educación y sociedad* nº 2.
- Gimeno Sacristán, J. i Pérez Gómez, (1985) A. *La enseñanza: su teoría y su práctica*. Madrid: Akal Universitaria.
- Godino, J.D. (2002a). Investigaciones sobre teoría de la educación matemática. URL: <http://www.ugr.es/local/jgodino/teoria.htm/>.
- Godino, J.D. (2002b). Investigaciones sobre el significado y comprensión de los objetos matemáticos. URL: <http://www.ugr.es/local/jgodino/semiotica.htm>.
- Goffree, F. i Oonk, W. (2001) Digitalizing real teaching practice for teacher education programmes: The MILE approach, en (Lin i Cooney, 2001) 111-146.
- Golafshani, N. (2002) Teachers' conceptions of mathematics and their instructional practices. *Philosophy of Mathematics Education Journal*, 15.

- Golafshani, N. (2004) Teachers' conceptions of Mathematics and their instructional practices. *Philosophy of Mathematics Education Newsletter*, 18 POME, pp 1-10 Exeter University. Disponible en internet. http://www.ex.ac.uk/~Pernest/pome18/teachers_conception_nahid_golafshani.htm
- Goldstein, L., & Lake, V. (2000) Love, ¡love, and more ¡love for children: Exploring prospective teachers' understandings of caring. *Teaching and Teacher Education*, 16, 86 1-872.
- Goldstein, L. (1999) The relational zone: The role of caring relationships in the co-construction of mind. *American Educational Research Journal*, 36, 647—673.
- Gomez-Chacón, I. (1997) *Procesos de aprendizaje en Matemáticas con poblaciones de fracaso escolar en contextos de exclusión social. Las influencias afectivas en el conocimiento de las Matemáticas*. Tesis doctoral, Universidad Complutense de Madrid.
- Gómez-Granell, C (1985) La Representación gráfica de la multiplicación aritmética: una experiencia de aprendizaje *Infancia y aprendizaje* nº 31-32. 229-249.
- Goodman, J. (1988) Constructing a practical philosophy of teaching: A study of prospective teachers' professional perspectives. *Teaching and Teacher Education*, 4, 12 1-137.
- Graeber, A. (1999) Forms of knowing mathematics: What perservice teachers should learn, en *Educational Stucies in Mathematics* 38(3), 189-208.
- Gravemeijer, K.P.E., Lehrer, R., Van Oers, B., & Verschaffel, L. (Eds.). (2002) *Symbolizing, modeling and tool use in mathematics education*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Gravemeijer, K.P.E. (2001). *Developmental research, a course in elementary data analysis as an example*. Paper presented at The Netherlands and Taiwan Conference on Common Sense in Mathematics Education. Taipei, Taiwan, November 2001.
- Gravemeijer, K. (2001,b) Fostering a dialectic relation between theory and practice. En J. Anghileri (ed.), *Principles and practices in arithmetic teaching: innovative apprchs for the primary classroom* (Buckingham: Open University Press), 147-161.

- Gravemeijer, K.P.E., & Cobb, P. (2001b). *Designing classroom-learning environments that support mathematical learning*. Presented at AERA, Seat
- Gravemeijer, K.P.E. (2000). *A rationale for an instructional sequence for analyzing one and two-dimensional data sets*. Unpublished manuscript, Utrecht, the Netherlands.
- Gravemeijer, K.P.E., Cobb, P., Bowers, J., & Whitenack, J. (2000b) Symbolizing, modeling, and instructional design. In P. Cobb, E. Yackel & K. McClain (Eds.), *Symbolizing and communicating in mathematics classrooms: Perspectives on discourse, tools, and instructional design* (pp. 225 - 273). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Gravemeijer, K. (1994) Educational development and developmental research in mathematics education, *Journal for Research in Mathematics Education*, 25, 443-471.
- Gray E.M. i Tall, D (1993). Success and failure in Mathematics: the flexible meaning of symbols as process and concept. *Mathematics Teaching*, No 142, 6-10
- Green, T. F. (1971) *The activities of teaching*. New York: McGraw-Hill.
- Greeno, J.G. (1991) Number sense as situated knowing in a conceptual domain *Journal for Research in Mathematics Education* Vol: 22 nº 3. 170-218.
- Grossman, P.; Nilson, S.; Shulman, L. (1989) Teachers ob substance: Subject Matter Knowledge for teaching. En M. Reynolds (Ed.), *Knowledge Base for the Beginning Teacher*. Pergamon Press: New York.
- Grows, D.A. i Cooney T.J. (Eds.) (1988) *Handbook of Research in Mathematics Teaching and Learning*, MacMillan, New York.
- Guimarães, F. (1999) O conteúdo do conhecimento profissional de duas professoras de matemática. *Quadrante*, 8, 5-32.
- Gutiérrez, A. (1991) La investigación en Didáctica de las Matemáticas en Gutiérrez, A. (ed.) *Area de conocimiento Didáctica de la Matemática*. Madrid: Síntesis.
- Guzmán, M. de (1994) ¿Para qué el pensamiento matemático en nuestra cultura? *UNO:revista de didáctica de las matemáticas* nº1 (julio) 15-23.
- Haggarty, L. (1995) *New ideas for teacher education*. London: Cassell.
- Hargreaves, A. (1998). *Os professores em tempo de mudança: O trabalho e a*

cultura dos professores na idade pós moderna. Lisboa: Mc Graw-Hill.

- Hershkowitz, R. (1990) Psychological aspects of learning geometry en Nesher, P.; Kilpatrick, J. (eds.) *Mathematics and Cognition*. Cambridge: Cambridge University. 70-95.
- Hiebert, J.; Morris, A.K.; Glass, B. (2003) Learning to learn to teach: an “experiment” model for teaching and teacher preparation in mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education* 6 201-222.
- Hill, L. (1997) Just tell us the rule: Learning to teach elementary mathematics, *Journal of Teacher Education* 48(3), 211-229.
- Hollingsworth, S. (1992) Learning to teach through collaborative conversation: A feminist approach. *American Educational Research Journal*, 29, 373—404
- Hollingsworth, S. (1989) Prior beliefs and cognitive change in learning to teach. *American Educational Research Journal*, 26, 160-189.
- Holton, D. (Ed.) (2000) *Teaching and Learning Mathematics at the University Level, An ICMI Study*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.
- I.C.M.I. (1986) *Las Matemáticas en Primaria y en Secundaria en la década de los 90*. Valencia: Mestral.
- I.C.M.I. (2005) The profesional Education and Mathematics development of teachers of mathematics. Icmi Study 15, Sao Paulo.
- Imbernon, F. (1994) *La formación y el desarrollo profesional del profesorado. Hacia una nueva cultura profesional*. Barcelona: Graó.
- Jaworski, B. (2001) Developing mathematics teaching: teachers, teacher educators, and researchers as co-learners, en (Lin i Cooney, 2001) 295-320.
- Jaworksi, B. et al. (1999) *Mathematics Teacher Education. Critical International Perspectives*, Falmer Press, London.
- Jaworski, B. i Wood, T. (1999,b) Themes and issues in inservice programmes, en (Jaworski, 1999) 125-147.
- Jaworski, B. (1994) *Investigating mathematics teaching: A construtivist inquiry*, London, Falmer.
- Jaworski, B. (1991) Some implications of a constuctivist philosophy for the teacher of mathematics in F. Furinghetti (ed) *Proccedings of PME 15*, Assisi, vol. 2 pp 213-221.

- Keitel, C. et al. (eds.) (1996) *Mathematics (education) and common sense: the challenge of social change and technological development*. Berlin: Freie Universität Berlin. [proceedings of the 47th CIEAEM Meeting, Berlin 1995]
- Keitel, C. (1995). Different means for common ends? The challenge of different social views and experiences for collaboration in mathematics education. In R. Kelchtermans, G. (1995). A utilização da biografia na formação de professores. *Aprender*, 28, 5-20.
- Kilpatrick, J. I Edward, A. Silver (2000) Unfinished Business: Challenges for Mathematics Educators in the Next Decades. En M.J. Burke (Ed.) *Learning Mathematics for a New Century*, 223-235. Reston, VA:NCTM.
- Konyalioglu, A.C. (2003) *Investigation of Effectiveness of Visualization Approach on Understanding of Concepts in Vector Spaces at the University Level*, Atatürk University, Graduate School of Natural and Applied Sciences, Department of Mathematics Education, Unpublished Doctoral Dissertation, Erzurum, Turkey.
- Krainer, K. I Goffree, F. (Eds.) (1999) *From a Study of Teaching Practices to Issues in Teacher Education*, Osnabrück: University of Osnabrück.
- Lange, J. de; Romberg, T; et al. (1994) *Mathematics in context*. Wisconsin: Wisconsin University.
- Lappan, G. I Even, R. (2000) Learning to teach: Constructing meaningful understanding of mathematical content,
<http://ncrtl.msn.edu/http/craftp/html/cp893.htm>, 1-25.
- Lave, J. i Wenger, R. (1989) *Situated learning* IRL, Palo Alto 271.
- Leder, G.C. et al. (Eds.) (2002) *Beliefs: A Hidden Variable in Mathematics Education?*, Kluwer, London.
- Leinhardt, G. (1989) Maths lessons: A contrast of novice and expert competence. *Journal for research of mathematics education*. 20, 52-75.
- Leitzel, J.R.C. (1991) A Call for Change: Recommendations for the Mathematical Preparation of Teachers of mathematics. *Informe del Committee of the Mathematical Education of Teachers*, MAA, Washington, DC: MAA.
- Lerman, S (2002) Cultural, discursive psychology: a sociocultural approach to studying the teaching and learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 46, pp 87-113, Dordrecht.

- Lerman, S. (2000) The social turn in Mathematics Education Research, en J. Boaler (ed.) *Multiple perspectives on mathematics teaching and learning*, 19-44. Westport: Ablex Pub.
- Lerman, S., Xu, G., & Tsatsaroni, A. (in press) Developing theories of mathematics education research: the PME story. *Educational Studies in Mathematics*.
- Lin, F.L. i Cooney, Th.J. (Eds.) (2001) *Making Sense of Mathematics Teacher Education*, Kluwer Academic, Dordrecht..
- Llinares, S. (2004) Building virtual learning communities and the learning of mathematics student teachers en *Proceedings ICME10*, Copenhagen (pendent publicació) 21 pag.
- Llinares, S. (2002) Participation and reification in learning to teach: the role of knowledge and beliefs, en (*Leder et al., 200*) 195-209.
- Llinares, S. (2000) Intentando comprender la práctica del professor de matemáticas, En J.P. da Ponte i L. Serrazina (coord.) *Educação Matemática em Portugal, Espanha e Italia*, 109-132, Lisboa: Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências de Educação,
- Llinares, S. (1999) Preservice elementary teachers and learning to teach mathematics. Relations among context, task and cognitive activity, en (*Ellerton, 1999*).
- Llinares, S. (1998) La investigación <<sobre>> el profesor de matemáticas: aprendizaje del profesor y práctica profesional, *Aula-Rev. Ens. Inv. Educativa Univ. Salamanca* 10, 153-179.
- Llinares, S. (1996) Aprender a enseñar matemáticas. Una experiencia en la formación matemática de los profesores de Primaria en Giménez, J.; Llinares, S.; Sánchez, V. (eds.) *El proceso de llegar a ser un profesor de Primaria. Cuestiones desde la educación matemática*. Granada: Comares.
- Llinares, S. (1994) The development of prospective elementary teachers' pedagogical knowledge and reasoning. The school mathematical culture as reference. En *Proceedings 1st Italian-Spanish Research Symposium in Mathematical Education*, 165-172, Universidad de Módena (Italia).
- Llinares, S. i Sánchez, M.V. (eds.) (1990) *Teoría y práctica en educación matemática*. Sevilla: Alfar.
- Ma, L. (1999) *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. Mahwah, NJ: Erlbaum.

- Macnamara, O. i Rogers, B. (eds.) (2002) *Becoming an Evidence-Based Practitioner. A framework for teacher-researchers ?*. London: Routledge Falmer
- Mcnamara, D. (1990) Research on teachers' thinking: its contribution to educating students teachers to think critically, *Journal of Education for Teaching*, Vol. 16, No. 2, 147-160.
- Mansfield, H. (ed.) (1996) *Mathematics for tomorrow's young children. International perspectives on curriculum*. Dordrecht: Kluwer.
- Marcelo, C. (1992) A formação de professores: Novas perspectivas baseadas na investigação sobre o pensamento do professor, en A. Nóvoa (Ed.), *Os professores e a sua formação* (pp. 51-76), Lisboa, D. Quixote.
- Markovits, Z. i Even, R. (1999) Mathematics classroom situations: an inservice course for elementary school teachers, en (*Jaworski, 1999*) 59-68.
- Mason, J. (2001) *Mathematics Teaching Practice: a guide for university and collage lecturers*. Horwood Pub., Chichester.
- Mason J (1994) Researching from inside in mathematics education: Locating an I-you relationship. in JM Matos et col (eds) *Proc PME XVIII*. Lisbon
- Mason, J. (1988) *Learning and doing mathematics*. New York: MacMillan Educational.
- Mason, J. i Spence, M. (1999) Beyond Mere Knowledge of Mathematics: The Importance of Knowing-To Act in the Moment. En Tirosh, D. *Forms of Mathematical Knowledge*, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers
- Mataix, M. (1985) *Las Matemáticas sí cuentan: Informe Cockcroft*. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia. (Estudios de educación, 20).
- McDiarmid, G. W., Bali, D. L. & Anderson, C. W. (1989) Why staying one chapter ahead doesn't really work: Subject specific pedagogy. In M.C. Reynolds (Ed.), *Knowledge base for the beginning teacher*, 193-206. Oxford: Pergamon Press.
- McEwan, H. i Bulls, B. (1991) The pedagogic nature of subject matter knowledge, *American Educational Research Journal*, 28 (2), 316-334.
- McKim, R.H. (1980) *Experiences in Visual Thinking*. Boston (MA): PWS Engineering.
- Meira, L. (1998) Making sense of instructional devices. The emergence of transporence of mathematical activity. *Journal for research in Mathematics*

Education 29, 121-142, Reston VA.

Meredith, A. (1995) Terry's Learning some limitations of Shulman's pedagogical content knowledge, *Cambridge Journal of Education*, Vol. 25, 2, 175-187.

Mewborn, D.S. (2000) Learning to teach elementary mathematics. Ecological elements of a field Experience. *Journal of Mathematics Teacher Education* 3, 27-46.

Mewborn, D.S. (1999) Reflective thinking among preservice elementary mathematics teachers, *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol. 30, No. 3, 316-341.

Mezirov, J. (1991) *Transformative dimensions of adult learning*. S. Francisco, CA: Jossey-Bass.

Miller, K. i Baker, D. (2001) Mathematics and scienc as social practices: investigating primary student teacher responses to a critical epistemology, *Ways of Knowing Journal*, Vol. 1 No. 1, 39-46.

National Council of Teachers of Mathematics (2003) Principios y Estándares para la Educación Matemática. Granada. Proyecto Sur.

National Council of Teachers of Mathematics (1991) *Professional standards for teaching mathematics*. Reston (VA): National Council of Teachers of Mathematics.

National Council of Teachers of Mathematics (1989) *Curriculum and evaluation standars for schools mathematics*. Reston (VA): National Council of Teachers of Mathematics. [versión en castellano: *Estandares curriculares y de evaluación para la educación matemática*. Sevilla: SAEM Thales, 1991]

Nespor, J. (1987) The role of beliefs in the practice of teaching. *Journal of Curriculum Studies*, 19, 317—328.

Niss, M. (1995) Why do we teach mathematics in school? en Puig,L.; Calderón, J. (eds.) *Seminario de investigación y didáctica de la matemática*. Madrid: CIDE.

Niss, M. (1995,b) Las Matemáticas en la sociedad *UNO: Revista de didáctica de las matemáticas* nº 6.(octubre) 45-57.

Niss, M. (2003) Mathematical competentes and the Learning of Mathematics: The Danish KOM Project
[www.nationalacademies.org/mseb/Mathematical Competences and the Learning of Mathematics.pdf](http://www.nationalacademies.org/mseb/Mathematical_Competences_and_the_Learning_of_Mathematics.pdf).

- NVORWO Comission (1995) *Standards for primary mathematics teacher education*. [Comission on Standards for Mathematics Education(PUIK)] The Netherlands.
- OECD (1999) *Measuring Student Knowledge and Skills: A New Frameowrk for Assessment*. Paris: Author.
- Ogborn, J.; Kress, G.; Martus, I.; McGillicuddy, K. (1996) *Explaining Science in the Classroom*. Open University Press. Buckingham.
- Orton, R.E. (1991) Using cognitive theory to support mathematic's teachers' knowledge. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, Vol. 13, No 3, 17-24.
- Osterman, K.F. & Kottamp, R.B. (2004) *Reflective practice for educators*. Thousand Oaks, CA: Corwin Press.
- Pajares, M. F. (1992) Teachers' beliefs and educational research: Cleaning up a messy construct. *Review of Educational Research*, 62, 307—332.
- Palarea, M.M. et al (2001) Análisis del nivel de conocimientos de matemáticas de los alumnos que comienzan la Diplomatura de Maestro, en (Socas et al., 2001) 213-226.
- Parra, C. i Saiz, I. (comps.) (1994) *Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones*. Barcelona: Paidós.
- Patrick, P.H., Pintrich, P. (2001) Conceptual Change in Teachers' Intuitive Concepcions of Learning, Motivation and Instruction: The Role of Motivational and Epistemological Beliefs. (In B. Torff I R.J. Sternberg (ed).)
- Pehkonen, E. I Törner, G.(1996) What are the key factors for mathematics teachers to change?. Gerbard-Mercator: Pub. Faculty Mathematics.
- Penalva, C.; Torregrosa, G., Valls, J. (Ed.) Aportaciones de la Didáctica de la Matemática a diferentes perfiles profesionales (175-186). Alicante. Universidad de Alicante. En Godino, J.D., La formación matemática y didáctica de maestros como campo de acción e investigación para la didáctica de las matemáticas. El Proyecto Edumat-maestros.
- Perks, P. i Prestage, S. (1994) Planning for learning. In Jaworski, B. and Watson, A. (Eds.) *Mentoring in Mathematics Teaching* (65-82. London: Falmer Press.

- Pérez, A.I. (1994) La función profesional del docente al final del siglo. Conflicto de perspectivas *Escola crítica* nº7. 7-20.
- Pérez Gómez, A. (1993) la Integración teoría -práctica en la formación del docente en Montero L.; Vez, J.M. (ed.) *Las didácticas específicas en la formación del profesorado I*. Santiago: Tórculo.
- Pérez, A.I. (1992) "La función y la formación del profesor/a en la enseñanza para la comprensión: diferentes perspectivas" en Gimeno, J.; Pérez, A.I. *Comprender y transformar la enseñanza*. Madrid: Morata.
- Peterson, (1988) Teachers' and students' cognitional knowledge for classroom teaching and learning. *Educational Reasercher*, 17 (5), 5-14.
- Ponte, J.P. et al. (2002) Development of pre-service mathematics teachers' professional knowledge and identity in working with information and communication technology, *Journal of Mathematics Teacher Education*, 5(2), 93-115.
- Ponte, J.P. (2001) A investigação sobre o pressor de matemática: Problemas e perspectivas, *Educação Matemática em Revista*, 11, 10-13.
- Ponte, J. P. (1997). *O conhecimento profilssional dos professores de matemática* (Relatório final de Projecto "O saber dos professores: Concepções e práticas"). Lisboa: DEFCUL.
- Ponte J. (1994) Mathematics teacher's professional knowledge. proc. PME XVIII. Lisbon.
- Popkewitz, T. (1991) A political sociology of educational reform: Power/knowledge in teaching, teacher education and research.. New York: Teachers College Press.
- Porlán, R. I Martin, J. (1994) El saber práctico de los profesores especialistas. Aportaciones de las didácticas específicas, *Investigación en la Escuela*, 24, 49-58.
- Presmeg, N. (1986) Visualization and mathematical giftedness *Educational Studies in Mathematics* Vol: 17 nº 3. 297-311.
- Putnam, R.T. i Borko, H. (2000) What do new views of knowledge and thinking have to say about research on teacher learning? *Educational Researcher*, Vol. 29, No. 1, 4-15.

- Putnam, R.T. i Borko, H. (1997) Teacher Learning: Implications of New Views of Cognition. En B. Biddle et al. (Eds.). *International Handbook of Teachers and Teaching*. Kluwer Academic: Netherlands.
- Raymond, A.M. i Santos, V. (1995) Preservice Elementary Teachers and Self-Reflection: How Innovation in Mathematics Teacher Preparation Challenges Mathematics Beliefs. *Journal of Teacher Education*, 1995, vol. 46 (1).
- Resnick, L.B. i Ford, W.W. (1990) *La Enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos*. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia ; Barcelona: Paidós.
- Reys, R.E.; Suydam, M.N. i Lindquist, M.M. (1984) *Helping children learn mathematics*. Englewood Cliffs (NJ): Prentice-Hall.
- Rico, L. (2000). Formación y desempeño práctico en educación matemática de los profesores de primaria. *Suma*, 34, pp. 45-51.
- Rico, L., Fortuny, J.M. y Puig, L. (Eds.) (1987-91). *Matemáticas: Cultura y aprendizaje*. Madrid: Síntesis.
- Rico, L. i Sierra, M. (1994) Educación Matemática en la España del siglo XX en Kilpatrick, J.; Rico, L.; Sierra, M. *Educación Matemática e Investigación*. Madrid: Síntesis.
- Robinet, A. i Riviere, A. (1990). Problemas y dificultades en el aprendizaje de las Matemáticas: una perspectiva cognitiva, en Coll, C., Palacios, J. y Marchesi A. (Eds), *Desarrollo psicológico y Educación*, Vol. 3. Madrid: Alianza Editorial.
- Rokeach, M. (1968) *Beliefs, attitudes, and values; A theory of organization and change*. San Francisco: Jossey-Bass.
- Romberg, Th.A. (1997) Mathematics in context: impact on teachers, en (*Fennema / Scott-Nelson, 1997*), 357-380.
- Romberg, T. (1988) Can teachers be professionalrs? En (Grows I Cooney, 1988) 197-208.
- Rowland,T.,Thwaites,A.Huckstep,P. (2003) Novices' choice of examples in the teaching of elementary mathematics . *The Mathematics Education into the 21st Century Project. Proceedings of the II International Conference ,he Decidable and the Undecidable in Mathematics Education*. Brno, República Xeca.

- Rowland, T. et al. (2001) Investigating the Mathematical subject matter knowledge of pre-servie elementary school Teachers en (*van den Heuvel-Panhuizen, 2001*), 121-128.
- Ruthven, K. (2001) Mathematics teaching, teacher education, and educational research: developing practical theorizing in initial teacher education, in (*Lin i Cooney, 2001*) 165-183.
- Sánchez, V. (1992) El repertorio de Rejilla de nelly: Una técnica para investigar los constructor personales de los profesores". En C. Marcelo (Coord.) *La investigación sobre la financiación del profesorado. Métodos de investigación y análisis de datos*. Cincel. Buenos Aires.
- Sánchez, M.V. (1990) *Conocimiento y Socialización en Profesores de Matemáticas de Primaria*, Pub. GID, Universidad de Sevilla, Sevilla.
- Sanz, I. (1990) Comunicación, Lenguaje y Matemáticas. En LINARES, S. y SANCHEZ, V. (Eds.), *Teoria y Práctica de la enseñanza de las Matemáticas*. Sevilla: Alfar.
- Schoenfeld, A (2000) Purposes and methods of research in Mathematics education. Disponible en <http://www.ams.org/notices/200006!fea-schoenfeld.pdf>
- Schön, D. (1987) *Educating the reflective practitioner: Toward a new design for teaching and learning in the professions*. S. Francisco, CA, Jossey-Bass.
- Schön, D. (1983) *The reflective practioner: How professionals think in acion*, Aldershot Hants, Avebury.
- Secada, W.; Fennema, E. i Adajian, L. (1995) *New directions for equity in mathematics education*. Cambridge: Cambridge University press.
- SEIEM (2004). Actas del Simposio de la Sociedad española de investigación en educación matemática..
- Seo, K.H. i Ginsburg, H.P. (2003) You've got to carefully read the mah sentence: "Classroom context and children's interpretations of the equals sign" (161-187) en Baroody, A.J., Dowker, A. (eds.), *The Development of Arithmetic Concepts and Skills,. Constructing Adaptative Expertise*, Lawrence Erlbaun Associates, New Yersey
- Serrazina, L. i Loureiro, C. (1999) Primary teachers and the using of materials in problem solving in Portugal, en (*Jaworski, 1999*) 49-58
- Serrazina, L. (1998) *Teacher's professional development in a period of radical change in primary matehamtics education in Portugal* (dissertação de doutoramento, Universidade de Londres), APM, Lisboa.

- Sfard, A. i McClain, K. (2002) Analyzing tools: Perspectives on the role of designed artifacts in mathematics learning, *Journal for the Learning Sciences*, 11 (273), 153-161.
- Shulman, L. i Shulman, J. (2004) How and what teachers learn: a shifting perspective. *Journal of Curriculum Studies*, 36 (2) 257-271.
- Shulman, L.S. (2002) Making differences: a table of learning en *The Carnegie Foundation for the Advanced of Teaching* (http://www.carnegiefoundation.org/elibrary/docs/making_difference.htm) 1-16.
- Shulman, L.S. (1992) Toward a pedagogy of cases. En Shulman, J. (Ed.) *Case Methods in Teacher Education*, 1-30, New York: Teachers College Press
- Shulman, L.S. i Grossman, P.L. (1988) *Knowledge growth in teaching: a final report to the Spencer Foundation*. Stanford: Standord University
- Shulman, L.S. (1987) Paradigms and reseach programs in the study of teaching: a contemporary perspective. En WITTROCK, M. C. (Ed.), *Handbook of Research on Teaching*. New York: Macmillan. 1-36
- Shulman, L.S. (1987,b) Knowledge and teaching: foundations of the new reform, *Harvard Educational Reviews* Vol. 57, No. 1, 1-22.
- Shulman, L.S. (1986) Those who understand: Knowledge growth in teaching, *Educational Researcher* nº 15, 2 4-14.
- Sierra, M. i Rico, L. (1996) Contexto y evolución histórica de la formación en Matemáticas y su didáctica de los profesores de primaria en Giménez,J.; Llinares, S; Sánchez, M.V. *El proceso de llegar a ser un profesor de primaria. Cuestiones desde la educación matemática*. Granada: Comares. 39-64.
- Simon, M., Tzur, R., Heinz, K., Kinzel, M., & Smith, M. 5. (2000) Characterizing a perspective underlying the practice of mathematics teachers in transition. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31, 579-601.
- Simon, M. (1994) Learning Mathematics and learning to teach: Learning cycles in Mathematics Education, *Educational studies in mathematics*, 26 (1), 71-94.
- Simon, M.A. (2000) Research on development of Mathematics Teachers. The teacher development experiment. En A. Kelly y R. Lesh (eds) *Handbook of research design in Mathematics and Science Education* (pp 335-359) Lawrence Erlbaum Associates Publishers. Mahwah New Jersey.

- Simon, M.A. i Schiffer D. (1991) Towards a constuctivist perspective: an intervention study of mathematics teacher development. *Educational studies in mathematics*, vol. 22, 2 309-331.
- Simon, S. i Brown, M. (1996) Teacher Beliefs and Practices in Primary Mathematics. Proceedings of PME 20, Valencia (Espanya), p. 200.
- Skemp, R. (1989) *Mathematics in the primary school*. Penguin Books.
- Skovsmose, O. (1994) *Towards a philosophy of critical mathematics education*. Dordrecht: Kluwer.
- Smyth, J. (1991) Una pedagogía crítica de la práctica en el aula, *Revista de Educación*, 294, 275-300.
- Socas, M.M. et al. (2001) *Formación del Profesorado e Investigación en Educación Matemática III*, Universidad de La Laguna, La Laguna.
- Stake, R. (1995) *The art of case study research*. Thousand Oaks, CA: Sage.
- Steen L.A. (ed.) *On the shoulders of giants. New approaches of numeracy*. Washington: National Academy.
- Steen, L.A. (ed.). (2001) *Mathematics and Democracy. The Case for Quantitative Literacy*. Prepared by the National Council on Education and the Disciplines.
- Steinberg, R., Haymore, J. i Marks, R. (1985) Teachers' knowledge and structuring content in Mathematics. Comunicació presentada en el *Annual Meeting of the AERA*, Chicago.
- Steinbring, H. (1998) Elements of epistemological knowledge for mathematics teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 1, 157-189
- Stenhouse, L. (1984) *La investigación y desarrollo del curriculum*. Madrid: Morata.
- Streefland, L. (1991) *Fractions in realistic Mathematics Education: A paradigm of developmental research*. Dordrecht: Kluwer.
- Swan, M. (1991) Mathematical modelling for all en Niss,M. et al (eds.) *Teaching mathematical modelling and applications*. New York: Elis Harwood.
- Thompson, A. (1992) Theachers' Beliefs and Conceptions: A Synthesis of Research en Grouws, D.A. (ed.) *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: Macmillan, (127-146).
- Tom, A.R. i Valli, L. (1990) Professional knowledge for teachers In W. Robert Houston (Ed.), *Handbook of research on teacher education* (373-392), New

York: Macmillan.

- Torff, B. i Sternberg, R.J. (Eds.) (2001) *Understanding and Teaching the Intuitive Mind: Student and Teacher Learning*, Lawrence Erlbaum As. Pub., Mahwah
- Torff, B. i Stenberg, R.J. (2001) Intuitive conceptions among learners and teachers, en (Torff i Sternberg, 2001) 3-26.
- Tusner-Bisset, R. (1999) The Knowledge bases of the Expert teacher, *British Educational Research Journal*, Vol. 25, No. 1, 39-55.
- Universitat de Barcelona.Consell de Qualitat (1996) *Educació Primària Protocol d'avaluació* Escola Univers. de Formació del Professorat.Document d'ús intern).
- Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2001) *PME-25@NL, Proceedings of the 25th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Freudenthal Institute-Utrecht University, Utrecht.
- Vila, A. i Callejo, M.L. (2005) Matemáticas para aprender a pensar. El papel de las creencias en la resolución de problemas. Madrid. Narcea.
- Weinstein, C. S. (1990). Prospective elementary teachers' beliefs about teaching: Implications for teacher education. *Teaching and Teacher Education*, 6, 279—290.
- Weinstein, C. S.(1989). Teacher education students' preconceptions of teaching. *Journal of Teacher Education*, 4, 31-40.
- Wenger, E. (1998) *Communities of practice: learning, meaning and identity*. Cambridge, UK: Cambridge Univ. Press.
- Whitebread, D. (1995) Emergent Mathematics or How to Help Young Children Become Confident Mathematicians en Anghileri, J. (ed.) *Children's Mathematical Thinking in the Primary Years*. Londres: Cassell. 11-40.
- Wideen, M., Mayer-Smith, J., & Moon, B. (1998). A critical analysis of the research on learning to teach: Making the case for an ecological perspective on inquiry. *Review of Educational Research*, 68(2), 130—178.
- Wilson, M. & Cooney, T. J., (2002) Mathematics teacher change and development: The role of beliefs. In G. Leder, E. Pehkonen, and G. Toerner (Eds.), *Beliefs: A hidden variable in mathematics education?* (pp. 127-147). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.

- Wilson, S.; Shulman, L. i Richert, A. (1987) 150 Different Ways of Knowing: Representations of Knowledge in Teaching en Calderhead, J. (ed.): *Exploring Teachers' Thinking*. London: Cassell Education.
- Wood, T. (1999) Aproaching teacher development: practice into theory, en (Jaworski, 1999) 163-179.
- Woolfolk, A. i Murphy, P.K. (2001) Teaching educational psychology to the implicit mind, en (Torff i Sternberg, 2001) 145-186.
- Zimmermann, W. i Cunningham, S. (1991) *Visualization in teaching and learning mathematics*. Mathematics Association of America.